

The background of the cover is a complex technical drawing. It features a grid of lines, circles, and arcs, typical of engineering or architectural plans. Overlaid on this are various mechanical components: a large, stylized bolt or screw head in the upper right, a cylindrical part with a hexagonal base in the lower right, and a series of concentric circles and arcs in the lower left. The color palette is dominated by shades of blue, purple, and yellow, with some red and white highlights.

**S. BENSAADA  
D. FELIACHI**

# **LE DESSIN INDUSTRIEL**

**Tome 2**

**Office des Publications Universitaires**



**S.BENSAADA**

**D.FELIACHI**

# **LE DESSIN INDUSTRIEL**

*Tome 2*

*Réimpression 2006*



**OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES**

*1, Place centrale de Ben-Aknoun (Alger)*



© OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES:01-2006

EDITION: 2.04.4550  
I.S.B.N : 9961.0.0673.9  
Dépôt légal : 2504/2003



## **INTRODUCTION**

Le contenu de cette deuxième partie est la suite du programme officiel du dessin industriel enseigné comme module aux étudiants de troisième année, option construction mécanique.

Pour la commodité de la présentation, les sujets traités dans cette partie ont été regroupés en quelques chapitres.

Il est possible et souhaitable de combiner les progressions de difficultés croissantes prévues dans chacun de ces chapitres. L'intérêt de l'étudiant sera stimulé par le changement des centres d'intérêt des exercices.

Le souci d'adapter le cours au niveau de culture technique des étudiants et d'assurer la liaison entre l'enseignement du dessin et celui des autres disciplines tels que la technologie de fabrication ou de construction et les travaux pratiques d'atelier en particulier, déterminera le chevauchement à prévoir entre les progressions.

Nous espérons que ces deux parties intitulées "Le Dessin Industriel" accorderont aux enseignants et aux étudiants un gain de temps appréciable et aideront ces derniers dans l'acquisition des connaissances nécessaires dans cette discipline difficile qui est le dessin technique.

LES AUTEURS



## 7. CLASSIFICATION DES DESSINS

### 7.1. Définition

En général, le dessin est une représentation graphique d'un objet à l'aide de traits.

Le dessin technique est l'art de représenter graphiquement des volumes ou objets sur des surfaces planes au moyen de tracés formés uniquement de lignes droites, courbes ou brisées et continues ou interrompues.

Le dessin technique est appelé aussi industriel parce qu'il est utilisé dans toutes les industries.

On classe un dessin selon sa nature, sa forme ou sa fonction.

### 7.2 Nature du dessin

Selon la nature du dessin, il existe les principaux groupes de dessins suivants :

#### 7.2.1 Le dessin géométrique

C'est un dessin qui reproduit les proportions géométriques d'un objet.

#### 7.2.2 Le dessin industriel

C'est un dessin exécuté selon les règles géométriques de la projection orthogonale.

#### 7.2.3 Le dessin à main levée

C'est un dessin effectué librement et sans soucis d'exactitude rigoureuse.

#### 7.2.4 Le dessin symbolique

C'est un dessin qu'on appelle schéma. Il ne comporte pas de formes propres mais exprime par des signes symboliques le fonctionnement des mécanismes de machines.

### 7.3 Formes du dessin

Du point de vue de la précision de la représentation, il existe plusieurs formes.

#### 7.3.1 Le croquis

C'est un dessin exécuté à main levée sans tenir compte de l'exactitude.



### 7.3.2 Le croquis coté

C'est un dessin sur lequel sont portées les dimensions.

### 7.3.3 L'esquisse

C'est un dessin primaire exécuté en traits fins pour permettre d'éventuelles rectifications ou modifications. Il est exécuté à l'aide d'instruments de traçage et de mesure à une échelle déterminée.

### 7.3.4 Le dessin

C'est une représentation graphique entièrement réalisée à l'aide des instruments de traçage et de mesure. Il représente l'étape finale d'une esquisse ou sa mise au net. Il doit être exécuté à une échelle précise.

### 7.3.5 Le schéma

C'est une représentation très simplifiée et symbolisée des formes. Exécutée avec ou sans échelle, il représente des fonctions ou des liaisons d'organes de machines et installations.

### 7.3.6 L'épure

C'est un tracé à caractère géométrique dont le but est d'être très précis pour la résolution graphique telle que la recherche de position ou de vraie grandeur.

### 7.3.7 Le graphisme

C'est un diagramme ou abaque exprimant les relations et fonctions entre deux ou plusieurs grandeurs par des courbes.

## 7.4 Fonctions d'un dessin

Une étude de réalisation vient en général compléter les deux fonctions fondamentales :

- exécution du dessin ou écriture.
- Expression du dessin ou lecture.

A cet effet on classe les dessins du point de vue des périodes successives d'une réalisation technologique.

### 7.4.1 Le dessin d'avant projet

A partir d'une idée donnée et parmi les solutions proposées ou préconisées, le dessin d'avant projet concrétise l'une d'elle dans ses grandes lignes. Il traduit l'étude primaire en précisant les détails ou choix opérés.



Le dessin d'avant projet fait apparaître les différentes phases importantes au projet telles que le fonctionnement ou mouvement, les formes des pièces constitutives principales et les encombrements.

#### 7.4.2 Le dessin de projet

C'est un dessin qui représente les détails des solutions retenues avec l'exactitude et la précision les plus grandes possibles. Il se base sur les dessins d'avant projet.

Il renseigne sur les matières employées, les jeux, tolérances, dimensions essentielles et toutes autres caractéristiques techniques utiles.

#### 7.4.3 Le dessin de définition

Il définit complètement et sans ambiguïté les exigences auxquelles le produit doit satisfaire dans l'état de finition qui est demandé et concerne généralement une seule entité. Il doit comporter le maximum de précisions à savoir les caractéristiques mécaniques ou physico-chimiques des matériaux, les limites de résistance, la cotation fonctionnelle et toutes autres caractéristiques nécessaire à la réalisation de cette pièce.

C'est un document qui établit la relation entre les personnes qui donnent les ordres et celles qui les exécutent et fait foi dans ces relations.

#### 7.4.4 le dessin d'ensemble

Il représente l'ensemble des pièces constitutives assemblées d'après les dessins de définition.

#### 7.4.5 Le dessin de fabrication

Il représente un assemblage de pièces ou semi-produits et précise les renseignements ou détails utiles à la fabrication ou à la transformation comme par exemple les cotes usinées et les tolérances.

#### 7.4.6 Le dessin d'opération

C'est un dessin de fabrication sur lequel sont indiquées les cotes à obtenir lors d'une opération d'usinage ou d'assemblage ainsi que les surfaces de serrage et d'appui. Il peut contenir la gamme d'usinage avec les régimes de couples et les procédures arrêtées.

#### 7.4.7 Le dessin de vérification

C'est un dessin qui indique avec précision les méthodes de vérification à employer dans le cas d'état de surface, masse, tolérance, ajustement, dimensions ou autres spécifications.



## 7.5 Croquis coté

C'est un dessin exécuté entièrement à main levée utilisé pour le relevé des formes et dimensions d'une pièce dont on ne possède pas le dessin ; son avantage est la rapidité d'exécution, mais certain entraînement est nécessaire. Le tracé des cercles est plus facile si l'on se guide avec le carré circonscrit.

On évalue les dimensions à l'œil, l'important n'est pas d'approcher la dimension réelle de très près mais de respecter les proportions relatives des différents solides. Après esquisse des vues au crayon dur, repasser les traits, d'un seul jet, de gauche à droite ou de bas en haut, avec un crayon tendre à mine arrondie afin d'obtenir une épaisseur régulière.

Les hachures, lignes de cotes et d'attache, sont exécutées en trait fin au crayon dur.

## 7.6 Dessin d'ensemble

### 7.6.1 Opportunité

Dès qu'une solution a été choisie pour résoudre un problème, généralement proposé sous la forme d'une représentation schématique, on établit un dessin définissant complètement cette solution, appelé dessin d'ensemble.

Tout mécanisme, machine ou équipement se compose de plusieurs pièces liées entre elles par un mode et éléments d'assemblage appropriés pour pouvoir assurer une fonction.

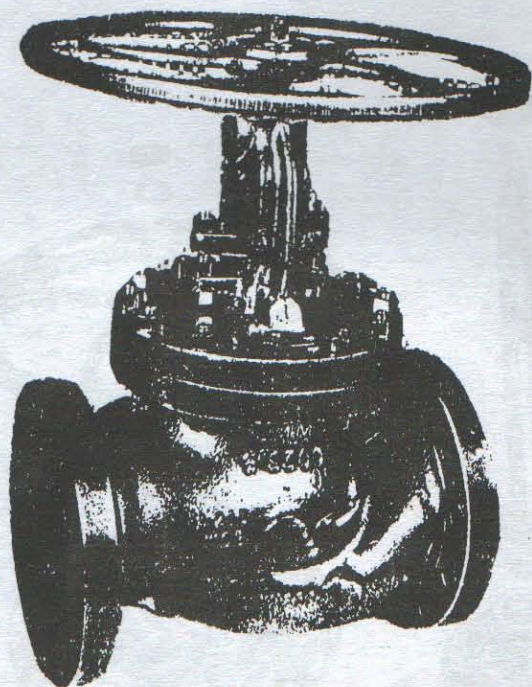
Pour mettre en évidence la manière dont chaque pièce est liée et montrer son rôle parmi les autres, on représente ce qu'on appelle un assemblage ou un dessin d'ensemble. La lecture d'un tel ensemble n'est possible que si la représentation est normalisée et le recours au dessin industriel est inévitable.

Nous représentons à titre d'exemple un robinet à soupape du type industriel dont la fonction est d'ouvrir ou de fermer le passage à un fluide lorsqu'elle est installée dans une conduite.

### 7.6.2 Perspective d'un ensemble

Sur la (fig 238), le robinet est dessiné en perspective ou en photo. Cette vue est insuffisante pour savoir les composantes de ce robinet, les différents mécanismes intérieurs et son mode de fonctionnement.



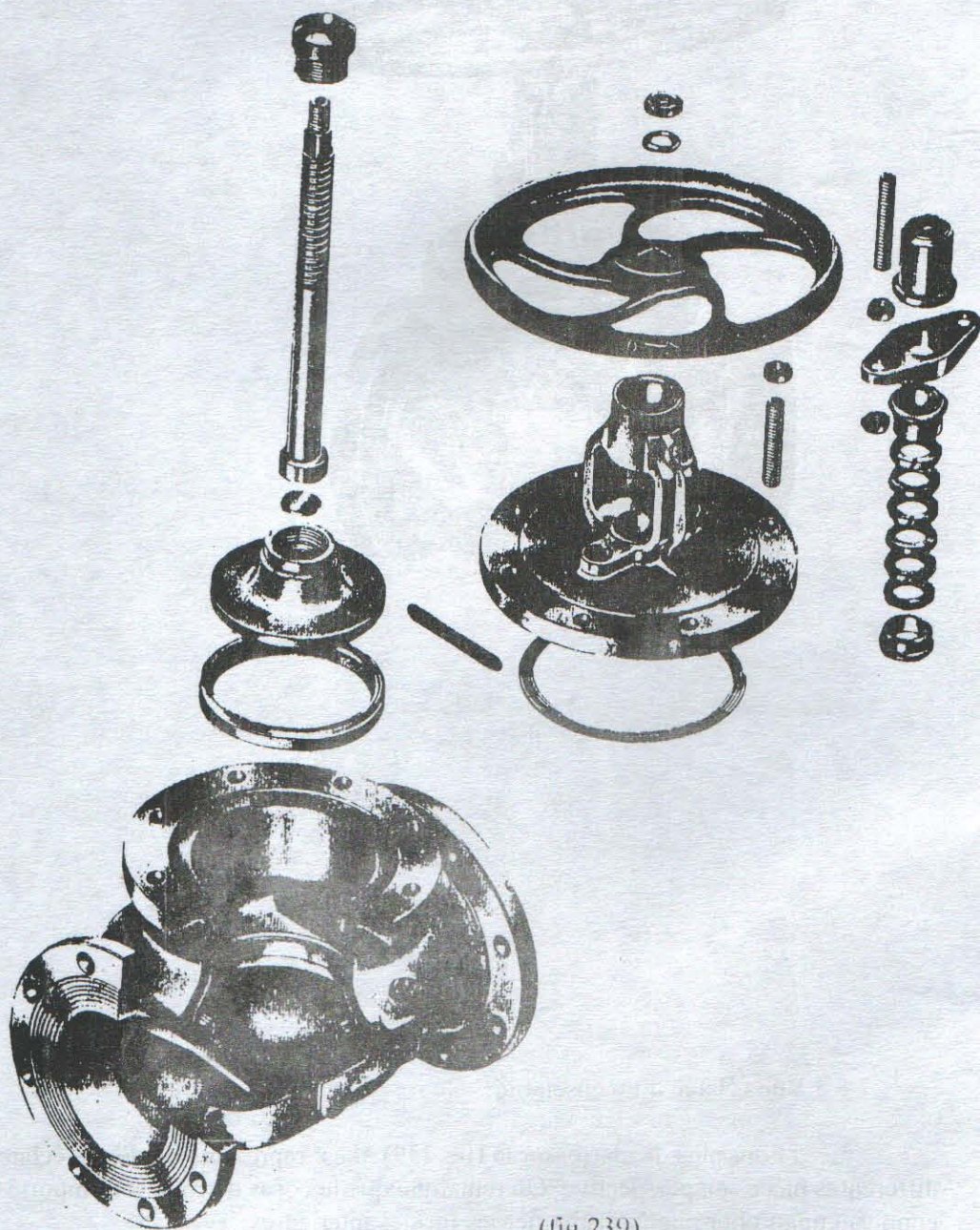


(fig.238)

### 7.6.3 Vue éclatée d'un ensemble

Pour plus de clarté, sur la (fig.239), il est représenté un dessin éclaté des différentes pièces en perspective. On remarque que le corps du robinet comporte une coupe au quart pour mieux distinguer les formes intérieures.





(fig.239)



#### 7.6.4 Dessin en coupe d'un ensemble.

Cependant ces deux dessins ne sont pas suffisants pour analyser le mécanisme, ils ne sont que complémentaires au dessin en coupe normalisé qui est représenté sur la figure








Cette coupe du robinet nous renseigne sur :

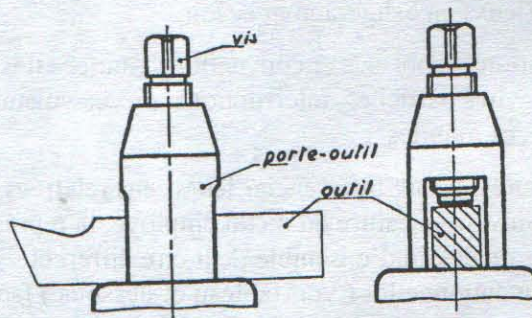
- le nombre de pièces.
- l'emplacement de chaque pièce.
- la liaison entre les pièces et les mouvements relatifs.
- le mode d'assemblage ou ajustement
- les éléments d'assemblage et leurs natures
- la nature des matériaux des pièces
- le principe de fonctionnement et l'utilisation
- la méthode de montage et de démontage
- les conditions fonctionnelles

Afin d'assurer tous ces renseignements nécessaires pour un dessin d'ensemble on doit :

- 1) Représenter tous les détails dans leurs positions relatives de fonctionnement. Commencer par la pièce principale et représenter ensuite, par ordre de montage, les pièces secondaires. Afin d'indiquer clairement les différentes liaisons, représenter, l'ensemble par une vue en coupe ou en demi-coupe, ensuite rectifier si le montage est rationnel.
- 2) Dans cette représentation mettre en évidence les conditions de fonctionnement (jeux) en exagérant au besoin.
- 3) Mettre en application les normes et conventions étudiées tels que hachures, sections, coupes, vues partielles, interruptions, pièces voisines, positions extrêmes des pièces mobiles.
  - Pour les hachures, il faut différencier leurs sens relatives à deux pièces adjacentes. Suivant la nature du métal employé, la représentation des hachures, sur un dessin d'ensemble peut être différente. L'emploi des hachures conventionnelles ( voir tableau ci-dessous ) facilite la lecture d'un ensemble ; cependant ces hachures ne précisent en aucun cas la nature exacte de la matière.
  - Afin de définir l'utilisation d'un montage ou de situer une pièce par rapport à une autre, il est parfois nécessaire de représenter un organe complémentaire appelé pièce voisine. La représentation de la pièce voisine se limitera à la représentation des ses formes générales auxquelles pourront s'ajouter des formes complémentaires définissant une liaison fonctionnelle avec l'organe principal. La pièce voisine, représentée par un trait continu fin, ne doit pas masquer la pièce principale (fig.240). Les hachures relatives à une pièce voisine, vue en coupe sont facultatives.



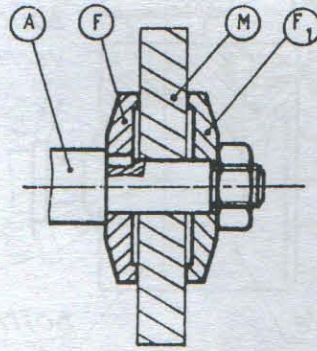
Matériaux	Représentation	Observations
Tous les métaux et alliages sauf ceux ci-dessous		hachures simples inclinées à 30° — 45° — 60° (trait continu fin)
Cuivre et alliages où domine le cuivre		hachures inclinées à traits alter- nativement continus et inter- rompus longs fins.
Métaux et alliages légers		hachures simples inclinées à traits continus fins, espacements inégaux alternés.
Antifriction et toutes matières coulées sur une pièce		hachures tracées dans le sens de la plus grande dimension de la section (trait continu fin).
Faibles largeurs à hachurer		Noircir la partie coupée
Matières plastiques, isolantes, garnitures (caoutchouc, fibre, papier, cuir, etc...).		hachures tracées les unes dans le sens de la plus grande dimension de la section, les autres à 45° par rapport aux premières.
Bois en coupe transversale — en coupe longitudinale		hachures irrégulières tracées à main levée (trait continu fin)



(fig.240)

La meule M, fig 241 considérée comme pièce voisine, est représentée en trait continu fin. Les flasques F et F<sub>1</sub>, l'arbre A et les organes de fixation sont représentés en trait continu fort.





(fig. 241)

- Il peut être nécessaire d'indiquer sur un dessin d'ensemble les positions extrêmes que peut occuper, dans un mécanisme, un organe ou pièce mobile.

La représentation de ces positions caractéristiques a pour but de faire mieux comprendre les principes fonctionnels du mécanisme.

La représentation de l'organe mobile dans ses positions extrêmes se limitera à la représentation de ces formes générales (contenu extérieur).

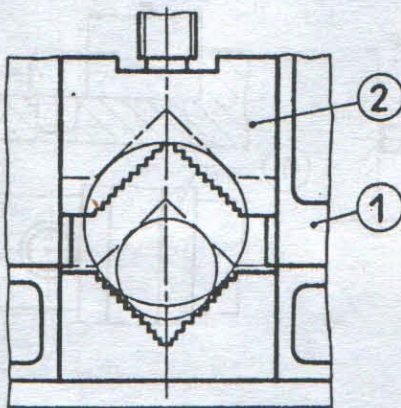
Les différents tracés seront exécutés suivant un trait mixte fin.

La figure 242 représente l'ensemble partiel d'un étau utilisé pour le travail des tubes.

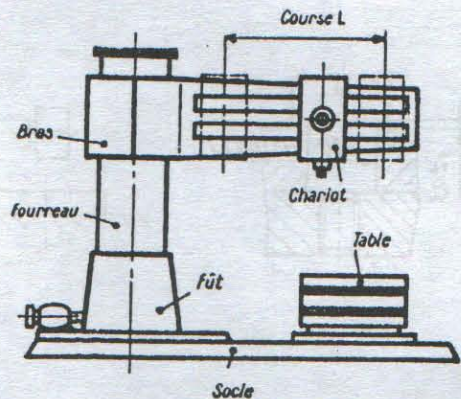
Le mors supérieur 2, qui coulisse le long d'un bâti a été représenté en trait mixte fin dans ses positions extrêmes et qui font apparaître la capacité de l'étau.

Aussi la figure 243 représente le cours du chariot porte-broche d'une perceuse radiale.

La course peut être aussi angulaire pour le déplacement d'une rotule à l'intérieur de son boîtier (fig. 244).

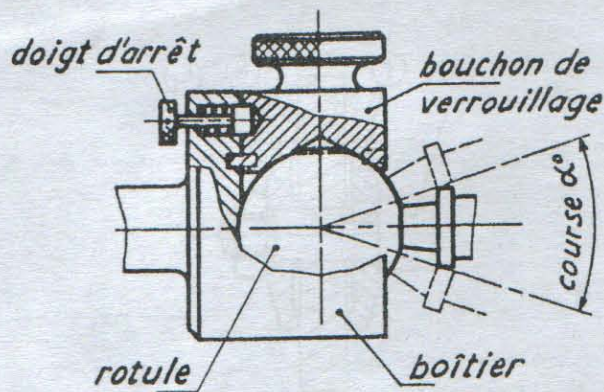


(fig. 242)



(fig. 243)



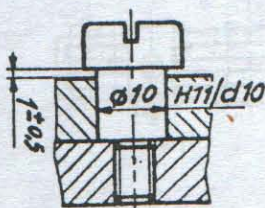


(fig. 244)

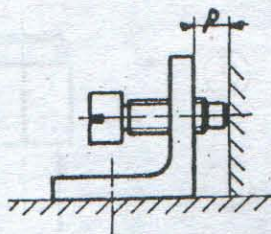
4) Coter, éventuellement les ajustements, les encombrements, les conditions de fonctionnement.

Sur un dessin d'ensemble la cotation est réduite ; l'état de surface n'est pas indiqué. Cette cotation peut éventuellement comprendre :

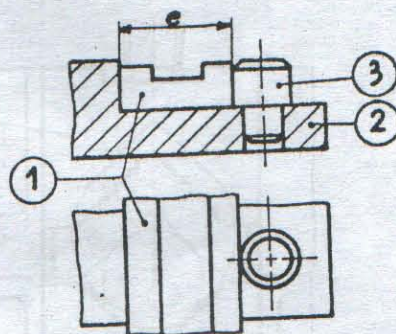
- Des cotes de jeux (fig. 245) ces cotes expriment les conditions de fonctionnement et de montage. Les jeux peuvent être indiqués soit par un symbole ISO (exemple 10H11/d10), soit par une cote nominale suivie de la valeur numérique des deux écarts limites indiqués en mm (ex :  $1 \pm 0,5$  ou  $0,5 \leq j \leq 1,5$ ).
- Des cotes de position (fig. 246) ces cotes peuvent être liées à une pièce voisine de l'ensemble (ex : cote p).
- Des cotes d'encombrement, de passage (fig. 247) la cote e détermine le passage de la pièce (1) entre la pièce (2) et le guide (3).
- Des cotes de course linéaire ou angulaire fig. et



(fig. 245)



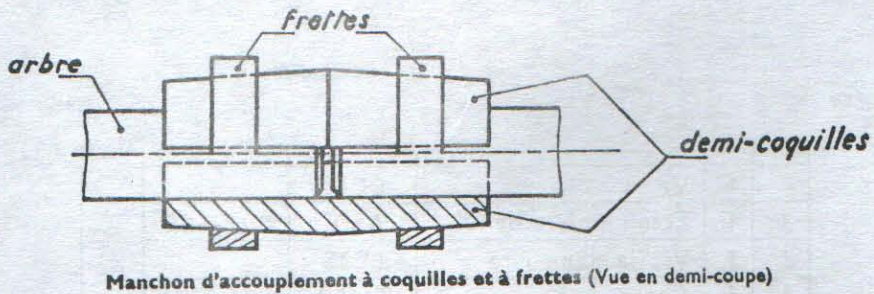
(fig. 246)



(fig. 247)



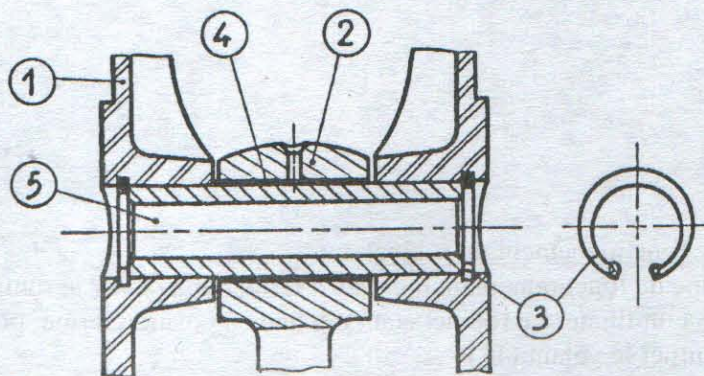
- 5) Afin de ne pas surcharger le dessin, la des arêtes cachées peut se limiter à la nécessité de définir complètement et sans ambiguïté chaque détail. Donc il est permis de limiter la représentation des formes cachées aux seules formes devant apporter un détail particulier nécessaire à la compréhension du montage. Sur la vue en demi-coupe (fig.248) seules les formes cachées se rapportant aux demi coquilles ont été représentées. Dans certain cas la représentation des formes cachées peut être totalement supprimée (fig.249).



(fig.248)

Sur la figure 249, le corps de piston (1) en alliage léger, et la bielle (2) en acier matricé sont hachurés différemment. Les circlips (3) et la bague (4) de faible épaisseur sont noirs.

le corps de piston (1) en alliage léger, et la bielle (2) en acier matricé sont hachurés différemment. Les Circlips (3) et la bague (4) de faible épaisseur sont noirs.




(fig.249)

- b) Représenter chaque détail par un chiffre dans un ordre croissant, en respectant si possible l'exécution du montage. Donc chaque pièce est accompagnée, sur le dessin d'ensemble, d'un repère chiffré inscrit dans un cercle de diamètre 8 à 10, tracé en trait continu fin, et relié à la pièce correspondante par une ligne tracée également en trait continu fin. Pour obtenir une meilleur présentation et simplifier les recherches, il est recommandé d'aligner les repères suivant le sens horizontal ou vertical. Les lignes d'attache sont inclinées de façon telle



qu'on ne puisse pas les confondre avec une ligne du dessin. Leur extrémité sera renforcée d'un point très apparent.

- 7) Rédiger la nomenclature qui est un tableau récapitulatif comprenant les renseignements essentiels se rapportant à chacune des pièces qui constituent l'ensemble. Elle est composée de colonnes disposées au dessus du cartouche d'inscription. Sa largeur correspond à celle du cartouche d'inscription voir tableau ci-dessous.

4	1	Vé	CC45	
3	1	Écrou moleté de 10	A50	E 27-455
2	1	Vis de manœuvre	CC35	
1	1	Corps	Ft15D	modèle N°31
Rep. Nb.	Désignation		Matière	Observat <sup>ns</sup>
ÉCHELLE 1		 VÉ RÉGLABLE	77-02-08 3H	
			BERNON BEP 1	
			MASSE 2Kg	
C.E.T LE VIGEAN				
A3. N°12				

#### 7.6.5 Principe de fonctionnement du robinet.

Le principe de fonctionnement consiste à fermer et à ouvrir le robinet pour céder le passage à un fluide. Le robinet étant dessiné en position fermé, pour l'ouvrir il suffit de faire tourner le volant (17).

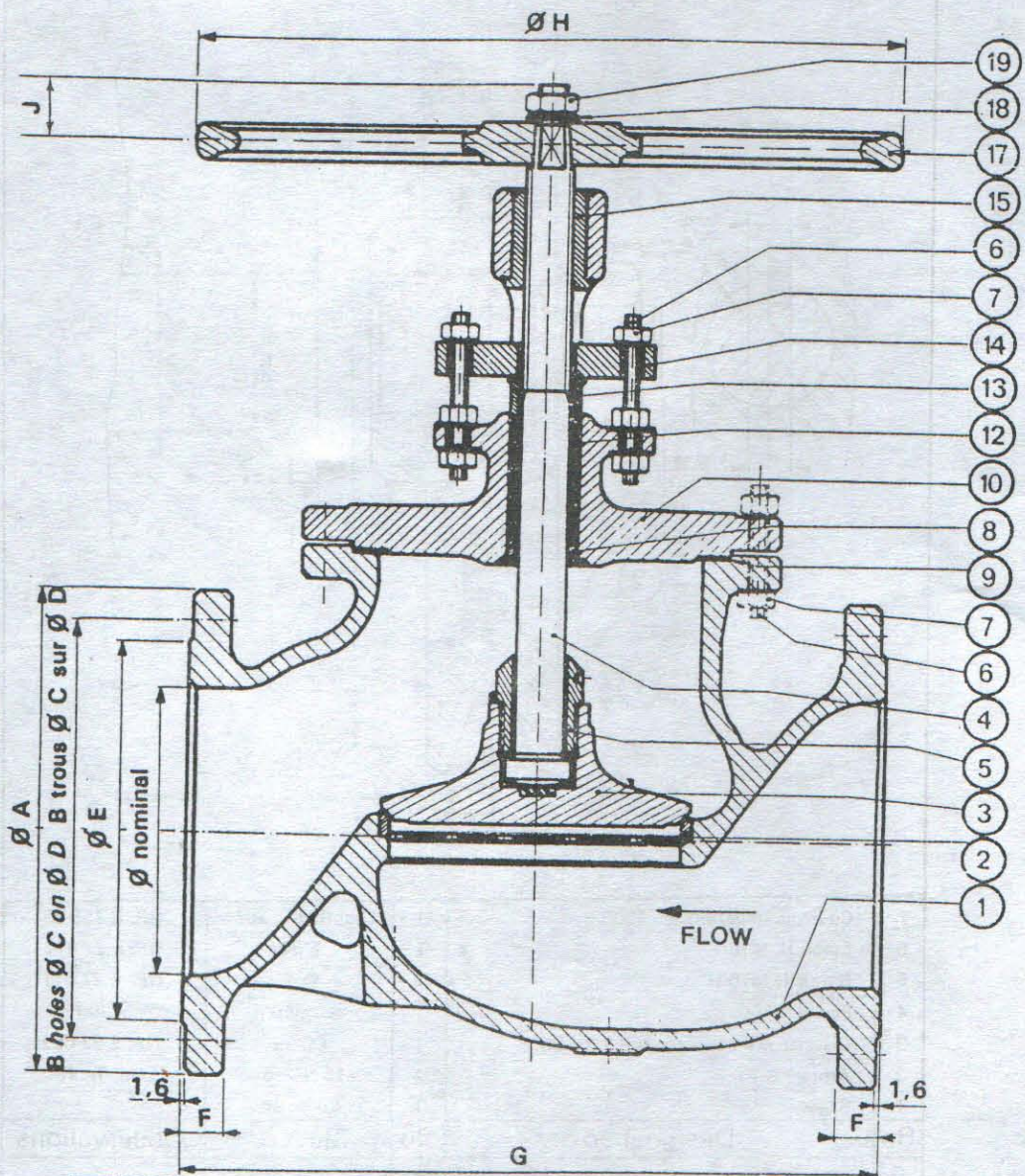
Celui-ci étant solidaire avec la tige (4) en formant une liaison complète démontable par l'intermédiaire du système à filetage serré par l'écrou (19). Donc si le volant (17) fait une rotation autour de son axe, la tige (4) subit la même rotation.

La tige est filetée au niveau de l'écrou de tige (15). En tournant la tige (4) autour de l'écrou (15), sous l'effet du filetage du système vis écrou par liaison hélicoïdale, la tige (4) monte ou descend en fonction du sens de rotation du volant.



La tige (4) est solidaire avec le clapet d'étanchéité (3) à l'aide de l'écrou de blocage du clapet (5). Si la tige (4) se soulève, elle entraîne avec elle le clapet (3). Une fois que le clapet (3) quitte son siège, usiné dans le corps (1), libère le passage au fluide et le robinet est ouvert. Le passage est maximum en fin de course de la tige (4) ou après quelques tours du volant (17).

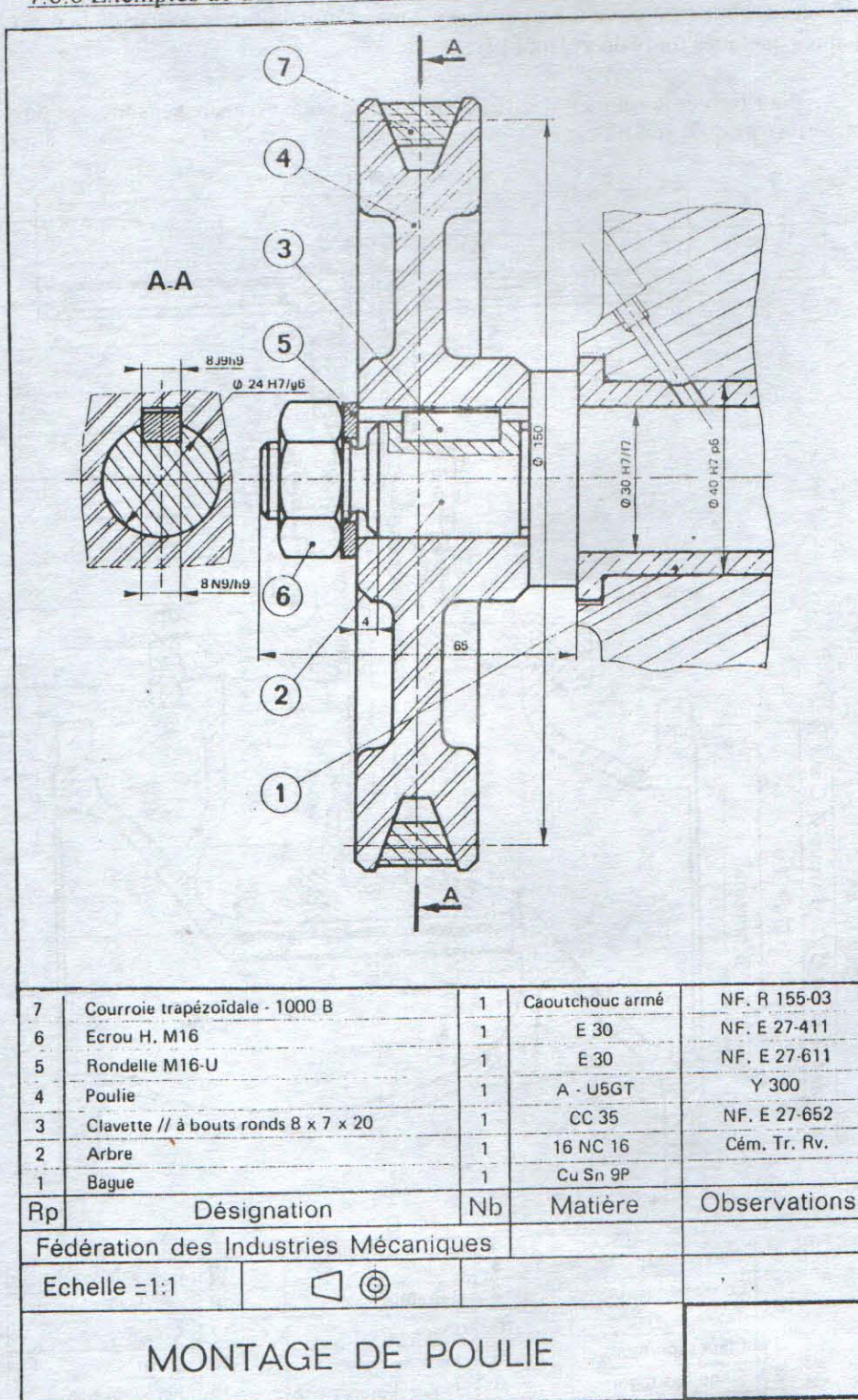
Pour fermer le robinet, il suffit de tourner le volant dans le sens inverse de l'ouverture jusqu'à son blocage.



6	Tige filetée	13	Fouloir	19	Ecrou de volant
5	Ecrou de clapet	12	Garniture	18	Rondelle
4	Tige	10	Chapeau	17	Volant
3	Clapet (portage)	9	Joint	16	Grain
2	Siège (portage)	8	Bague d'étanchéité	15	Ecrou de tige
1	Corps	7	Ecrou	14	Bride de fouloir

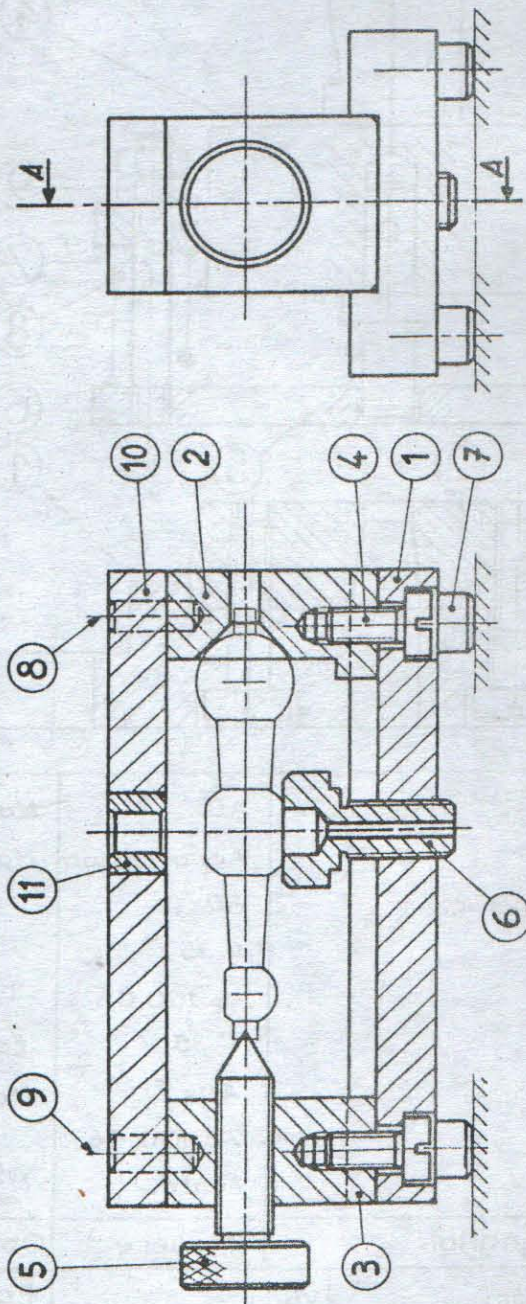


# 7.6.6 Exemples de dessins d'ensemble en coupe



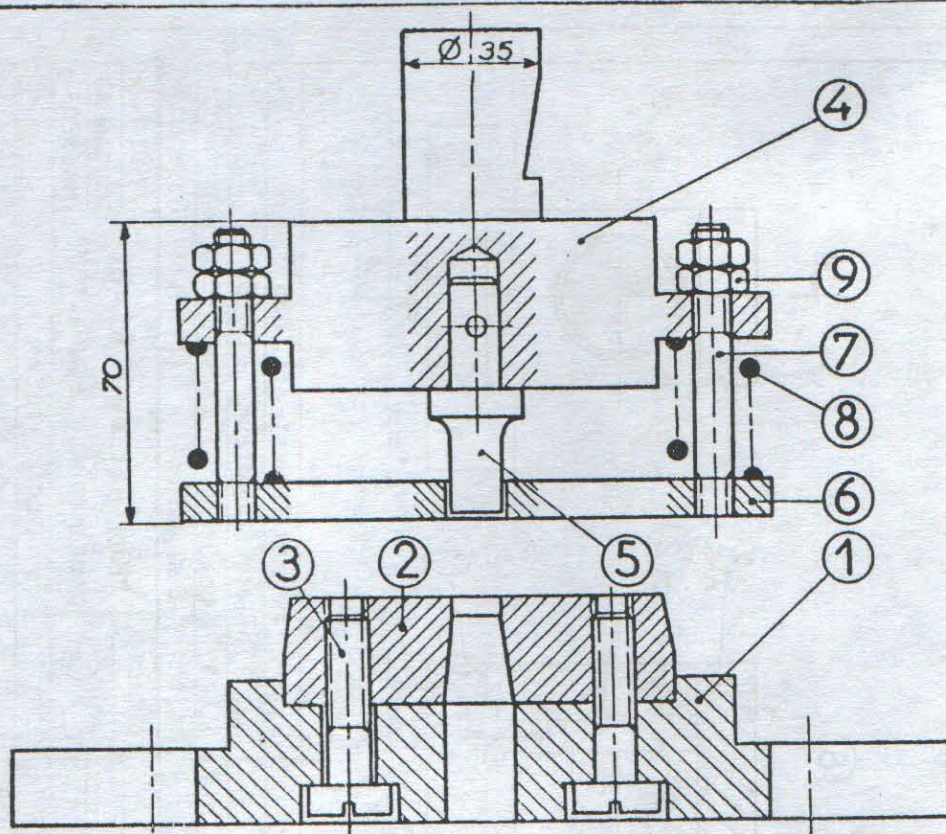


Coupe A.A



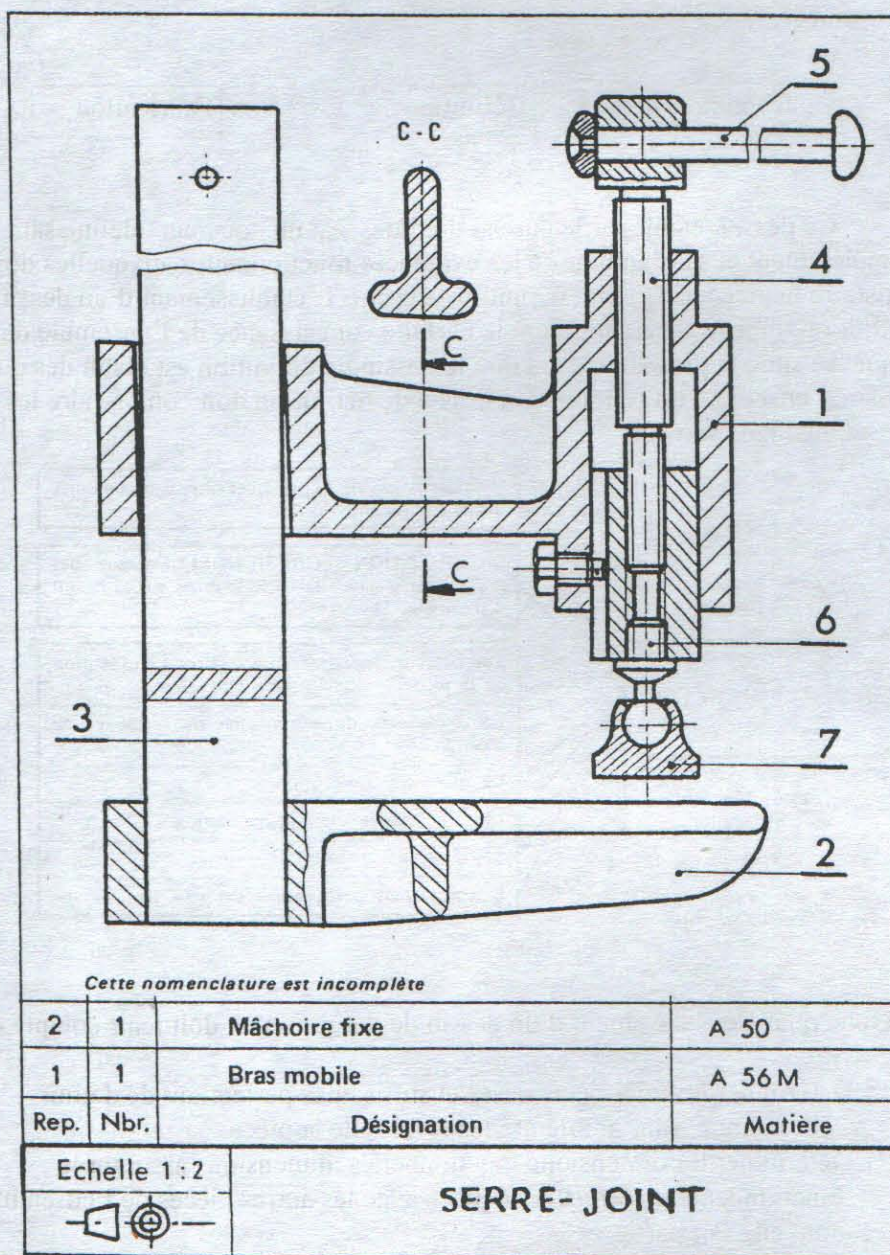
11	1	Canon de perçage D6B	Ac. fondu	E21-001	3	1	Support de pointe	CC35		Observat 3
10	1	Plaque porte-canon	CC35		2	1	Flasque-centreur	CC35		
9	1	Goupille de position	16NC6	ø 5x12	1	1	Semelle	CC35		
8	1	Goupille de position	16NC6	ø 4x12	Rep. Nb.		Désignation		Matière	
7	4	Pieds	XC48		ÉCHELLE 1					
6	1	Siège réglable	E36							
5	1	Pointe	XC10							
4	2	Vis C, M5-12	E26	E27-115						
Rep. Nb.		Désignation	Matière	Observat 3						
MONTAGE de PERÇAGE pour manivelle équilibrée										77-03-143H D.JEAN A3 MASSE 0,7Kg
C-E-T LE VIGEAN A3.N°11										





9	4	Ecrou. H8.	ADx.	Magasin 2.
8	2	Ressort.	Ac. à ressort	Magasin 3.
7	2	Guide d'éjecteur.	ADx.	
6	1	Ejecteur.	C.35.	
5	1	Poinçon.	Ac.100 C6.	
4	1	Porte-poinçon.	C.35.	Forgé.
3	2	Vis C8.	ADx.	Magasin 2.
2	1	Matrice	Ac.100 C6.	
1	1	Socle	Fonte.	M <sup>e</sup> 2145.1
Rep.	Nb.	Désignation	Matière	Observations
12-3-54		Dessiné par:	Visa :	Echelle : 1.
OUTIL À DÉCOUPER.				S.C.I.M.
				23-516

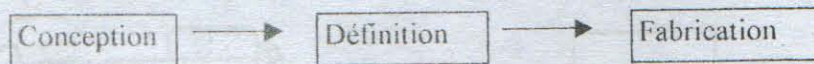




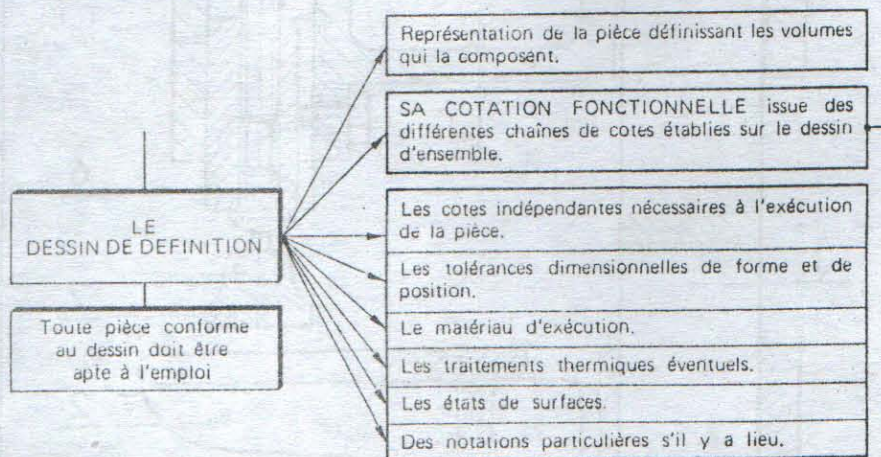


## 7.7 Dessin de définition

Un dessin de définition de produit fini est un document destiné à faire foi dans les relations entre services de conception (Etudes) et services de réalisation (ateliers).



Ce dessin, établi par le bureau d'études, est un document définissant complètement et sans ambiguïté les exigences fonctionnelles auxquelles doit satisfaire la pièce dans l'état définition prescrit. L'établissement d'un dessin de définition impose nécessairement la parfaite connaissance de l'ensemble dans lequel se situe le produit, c'est à dire le dessin de définition est établi dès que le dessin d'ensemble est terminé. Un dessin de définition doit comprendre les renseignements suivants :



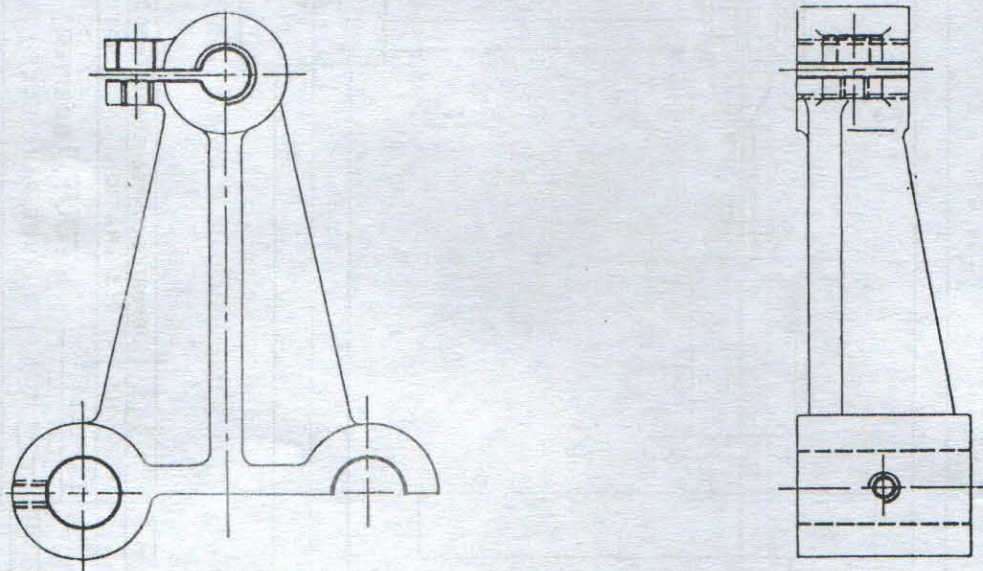
Donc pour l'établissement d'un dessin de définition on doit tenir compte de :

- 1) Déterminer les vues nécessaires et suffisantes permettant de définir clairement et sans ambiguïté les formes de la pièce.
- 2) Déterminer les dimensions fonctionnelles, dimensions assurant le fonctionnement correct de la pièce avec les autres pièces de l'ensemble dont elle fait partie.
- 3) Pour le choix des vues, représenter la pièce dans sa position de montage, choisir comme vue de face, la vue où apparaîtront les formes caractéristiques de la pièce. Si la vue est jugée insuffisante, exécuter une ou deux vues complémentaires. S'il le faut ramener la pièce dans une position particulière de manière à en faciliter le tracé. Si la ou les vues considérées comportent des formes cachées exécuter des coupes, des demi-coupes, des sections etc...
- 4) Le choix de l'échelle est fonction de l'importance dimensionnelle de la pièce à représenter et du format utilisé. Le plus souvent on adopte l'échelle 1.



- 5) La représentation des éléments fonctionnels de la pièce en trait fort (fig.250) (surfaces de liaison planes ou de révolution, axes de référence etc...).

La représentation des éléments non fonctionnels de la pièce en trait fin, ils relient (cas de nervures) ou enveloppent (cas de portées cylindriques) les éléments fonctionnels de la pièce.



(fig.250)

- 6) Indiquer en premier lieu, les cotes fonctionnelles. Ces cotes définissent, en forme et en position les éléments fonctionnels de la pièce.  
Indiquer ensuite les autres cotes (cotes non fonctionnelles) définissant la forme et, le cas échéant, la position des éléments non fonctionnels.
- 7) Le dessin de définition doit comporter d'autres indications complémentaires tels que, état de surface, tolérance de forme et de position, hachures, cartouche d'inscription, matière, masse etc...

La figure 251 représente un dessin d'ensemble d'un tour à bobiner et à partir de ce dessin on a exécuté le dessin de définition de l'élément 1 qui est le support de contre-pointe (fig.252).

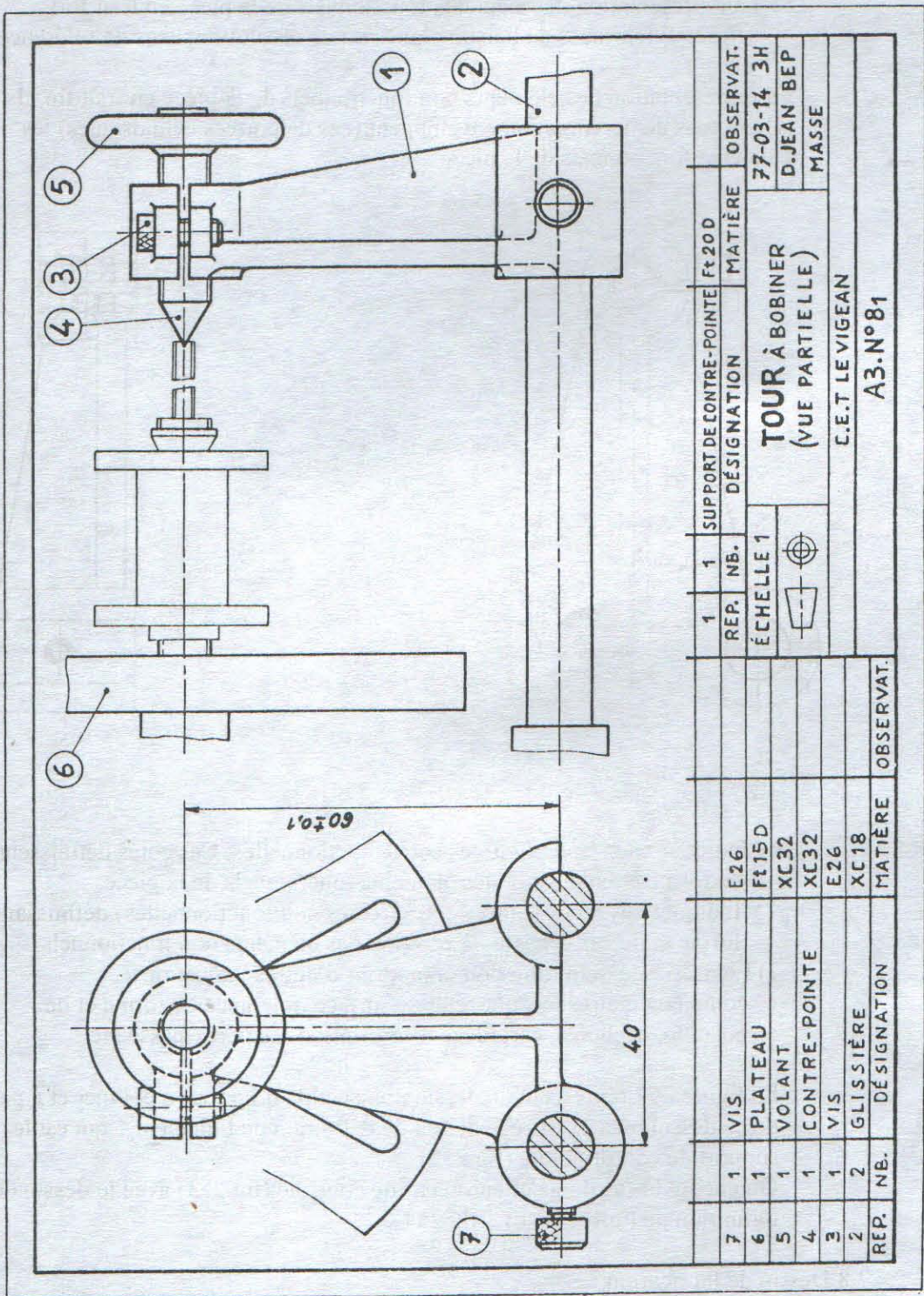
Ou encore le cas du galet enrouleur de courroie (fig.253) avec le dessin de définition de l'arbre (axe) 3 fig.254.

## 7.8 Dessin de fabrication

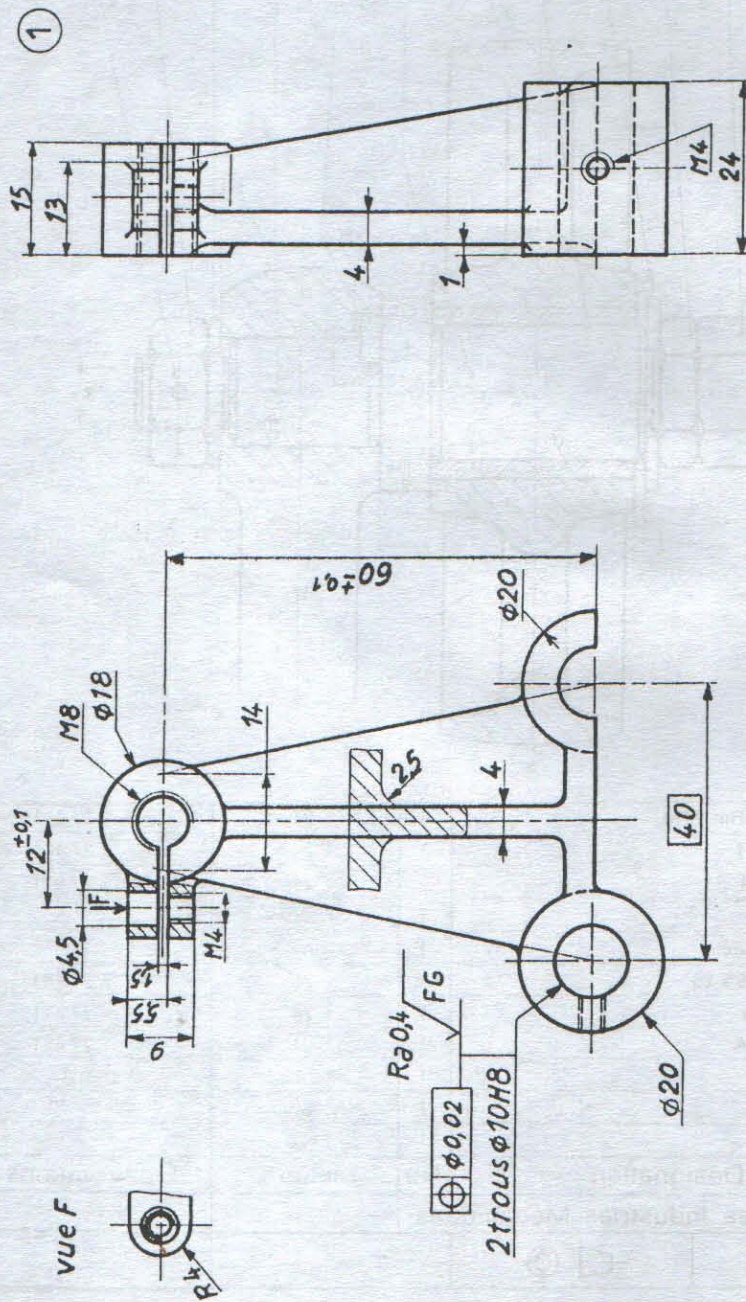
Le dessin de fabrication est établi après l'exécution du dessin de définition, c'est à dire lorsque l'on envisage la réalisation de la pièce et il est établi sur la base du dessin de définition de la pièce.


Il représente un assemblage de pièces ou semi-produits tout en tenant des moyen d'obtention mis en œuvre et précise les renseignements ou détails utiles à la





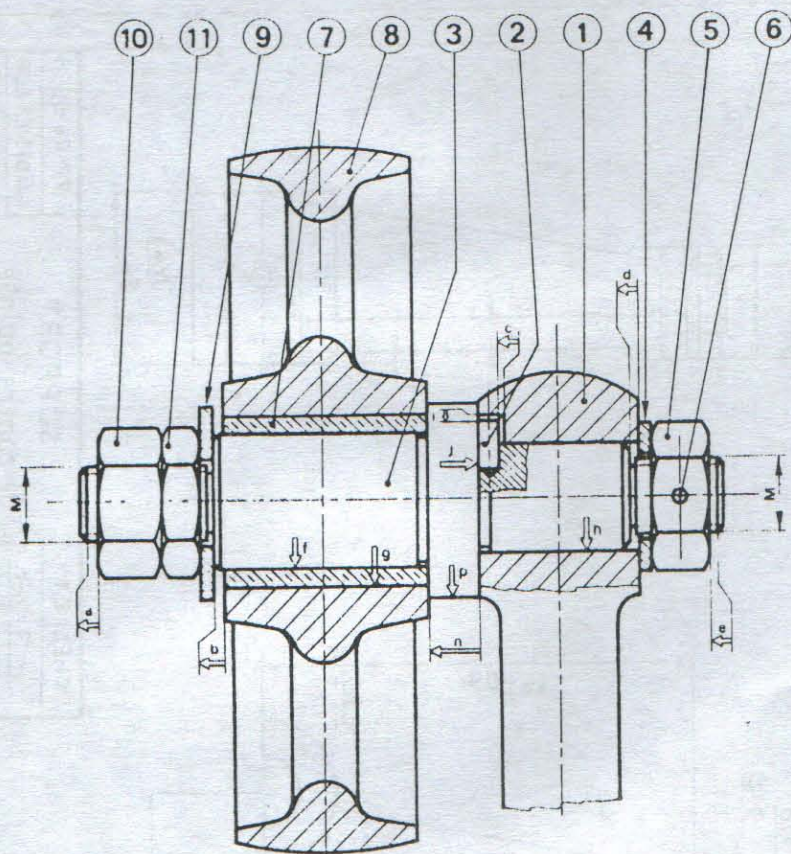





ÉCHELLE 1		SUPPORT	77-04-053H
		de contre-pointe	J.DIDIER BEP
			Ft 20D
C.E.T LE VIGEAN			
			A4.N°82

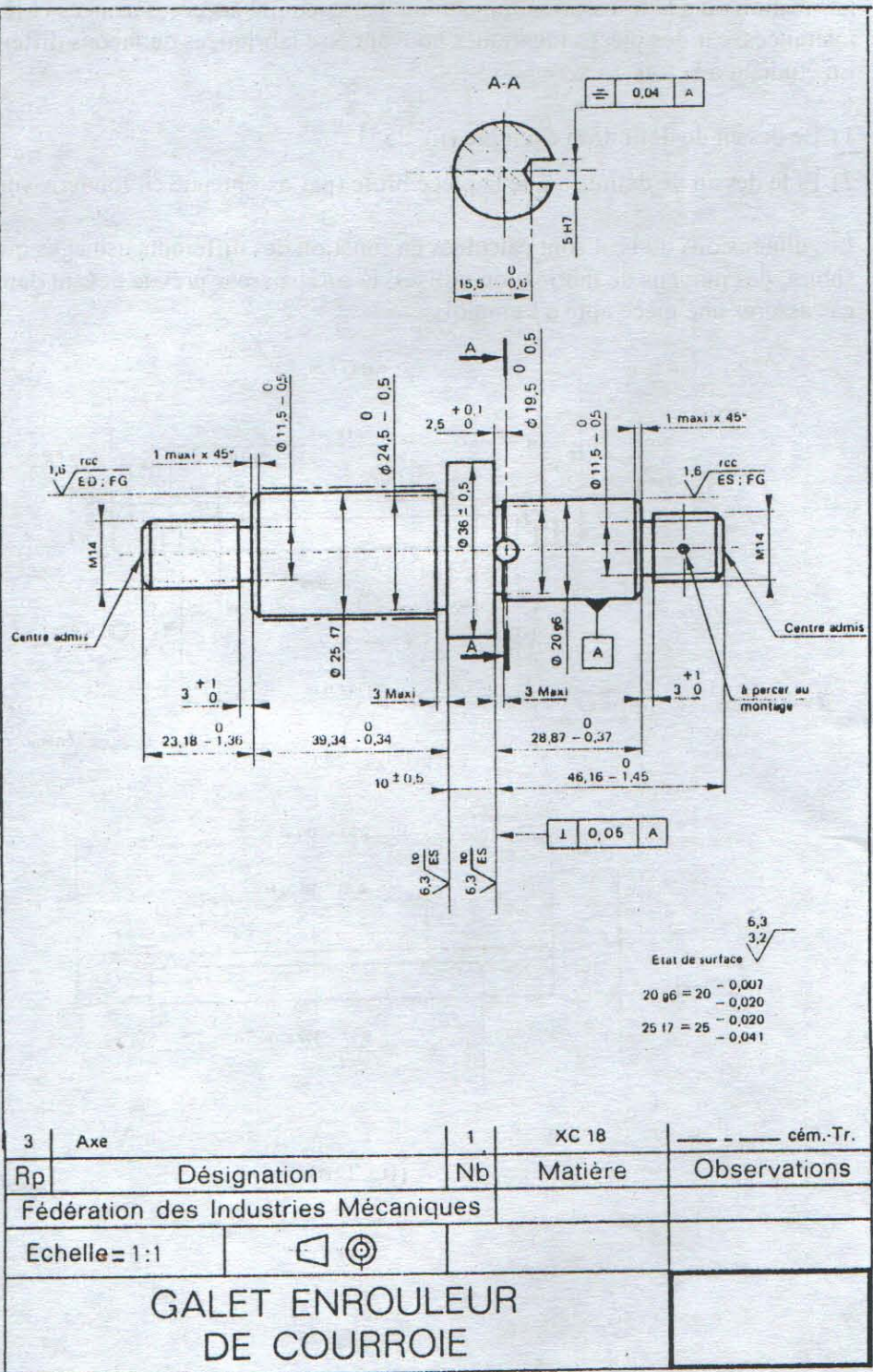
congés non cotés R2





11	Contre-écrou Hm. M14	1	E 24	NF. E 27.411
10	Ecrou H. M 14	1	E 24	NF. E 27.411
9	Rondelle L 14	1	E 24	NF. E 27.611
8	Poulie	1	Ft 20	
7	Bague intérieure	1	Cu Sn 8 P	
6	Goupille I. 3,5 x 25	1	E 26	NF. E 27.481
5	Ecrou H.M 14	1	E 24	NF. E 27.411
4	Rondelle M 14	1	E 24	NF. E 27.611
3	Axe	1	XC 18	Cém.Tr.
2	Ergot	1	Ac. Stub	Ø 5 x 10
1	Support	1	Ft 20	
Rp	Désignation	Nb	Matière	Observations
Fédération des Industries Mécaniques				
Echelle=1:1				
GALET ENROULEUR DE COURROIE				







24



3) Etablissement de la gamme d'usinage avec le dessin de fabrication (fig.257)

LA GAMME D'USINAGE

N°	Opérations	Croquis	Machines
20	Tournage	3 touches à 120° sur $\psi$ e	TP
	<u>Sous phase A</u>		
	Une pièce en montage standard		
	Référentiel de départ défini par		
Ma p	Appui plan 1, 2, 3 sur brut (cote X)		
	Centrage court 4, 5 sur brut		
Ma p	Mors striés à serrage concentrique	X à calculer	
	a) Dresser (1) cote X b) Aleser (2) $\phi 92 \pm 0,025$		
	<u>Sous phase B</u>		
	Une pièce en montage standard		
	Référentiel de départ défini par		
Ma p	Appui plan 1, 2, 3 sur 1 (cotes $b \pm 0,1$ , a, t)		
	Centrage court 4, 5 sur 2		
	$\phi 0,194 \pm A$		
Ma p	Système à serrage concentrique		
	a) Dresser (3) cote b		
	n) Charioter (4) $\phi 190 \pm 0,25$		
	c) Exécuter chanfrein (5) cote v		
	d) Charioter (6) $\phi 136 \pm 0,25$		
	e) Dresser (7) cote $b \pm 0,1$		
	REMARQUE Ma p = Mise en position Ma p = Maintien en position		
30	Perçage		

(fig.258)



Done en conclusion les extraits de gamme d'usinage précédents montrent que les cotes du dessin de définition et les cotes à vérifier en cours d'usinage peuvent être différentes.

- 1) Des peices identiques peuvent être fabriquées selon des modes opératoires différents.
- 2) A chaque phase correspond un dessin de phase.
- 3) Pour un même dessin de définition ,il peut donc y avoir plusieurs dessins de phase.
- 4) Le dessin de phase découle donc toujours de l'étude d'une gamme d'usinage établie d'après le dessin de définition.
- 5) Toute cote figurant à la fois sur le dessin de difinition et sur le dessin de phase et une cote directe.
- 6) Toute cote de fabrication ne figurant pas sur le dessin de définition , est une cote transférée.
- 7) Il y a transfert de cotes lorsque l'on substitue à des cotes de définition, des cotes de fabrication.
- 8) Cette substitution doit bien entendu et dans tous les cas , conserver à la pièce ses qualités d'abitude à l'emploi.



## 8. ROULEMENTS

### 8.1 Généralités.

Considérons un cylindre A de rayon  $r$ , de poids  $P$ , reposant sur un plan horizontal B (fig.259), par suite de la déformation mutuelle des 2 corps, il faut pour faire rouler A sur B exercer un effort  $F$  d'où la réaction  $N = -P$ .

La réaction tangentielle  $T = -F$  (résistance au roulement).

L'équation de moments  $F.l = P.\delta$

$$\Rightarrow F = \frac{P.\delta}{l} \approx \frac{P.\delta}{r}$$

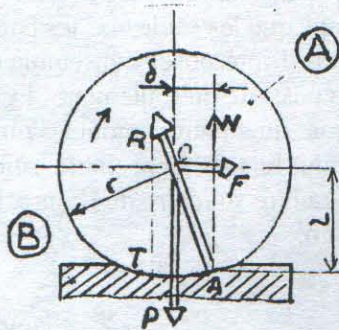
$\delta$  coefficient de résistance au roulement (longueur).

La résistance au roulement est donc proportionnelle à la charge normale  $P$ , au coefficient de résistance et inversement proportionnelle au rayon  $r$ .

Le coefficient  $\delta$  est d'autant plus faible que les matériaux en contact sont plus durs.

Pour les même matériaux en contact, le terme  $\delta/r$  est beaucoup plus faible que le coefficient de frottement à sec  $f$ .

La résistance au roulement est donc beaucoup plus faible que la résistance au glissement à sec c'est pourquoi on préfère les guidage en rotation que les guidages en glissement.



(fig.259)

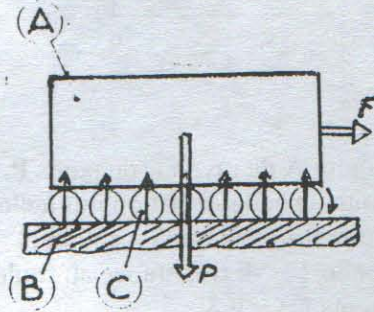
### 8.2 Principe d'utilisation des roulements.

Chaque fois que, dans un guidage en rotation, on veut substituer au frottement de glissement, un frottement de roulement dont le coefficient de résistance est beaucoup plus faible et la diminution de ce dernier améliore le rendement, en réduisant les pertes d'énergie.

- 1) Considérons la figure 260 pour déplacer un bloc en acier, on peut, au lieu de le faire glisser sur le sol, le monter sur des rouleaux ; la charge est équilibrée par les réactions des rouleaux ; pendant le mouvement, il y a simultanément roulement du bloc A sur les rouleaux et roulement de celui-ci sur le sol ; le bloc avance donc deux fois plus vite que les rouleaux, qui restent en arrière et que l'on remplace en avant ; c'est ce principe qui est

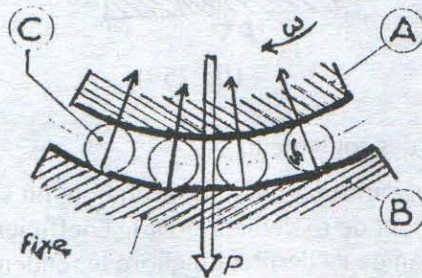


utilisé dans le guidage en translation par roulement sur galet ou sur roulement à aiguilles.



(fig. 260)

- 2) De même pour faire tourner un arbre A dans un support fixe B (fig. 261) on peut au lieu de le faire glisser sur B, le monter sur des rouleaux C ; ici encore on y a double roulement de A sur C et de C sur B, et l'arbre tourne plus vite que les rouleaux, qui restent en arrière ; pour éviter de reporter ces galets vers l'avant, il suffit de placer des galets sur toute la circonférence entre A et B, seuls les galets inférieurs supportent la charge, mais ils participent tous au roulement. On voit que la résistance au glissement est remplacée par une double résistance au roulement ; par ailleurs, le fonctionnement est le même si A est fixe et B tournant. Pratiquement, il est difficile d'ajuster avec précision les rouleaux entre l'arbre et son support ; d'autre part, les matériaux constitutifs de A et B sont souvent d'une dureté insuffisante, et ils s'useraient rapidement ; il est donc préférable de fabriquer, en même temps que les rouleaux, les chemins de roulement extérieur et intérieur, puis d'interposer l'ensemble entre l'arbre et le support ; cet ensemble constitue un roulement ; il y a cependant exception pour les aiguilles, qui sont quelquefois montées directement entre l'arbre et son support. Bien entendu, lorsque l'ensemble est complet, le chemin de roulement intérieur devra être solidaire de l'arbre, le chemin de roulement extérieur solidaire du bâti.



(fig. 261)

### 8.3 Constitution d'un roulement (fig 261.b)

Un roulement est un organe qui assure à lui seul plusieurs fonctions principales tels que :



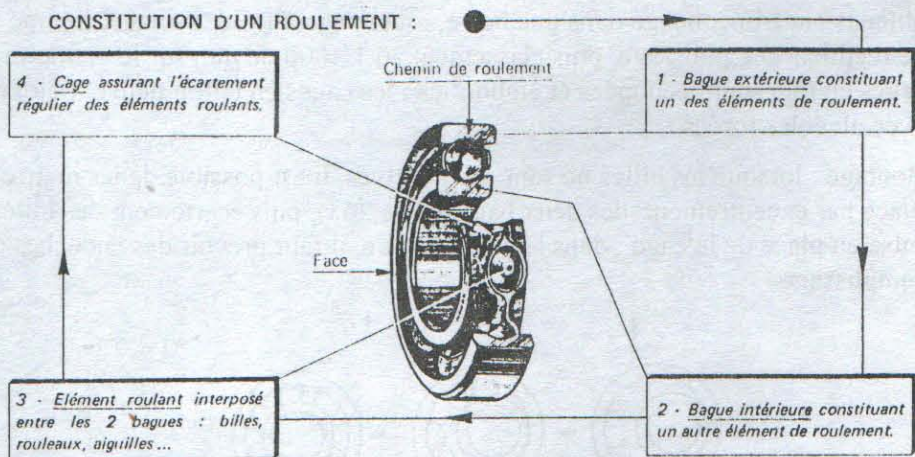
- le positionnement d'un arbre par rapport à son logement.
- La rotation précise avec le minimum de frottement.
- Transmission des efforts radiaux et/ou axiaux.

L'analyse des différentes caractéristiques des roulements et de leurs limites permet d'établir des critères de choix :

- 1) La fonction positionnement est définie par les modes de liaisons possibles entre le roulement et son environnement, ainsi que par son jeu radial et axial ( précision de position).
- 2) La fonction rotation est caractérisée par une vitesse maximale possible liée au frottement et un faux-rond de rotation (précision de rotation).
- 3) La fonction transmission des efforts est caractérisée par l'aptitude du roulement à encaisser des charges radiales, des charges axiales ou les deux à la fois, et par l'endurance que l'on peut en attendre (durée de vie).

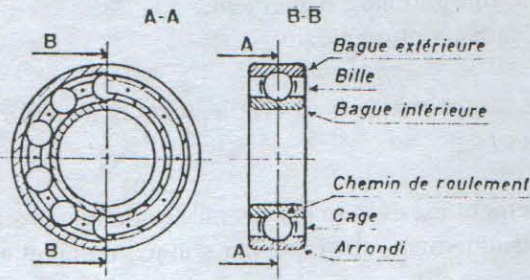
Un roulement comporte donc (fig.262 et 263) :

- a) ses éléments de roulement : billes sphériques, rouleaux cylindriques ou coniques, aiguilles etc...
- b) une cage ; destinée à maintenir les éléments de roulement à leur écartement et à empêcher tout frottement entre eux.
- c) Deux bagues (ou rondelles pour les butées), portant les chemins de roulement extérieur et intérieur.



(fig.261) .b





(fig.262)

On appelle logement l'élément du mécanisme où s'insère le roulement, on a donc une liaison fixe entre la bague extérieure et le logement. L'élément qui vient s'insérer dans la bague intérieure est généralement un arbre, ce qui implique une liaison fixe entre celui-ci et la bague intérieure.

#### 8.4 Construction

- 1) Matériaux : les éléments de roulement et les bagues sont en acier de grande dureté ( $HB = 650$ ) contenant environ 1 % de carbone, 1,5 % de chrome, 0,4 % de manganèse, etc. (symbole : 100 C6) ; les cages sont en laiton, en acier doux, en alliage léger ou en matière plastique.
- 2) Usinage : les bagues sont d'abord tournées ; elles subissent ensuite une trempe suivie d'un revenu, puis elles sont rectifiées et polies ; billes et rouleaux sont obtenus par tronçonnage dans une barre, estampage à froid, usinage, trempe suivie de rectification, polissage, puis classement au 1/1000 de mm sur le diamètre. Les cages en tôle sont découpées et embouties ; les cages en laiton peuvent être usinées, avec alvéoles forées.
- 3) Montage : lorsque les billes ne sont pas jointives, il est possible de les mettre en place par excentrement des deux bagues (fig.263), puis écartement des billes et mise en place de la cage ; dans le cas contraire, il faut prévoir des encoches de remplissage.



(fig.263)



## 8.5 Différents types de roulements

### 8.5.1 Classification des roulements

La classification des roulements est défini :

- d'après la forme de l'élément de roulement (roulement à bille, à rouleaux, à aiguilles etc...).
- d'après le mouvement relatif des 2 bagues (roulements rigides ou roulement à rotule).
- D'après la direction de la charge principale (roulements ou butées).

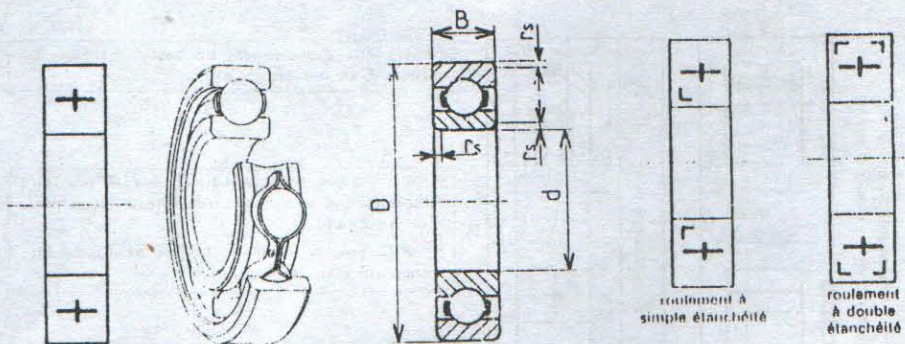
Le tableau ci-dessous nous donne un aperçu général sur les différents types de roulements existant et qui seront étudiés en détail.

#### 8.5.1.1 Roulement rigide à une range de billes

Grâce à leur gorges profondes, ce qui est presque toujours le cas, ils supportent une capacité de charge importante, dans le sens radial et le sens axial, d'où possibilité de supporter les charges de toutes les directions.

Ils ne supportent pas les chocs, et ne fonctionnent bien qu'à condition que l'arbre et le bâti soient parfaitement alignés c.a.d ils exigent un parallélisme rigoureux entre l'arbre et le logement.

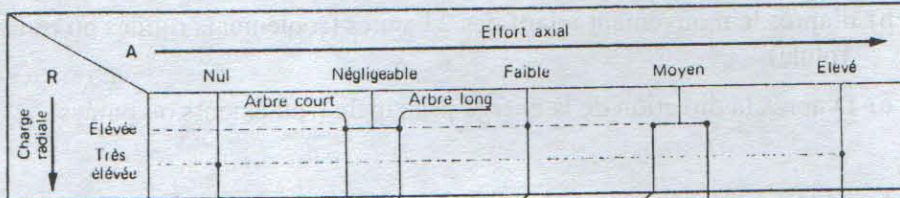
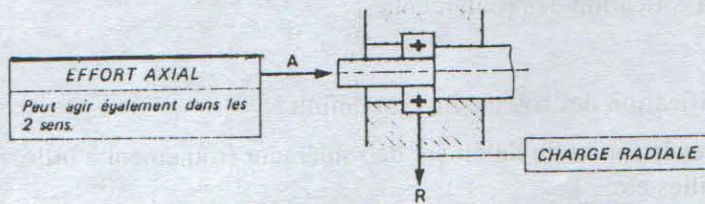
Il existe plusieurs variantes tels que roulement à simple ou double étanchéité, roulement avec rainure pour segment d'arrêt (rainure d'arrêt axial). (fig.263).



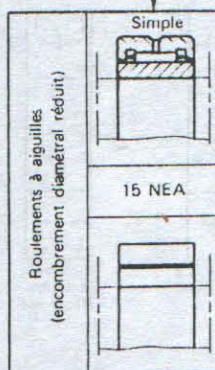
(fig.263)

C'est le roulement le plus utilisé qui a souvent le meilleur rapport performance/prix dans une multitude d'applications très diversifiées tels que moteurs électriques de petite et moyenne puissance, boîtes de vitesses, pompes, machines textiles.





Type de roulement	Roulements cylindriques	Billes Rigide	Billes à rotule	Billes Rigide à gorge profonde	Billes Rigide à contact oblique	Roulements à rotule	Roulements coniques
Rangées	1	1 ou 2	2	1	1 ou 2	2	
Ex. de code	25 RN 02	20 BC 10 20 BK 02	17 BS 02	20 BC 10	17 BT 02 17 BE 32	20 SC 02	25 KB 03
Représentation conventionnelle (NF. E. 04.114)							
	(1)				(2)		(3)



(1) Peuvent être à épaulement sur bague intérieure, ou extérieure, ou sur les deux.

(2) - Sur 1 rangée de billes, l'effort axial ne peut être supporté que dans un sens (nécessité de 2 roulements en opposition).  
- Sur 2 rangées de billes, l'effort axial peut être supporté dans les 2 sens.

(3) 2 roulements toujours en opposition.

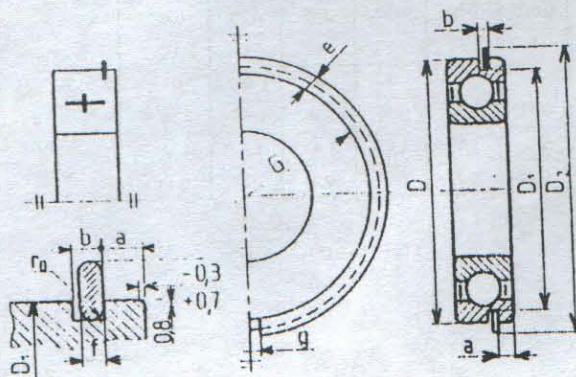


P = X Fr + Y Fa							
Fa/Co		0,025	0,04	0,07	0,13	0,25	0,5
Fa Fr	X	1	1	1	1	1	1
	Y	0	0	0	0	0	0
Fa Fr	X	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56
	Y	2	1,8	1,6	1,4	1,2	1
e		0,22	0,24	0,27	0,31	0,37	0,44

Série 00								Série 02							
d	D	B	r <sub>s</sub> min	Charge de base (daN)		Vitesse - N x 1000		d	D	B	r <sub>s</sub> min	Charge de base (daN)		Vitesse - N x 1000	
mm	mm	mm	mm	Statique Co	Dynamique C	graisse	huile	mm	mm	mm	mm	Statique Co	Dynamique C	graisse	huile
15	32	8	0,3	224	400	22	28	10	30	09	0,6	224	390	24	30
17	35	8	0,3	250	430	19	24	12	32	10	0,6	310	530	22	28
20	42	8	0,3	305	500	18	22	15	35	11	0,6	355	600	19	24
25	47	8	0,3	365	560	14	17	17	40	12	0,6	450	735	17	20
30	55	9	0,3	585	865	12	15	20	47	14	1	620	980	15	18
35	62	9	0,3	695	950	10	13	25	52	15	1	695	1080	12	15
40	68	9	0,3	780	1020	9,5	12	30	62	16	1	1000	1500	10	13
45	75	10	0,6	930	1200	9	11	35	72	17	1,1	1370	1960	9	11
50	80	10	0,6	1000	1250	8,5	10	40	80	18	1,1	1660	2360	8,5	10
55	90	11	0,6	1220	1500	7,5	9	45	85	19	1,1	1860	2550	7,5	9
60	95	11	0,6	1320	1530	6,7	8	50	90	20	1,1	1960	2700	7	8,5
65	100	11	0,6	1460	1630	6,3	7,5	55	100	21	1,5	2500	3350	6,3	7,5
70	110	13	0,6	1500	2160	6	7	60	110	22	1,5	2800	3650	6	7
75	115	13	0,6	2000	2200	5,6	6,7	65	120	23	1,5	3400	4300	5,3	6,3
80	125	14	0,6	2360	2550	5,3	6,3	70	125	24	1,5	3750	4750	5	6
85	130	14	0,8	2500	2600	5	6	75	130	25	1,5	4050	5100	4,8	5,6
90	140	16	1	2900	3200	4,8	5,6	80	140	26	2	4500	5600	4,5	5,3
100	150	16	1	3250	3400	4,3	5	85	150	28	2	5300	6400	4,3	5
110	170	19	1	4250	4400	3,8	4,5	90	160	30	2	6100	7350	3,8	4,5
Série 03								100	180	34	2,1	6800	9500	3,4	4
10	35	11	0,6	375	620	20	26	110	200	38	2,1	10000	11200	3	3,8
12	37	12	1	465	750	19	24	120	215	40	2,1	10000	11200	2,8	3,4
15	42	13	1	540	880	17	20	130	230	40	3	11200	12000	2,6	3,2
17	47	14	1	655	1040	16	19	140	250	42	3	12200	12700	2,4	3
20	52	15	1,1	780	1220	13	16	Série 04							
25	62	17	1,1	1140	1730	11	14	17	62	17	1,1	1180	1760	12	15
30	72	19	1,1	1460	2160	9	11	20	72	19	1,1	1660	2360	10	13
35	80	21	1,5	1800	2550	8,5	10	25	80	21	1,5	1960	2750	9	11
40	90	23	1,5	2240	3150	7,5	9	30	90	23	1,5	2400	3350	8,5	10
45	100	25	1,5	3000	4050	6,7	8	35	100	25	1,5	3100	4250	7	8,5
50	110	27	2	3600	4750	6,3	7,5	40	110	27	2	3650	4900	6,7	8
55	120	29	2	4150	5500	5,6	6,7	45	120	29	2	4550	5850	6	7
60	130	31	2,1	4800	6300	5	6	50	130	31	2,1	5200	6700	5,3	6,3
65	140	33	2,1	5600	7100	4,8	5,6	55	140	33	2,1	6300	7650	5	6
70	150	35	2,1	6300	8000	4,5	5,3	60	150	35	2,1	6950	8300	4,8	5,6
75	160	37	2,1	7200	8650	4,3	5	65	160	37	2,1	7800	9150	4,5	5,3
80	170	39	2,1	8000	9500	3,8	4,5	70	180	42	3	10400	11000	3,8	4,5
85	180	41	3	9000	10200	3,6	4,3	75	190	45	3	11400	11800	3,6	4,3
90	190	43	3	9800	11000	3,4	4								
95	200	45	3	11000	11800	3,2	3,8								
100	215	47	3	13200	13400	3	3,6								
110	240	50	3	16600	15600	2,6	3,2								



# 8.5 1.2 Roulement à rainures (fig. 264)



(fig. 264)

D mm	D <sub>1</sub> mm		D <sub>2</sub> mm	a mm				b mm + 0.30 0	r <sub>0</sub> mm max	e		l		g mm env.	G									
	max	min		série 0		série 2, 3, 4				max	min	max	min		nom	tolérance								
				max	min	max	min																	
42	39,75	39,50	46,30	2,06	1,90	2,06	1,90	1,35	0,4	3,25	3,10	1,12	1,02	3	39,5	+ 0								
47	44,60	44,35	52,70	2,06	1,90	2,46	2,31	1,35	0,4	4,04	3,89			4	44,3	0,5								
55	52,60	52,35	60,70	2,08	1,88	—	—	1,35	0,4										52,3					
62	59,61	59,11	67,70	2,08	1,88	3,28	3,07	1,90	0,6	4,85	4,70	1,70	1,60	5	59									
68	64,82	64,31	74,30	2,49	2,29	3,28	3,07	1,90	0,6											64,2	+ 0			
75	71,83	71,32	81,60	2,49	2,29	3,28	3,07	1,90	0,6											71,2				
80	76,81	76,30	86,60	2,49	2,29	3,28	3,07	1,90	0,6			4,85	4,70		2,46	2,36		86,2	0,6					
90	86,79	85,28	96,50	2,87	2,67	3,28	3,07	2,70	0,6														91,2	
95	91,82	91,31	101,60	2,87	2,67	—	—	2,70	0,6														96,2	
100	96,80	96,29	106,50	2,87	2,67	3,28	3,07	2,70	0,6	2,70	2,70				106,2	+ 0								
110	106,81	106,30	116,60	2,87	2,67	3,28	3,07	2,70	0,6											116,2	0,8			
115	111,81	111,30	121,60	2,87	2,67	—	—	2,70	0,6															

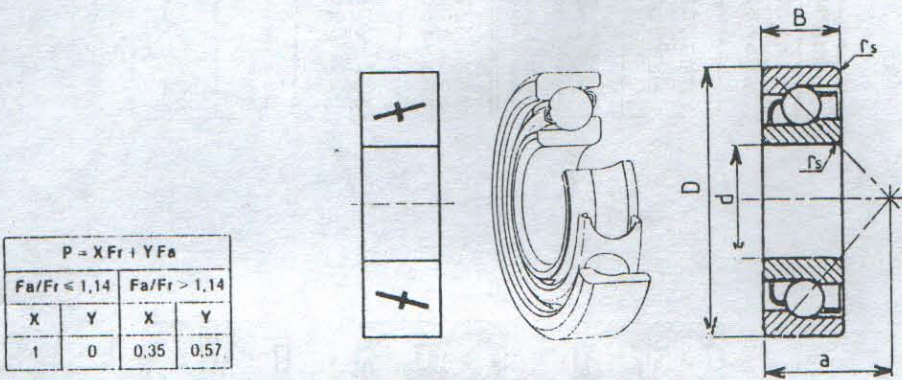


8.5.1.3 Roulement à billes à contact obliques

Ils existe deux types de roulements.

a) Roulement à une rangée de billes

Il est conçu pour supporter une capacité de charge axiale et radiale élevée, le rapport des deux charges varie avec l'angle de contact  $\alpha$  ( $10 \div 45^\circ$ ). Donc le contact bille/chemin permet une charge axiale importante, mais ne supporte pas les charges axiales dans les deux sens. Pour supporter les charges axiales dans les deux sens, on fait le montage par paires disposition en O, en X, ou en T (fig.265). ils sont utilisés dans les moteurs électriques, paliers, machines-outils etc...

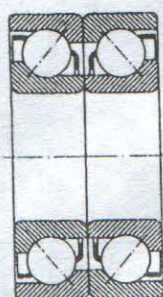


Série 02										Série 03									
d	D	B	r <sub>s</sub> min	a	Charge de base (da N)		Vitesse : N x 1000			d	D	B	r <sub>s</sub> min	a	charge de base (da N)		Vitesse : Nx 1000		
mm	mm	mm	mm	mm	statique Co	dynamique C	graisse	huile		mm	mm	mm	mm	mm	statique Co	dynamique C	graisse	N	huile
10	30	9	1	13	212	380	19	29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	32	10	1	14	305	540	17	24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	35	11	1	16	365	620	16	22	15	42	13	1	19	530	900	14	19	19	19
17	40	12	1	18	465	765	14	19	17	47	14	1	21	710	1140	12	17	17	17
20	47	14	1,5	21	640	1020	11	16	20	52	15	1,1	23	815	1340	10	15	15	15
25	52	15	1,5	24	765	1140	9,5	14	25	62	17	1,1	27	1220	1900	8,5	12	12	12
30	62	16	1,5	27	1100	1560	8,5	12	30	72	19	1,1	31	1660	2400	7,5	10	10	10
35	72	17	2	31	1500	2080	7,5	10	35	80	21	1,5	35	2000	2800	7	9,5	9,5	9,5
40	80	18	2	34	1860	2450	6,7	9	40	90	23	1,5	39	2500	3450	6,3	8,5	8,5	8,5
45	85	19	2	37	2120	2750	6,3	8,5	45	100	25	1,5	43	3350	4500	5,6	7,5	7,5	7,5
50	90	20	2	39	2320	2850	5,6	7,5	50	110	27	2	47	4000	5200	5	6,7	6,7	6,7
55	100	21	2,5	43	2900	3600	5,3	7	55	120	29	2	52	4650	6100	4,5	6	6	6
60	110	22	2,5	47	3600	4300	4,8	6,3	60	130	31	2,1	55	5400	6950	4,3	5,6	5,6	5,6
65	120	23	2,5	50	4250	4900	4,3	5,6	65	140	33	2,1	60	8200	7800	4	5,3	5,3	5,3
70	125	24	2,5	53	4650	5300	4,3	5,6	70	150	35	2,1	64	7200	8800	3,6	4,8	4,8	4,8
75	130	25	2,5	56	4900	5500	4	5,3	75	160	37	2,1	68	8000	9650	3,4	4,5	4,5	4,5
80	140	26	3	59	5600	6200	3,6	4,8	80	190	39	2,1	72	9000	10400	3,2	4,3	4,3	4,3
85	150	28	3	64	6400	6950	3,4	4,5	85	180	41	3	76	10000	11200	3	4	4	4
90	160	30	3	67	7500	8150	3,2	4,3	90	190	43	3	80	11200	12000	2,8	3,8	3,8	3,8
95	170	32	3,5	71	8650	9300	3	4	95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
100	180	34	3,5	76	9150	10000	2,8	3,8	100	215	47	3	90	15000	14600	2,4	3,4	3,4	3,4
110	200	38	3,5	84	11400	11800	2,4	3,4	110	240	50	3	99	19000	17300	2	3	3	3

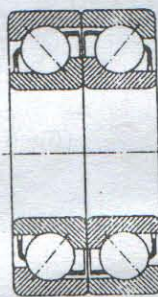


# MONTAGE PAR PAIRE

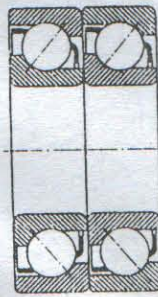
série 02					série 03			
d mm	Charge de base (daN)		Vitesse limite N x 1000		Charge de base (daN)		Vitesse : N x 1000	
	statique Co	dynamique C	graisse	huile	statique Co	dynamique C	graisse	huile
15	730	1000	12	17	—	—	—	—
17	930	1250	10	15	1420	1860	9,5	14
20	1280	1660	9	13	1630	2160	8,5	12
25	1530	1830	8	11	2450	3050	7,5	10
30	2200	2550	7	9,5	3320	3800	6,3	8,5
35	3000	3000	6	8	4000	4550	5,6	7,5
40	3720	4000	5,3	7	5000	5600	5,5	6,7
45	4240	4500	5	6,7	6700	7200	4,5	6
50	4640	4650	4,5	6	8000	8500	4	5,3
55	5800	5700	4,3	5,6	9300	9300	3,6	4,8
60	7200	6950	3,8	5	10800	11200	3,4	4,5
65	8500	7800	3,4	4,5	12400	12700	3,2	4,3
70	9300	8650	3,2	4,3	14400	14300	2,8	3,8
75	9800	8800	3,2	4,3	16000	15300	2,6	3,6
80	11200	10000	2,8	3,8	18000	16600	2,4	3,4
85	12800	11200	2,6	3,8	20000	18000	2,2	3,2
90	15000	13200	2,4	3,4	22400	19300	2	3
95	17300	15000	2,2	3,2	—	—	—	—
100	18300	16300	2	3	30000	23600	1,8	2,6
110	22800	19000	1,9	2,8	38000	28000	1,7	2,4
120	—	—	—	—	41600	29000	1,6	2,2



disposition en O



disposition en X



disposition en T

$P = X F_r + Y F_a$			
Montages	$F_a/F_r \leq 1,14$		$F_a/F_r > 1,14$
	X	Y	..
Disposition en T	1	0	0,35
Disposition en O ou X	1	0,55	0,57

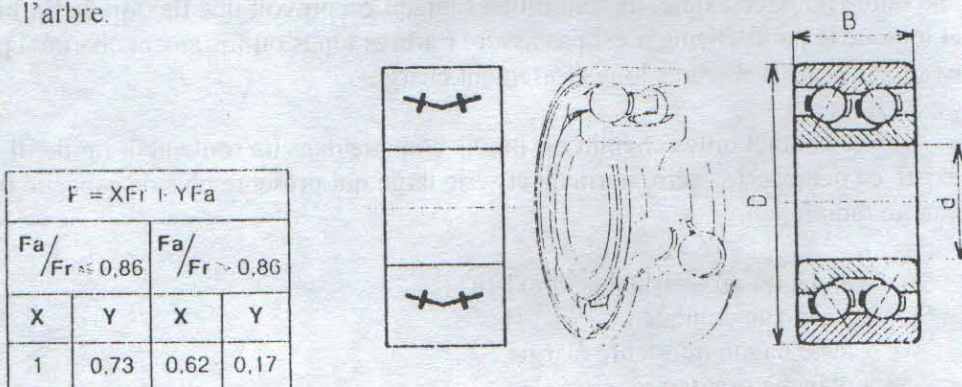
Les charges de base s'entendent pour une paire de roulements.



b) roulement à deux rangées de billes (fig. 266)

Le principe de ce type de roulement est équivalent à un ensemble de deux roulements à simple rangée à contact oblique. Leur avantage ils supportent des charges axiales dans les deux sens, ils sont utilisés dans les montages où les déformations élastiques doivent être faibles, tels que mécanique générale, pompes, réducteurs, machines-outils, roues avant automobile.

Leur inconvénient, ils exigent une très bonne coaxialité de l'alésage et de l'arbre.



(fig. 266)

série 32							
d mm	D mm	B mm	$r_s$ min mm	Charge de statique Co	base (daN) dynamique C	Vitesse N = tr/min graisse	N x 1000 tr/min huile
10	30	14,3	0,6	450	720	16	22
12	32	15,9	0,6	650	815	15	20
15	35	15,9	0,6	550	815	13	18
17	40	17,5	0,6	800	1140	10	15
20	47	20,6	1	1080	1560	9	13
25	52	20,6	1	1340	1700	8	11
30	62	23,8	1	2000	2450	7	9,5
35	72	27	1,1	2750	3350	6	8
40	80	30,2	1,1	3200	3800	5,6	7,5
45	85	30,2	1,1	3650	4050	5	6,7
50	90	30,2	1,1	4250	4650	4,8	6,3
55	100	33,3	1,5	4800	5200	4,3	5,6
60	110	36,5	1,5	6200	6400	3,8	5
65	120	38,1	1,5	6800	6800	3,6	4,8
70	125	39,7	1,5	6950	6800	3,2	4,3
75	130	41,3	1,5	7800	7500	3,2	4,3
80	140	41,4	2	9500	9150	2,8	3,8
85	150	49,2	2	10400	9800	2,6	3,6
90	160	52,1	2	12500	11600	2,4	3,4
100	180	63,3	2,1	15600	14400	2	3

série 33							
d mm	D mm	B mm	$r_s$ min mm	Charge de statique Co	base (daN) dynamique C	Vitesse N = tr/min graisse	N x 1000 tr/min huile
15	42	19	1	915	1370	10	15
17	47	22,2	1	1270	1900	9,5	14
20	52	22,2	1,1	1370	1900	8,5	12
25	62	25,4	1,1	1960	2600	7,5	10
30	72	30,2	1,1	2700	3450	6,3	6,5
35	80	34,9	1,5	3550	4400	5,6	7,5
40	90	36,5	1,5	4500	5400	5	6,7
45	100	39,7	1,5	5500	6550	4,5	6
50	110	44,4	2	7200	8000	4	5,3
55	120	49,2	2	7800	8650	3,6	4,5
60	130	54,0	2,1	9500	10000	3,4	4,5
65	140	58,7	2,1	11000	11600	3,2	4,3
70	150	63,5	2,1	12700	13400	2,8	3,8
75	160	68,3	2,1	13700	14000	2,6	3,6
80	170	68,3	2,1	15600	16000	2,4	3,4
85	180	73	3	17600	17600	2,2	3,2
90	190	73	3	20800	20000	2	3
100	215	82,6	3	26000	23200	1,8	2,6



#### 8.5.1.4 Roulements à rotule sur deux rangées de billes.

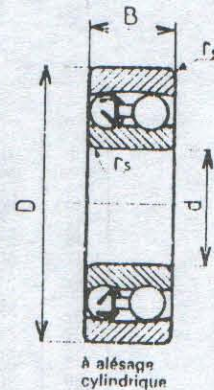
Dans ce type de roulement le bague extérieure est alésée sphérique, ce qui permet à l'ensemble formé par la bague intérieure et les billes de pivoter librement autour du centre O. Donc l'ensemble forme une articulation (rotation de 2 à 4 °) (fig.267).

Les roulements à rotule supportent une charge radiale importante, mais une faible poussée axiale, ils sont utilisés lorsqu'on prévoit une flexion de l'arbre et lorsque le parallélisme n'est pas assuré (arbres longs ou fortement chargés) par ex : le guidage des arbres longs fortement chargés.

Le contact billes/chemin est moins bon que dans un roulement rigide. Il existe en deux série : série normale et série large qui présente plus de capacité de charge radiale.

Tandis qu'aux variantes, il existe :

- à alésage conique.
- avec bague intérieure élargie.
- étanche prégraissé.



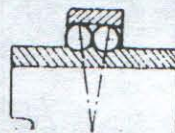
(fig.267)

*Série normale*

*Série large*



-a-



-b-



-c-

- a- A alésage conique  
b- Avec bague intérieure élargie  
c- Etanche prégraissé



P - X Fr + Y Fa																			
Série de dimension		02 et 12						22					03				23		
Série de diamètres		10-17	20-25	30-35	40-45	50-60	65-110	10-20	25-35	40-45	50-65	70-85	15-17	20-25	30-45	50-85	15-17	25-50	55-80
$\frac{F_a}{F_r} \leq e$	X	1						1					1				1		
	Y	2	2,3	2,7	2,9	3,4	3,6	1,3	1,7	2	2,3	2,4	1,8	2,2	2,5	2,8	1,2	1,5	1,6
$\frac{F_a}{F_r} > e$	X	0,65						0,65					0,65				0,65		
	Y	3,1	3,6	4,2	4,5	5,2	5,6	2	2,6	3,1	3,5	3,8	2,8	3,4	3,9	4,3	1,9	2,3	2,5
e		0,31	0,27	0,23	0,21	0,19	0,17	0,5	0,37	0,31	0,28	0,26	0,34	0,29	0,25	0,23	0,52	0,43	0,39

Série 02 et 12								Série 22							
d mm	D mm	B mm	r <sub>s</sub> min. mm	Charge de Statique Co	base (daN) Dynamique C	Vitesse graisse	N x 1000 huile	d mm	D mm	B mm	r <sub>s</sub> min. mm	Charge de Statique Co	base (daN) Dynamique C	Vitesse graisse	N x 1000 huile
10	30	9	0,6	137	415	24	30	10	30	14	0,6	176	560	22	28
12	32	10	0,8	150	475	22	28	12	32	14	0,6	196	570	20	26
15	35	11	0,8	204	570	19	24	15	35	14	0,6	212	585	18	22
17	40	12	0,6	240	600	18	22	17	40	16	0,6	275	750	17	20
20	47	14	1	315	765	15	18	20	47	18	1	380	965	14	17
25	52	15	1	400	930	13	16	25	52	18	1	415	965	11	14
30	62	16	1	560	1200	10	13	30	62	20	1	550	1180	9,5	12
35	72	17	1,1	630	1200	9	11	35	72	23	1,1	780	1660	8,5	10
40	80	18	1,1	800	1460	8,5	10	40	80	23	1,1	900	1730	7,5	9
45	85	19	1,1	900	1660	7,5	9	45	85	23	1,1	1000	1760	7	8,5
50	90	20	1,1	1000	1730	7	8,5	50	90	23	1,1	1060	1760	6,3	7,5
55	100	21	1,5	1250	2040	6,3	7,5	55	100	25	1,5	1250	2040	6	7
60	110	22	1,5	1430	2320	5,6	6,7	60	110	28	1,5	1560	2600	5,3	6,3
65	120	23	1,5	1560	2360	5,3	6,3	65	120	31	1,5	2000	3350	5,0	6
70	125	24	1,5	1730	2650	5	6	70	125	31	1,5	2120	3400	4,8	5,6
75	130	25	1,5	1960	2900	4,8	5,6	75	130	31	1,5	2200	3400	4,5	5,3
80	140	26	2	2160	3050	4,5	5,3	80	140	33	2	2450	3750	4	4,8
85	150	28	2	2600	3750	4	4,8	85	150	36	2	2900	4500	3,8	4,5
90	160	30	2	2900	4300	3,8	4,5								
100	180	34	2,1	3550	5300	3,4	4								
Série 23								Série 03							
d mm	D mm	B mm	r <sub>s</sub> min. mm	Charge de Statique Co	base (daN) Dynamique C	Vitesse graisse	N x 1000 huile	d mm	D mm	B mm	r <sub>s</sub> min. mm	Charge de Statique Co	base (daN) Dynamique C	Vitesse graisse	N x 1000 huile
15	42	17	1	325	915	15	18	15	42	13	1	265	735	17	20
17	47	19	1	405	1100	13	16	17	47	14	1	365	965	14	17
20	52	21	1,1	540	1370	11	14	20	52	15	1,1	390	965	12	15
25	62	24	1,1	750	1860	9,5	12	25	62	17	1,1	585	1370	9,5	12
30	72	25	1,1	1000	2400	8,5	10	30	72	19	1,1	750	1630	9	11
35	80	31	1,5	1290	3000	7	8,5	35	80	21	1,5	950	1930	7,5	9
40	90	33	1,5	1560	3450	6,3	7,5	40	90	23	1,5	1180	2280	6,7	8
45	100	36	1,5	1930	4150	5,6	6,7	45	100	25	1,5	1530	2900	6,3	7,5
50	110	40	2	2360	4900	5,3	6,3	50	110	27	2	1700	3350	5,6	6,7
55	120	43	2	2800	5700	4,8	5,6	55	120	29	2	2160	3900	5	6
60	130	46	2,1	3250	6700	4,5	5,3	60	130	31	2,1	2550	4400	4,5	5,3
65	140	48	2,1	3800	7360	4	4,8	65	140	33	2,1	2800	4750	4,3	5
70	150	51	2,1	4400	8300	3,8	4,5	70	150	35	2,1	3400	5700	4	4,8
75	160	55	2,1	5100	9300	3,4	4	75	160	37	2,1	3650	6100	3,8	4,5
80	170	58	2,1	5700	10400	3,2	3,8	80	170	39	2,1	4050	6800	3,6	4,3

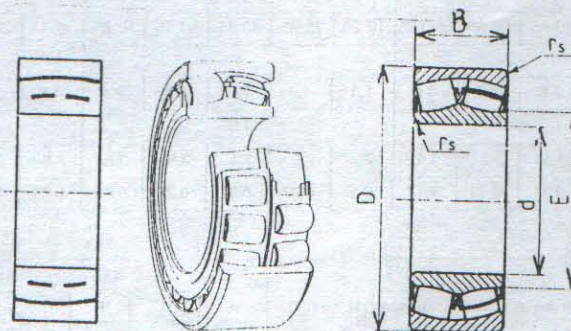


### 8.5.1.5 Roulements à rotule à deux rangées de rouleaux

Ils ont le même principe que les roulements à rotules sur billes. Ils supportent des charges plus élevées que les roulements à rotules à billes, par contre les vitesses de rotation sont limitées (fig.268).

Ils s'accommodent d'un mauvais alignement de l'arbre et du moyeu. Ils existent en alésage conique ou cylindrique.

Ils sont surtout destinés pour les arbres fortement chargés par ex : boîtes d'essieux pour locomotive et wagons, paliers de laminoirs, de broyeurs, de concasseurs etc...



(fig.268)

P = XFr + YFa							
Série de dimension		22			23		
Série de diamètres		25 à 35	40 à 45	50 à 100	40 à 50	55 à 75	80 à 200
Fa	X	1			1		
Fr	Y	2,1	2,5	2,9	1,8	1,9	2
Fa	X	0,67			0,67		
Fr	Y	3,1	3,7	4,4	2,7	2,9	3
e		0,32	0,27	0,23	0,35	0,35	0,34

Série 22								Série 23							
d	D	B	r <sub>s</sub> min	Charge de base (daN)	base (daN)	Vitesse : N x 1000		d	D	B	r <sub>s</sub> min	Charge de base (daN)	Vitesse : N x 1000		
mm	mm	mm	mm	Co	C	graisse	huile	mm	mm	mm	mm	Co	C	graisse	
25	52	18	1	2160	3100	7	9	---	---	---	---	---	---	---	---
30	62	20	1	3000	4250	6	7,5	---	---	---	---	---	---	---	---
35	72	23	1,1	4050	5500	5	6,3	---	---	---	---	---	---	---	---
40	80	23	1,1	4750	6400	4,5	5,6	40	90	33	1,5	7350	9800	4,3	5,8
45	85	23	1,1	5100	6700	4,3	5,3	45	100	36	1,5	9500	12000	3,8	4,8
50	90	23	1,1	5400	6950	3,8	4,8	50	110	40	2	12000	15300	3,4	4,3
55	100	25	1,5	6700	8650	3,4	4,3	55	120	43	2	13700	17300	3,0	3,8
60	110	28	1,5	8300	10600	3,2	4	60	130	46	2,1	16600	20400	2,8	3,6
65	120	31	1,5	10000	12500	2,8	3,6	65	140	48	2,1	18000	22000	2,4	3,2
70	125	31	1,5	10400	12900	2,6	3,4	70	150	51	2,1	21200	25500	2,2	3,0
75	130	31	1,5	11000	13400	2,4	3,2	75	160	55	2,1	25500	30500	2,0	2,8
80	140	33	2	12700	15300	2,2	3	80	170	58	2,1	27500	32500	1,9	2,6
85	150	36	2	14600	17600	2	2,8	85	180	60	3	31000	36500	1,8	2,4
90	160	40	2	18300	21200	1,9	2,6	90	190	64	3	36500	41000	1,8	2,4
100	180	46	2,1	23600	27000	1,8	2,4	100	215	73	3	47500	53000	1,7	2,2



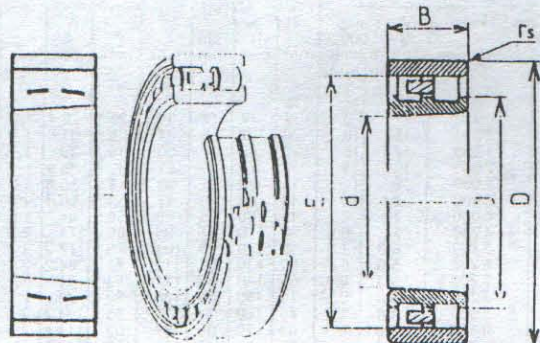
### 8.5.1.6 Roulements à deux rangées de rouleaux cylindriques.

Pour maintenir et garder les rouleaux, il existe plusieurs variantes, soit ils comportent des épaulements sur la bague extérieure seulement, ou sur la bague intérieure seulement ou sur les deux bagues (fig.269) ; dans les deux cas, ils ne supportent aucune poussée axiale, mais s'accommodent d'un léger déplacement longitudinal, ils supportent des charges radiales élevées pour un encombrement minimum.

Sur certains roulements, les rouleaux sont maintenus à la fois sur la bague extérieure et sur la bague intérieure, ils peuvent alors supporter de faibles charges axiales.

Ils s'accommodent des chocs, mais ils exigent un parfait alignement de l'arbre et du bâti. Ils sont à préférer aux roulements à billes pour les grandes dimensions et les fortes charges. Ils peuvent être réalisés avec alésage cylindrique ou conique. Ils sont utilisés dans les moteurs électriques d'assez grande puissance, turbocompresseur, ventilateurs, boîtes de vitesse etc...

$$P = Fr$$

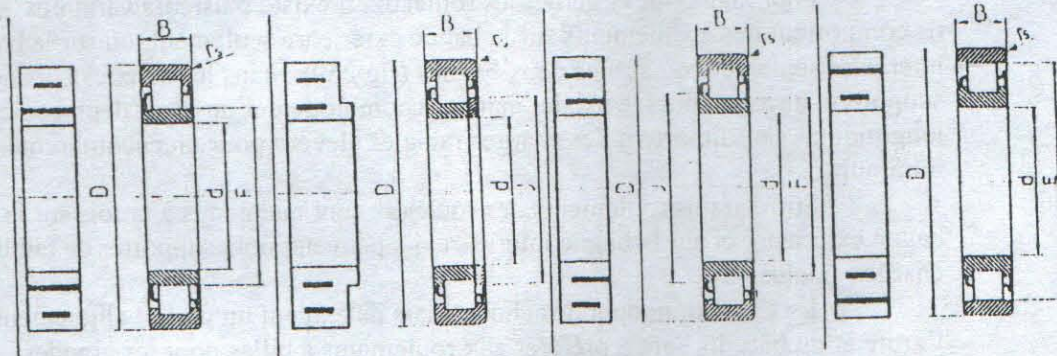
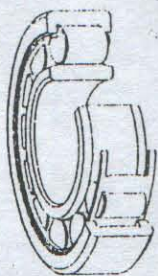


(fig.269)

Série 30									
d	D	B	E	F	r	Charge de base (daN)		Vitesse	N x 1000
mm	mm	mm	mm	mm	mm	statique C <sub>0</sub>	dynamique C	N - tr/min graisse	huile
30	55	19	40,5	39,7	1	1800	2500	11	14
35	62	20	55	45,4	1	2450	3200	9,5	12
40	68	21	61	50,6	1	2800	3650	9	11
45	75	23	67,5	56,3	1	3350	4250	8	9,5
50	80	23	72,5	61,3	1	3650	4500	7,5	9
55	90	26	81	68,2	1,1	4900	6000	6,7	8
60	95	26	86,1	73,3	1,1	5400	6300	6,3	7,5
65	100	26	91	78,2	1,1	5600	6400	6	7
70	110	30	100	85,6	1,1	7350	8300	5,3	6,3
75	115	30	105	90,6	1,1	7350	8300	5	6
80	125	34	113	97	1,1	9300	10200	4,8	5,6
85	130	34	118	102	1,1	10000	10600	4,5	5,3
90	140	37	127	109,4	1,5	11600	12200	4,3	5

Ils existent en différentes versions suivant le nombre et la position des épaulements latéraux des bagues (fig.270).





(fig. 270)

Série 02											Série 03										
d	D	B	E	F	J	r	Charge de base (daN)		Vitesse N x 1000		d	D	B	E	F	J	r	Charge de base (daN)		Vitesse N x 1000	
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	statique Co	dynamique C	graisse	huile	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	statique Co	dynamique C	graisse	huile
15	35	11	29.3	19.3	22	0.8	425	815	19	24	15	47	14	39.1	25.1	28.4	1	865	1560	14	17
17	40	12	33.9	22.9	25.5	0.8	520	980	17	20	17	47	14	44.5	28.5	31.8	1.1	1160	2040	12	15
20	47	14	40	27	30	1	735	1340	15	18	20	52	15	53	35	39	1.1	1500	2600	9.5	12
25	52	15	45	32	35	1	880	1530	12	15	25	62	17	62	42	45.9	1.1	2000	3400	8.5	10
30	62	16	53.5	38.5	41.8	1	1200	2040	10	13	30	72	19	62	42	45.9	1.1	2700	4300	8	9.5
35	72	17	61.8	43.8	47.6	1.1	1760	2900	9	11	35	80	21	68.2	46.2	50.8	1.5	3250	5100	6.7	8
40	80	18	70	50	54.2	1.1	2400	3800	8.5	10	40	90	23	77.5	53.5	58.4	1.5	4550	6950	6.3	7.5
45	85	19	75	55	59	1.1	2550	4000	7.5	9	45	100	25	86.5	58.5	64	1.5	5200	8000	5.6	6.7
50	90	20	80.4	60.4	64.6	1.1	2750	4250	7	8.5	50	110	27	95	65	71	2	6700	10000	5	6
55	100	21	88.5	66.5	70.8	1.5	3400	5100	6.3	7.5	55	120	29	104.5	70.5	77.2	2	7650	11200	4.8	5.6
60	110	22	97.5	73.5	78.4	1.5	4300	6200	5.6	6.7	60	130	31	113	77	84.2	2.1	8500	12500	4.5	5.3
65	120	23	105.8	79.6	84.8	1.5	5100	7200	5.3	6.3	65	140	33	121.5	83.5	91	2.1	10200	14600	4	4.8
70	125	24	110.5	84.5	89.6	1.5	5100	7200	5.0	6	70	150	35	130	90	98	2.1	12500	17600	3.8	4.5
75	130	25	116.5	88.5	94	1.5	6300	8800	4.8	5.6	75	160	37	139.5	95.5	104.2	2.1	12500	17600	3.6	4.3
80	140	26	125.3	93.3	101.2	2	6800	9650	4.5	5.3	80	170	39	147	103	111.8	2.1	14600	20400	3.4	4
85	150	28	133.8	101.8	108.2	2	7800	11000	4.3	5	85	180	41	156	108	117.5	3	16000	22000	3.2	3.8
90	160	30	143	107	114.2	2	10000	13400	3.8	4.5	90	190	43	165	115	125	3	19000	25000	3	3.6
95	170	32	151.5	113.5	121	2.1	11200	15000	3.6	4.3	95	200	45	173.5	121.5	132	3	22000	29000	2.8	3.4
100	180	34	160	120	128	2.1	12500	16000	3.4	4	100	215	47	185.5	129.5	140.3	3	25500	33500	2.6	3.2
105	190	36	168.8	126.8	135	2.1	13700	18300	3.2	3.8	105	225	49	195	135	147	3	29000	37500	2.4	3
110	200	38	178.5	132.5	141.5	2.1	16600	22000	3	3.6	110	240	50	207	143	155.5	3	34000	44000	2.2	2.8
120	215	40	191.5	143.5	153	2.1	18300	23600	2.8	3.4	120	260	55	226	154	168.5	3	40500	51000	2	2.6
130	230	40	204	156	165.5	3	20400	25500	2.6	3.2	130	280	58	243	167	182	4	45500	57000	1.9	2.4
140	250	42	221	169	179.5	3	23600	29000	2.4	3	140	300	62	260	180	196	4				

Série 23											Série 04										
d	D	B	E	F	J	r	Charge de base (daN)		Vitesse N x 1000		d	D	B	E	F	J	r	Charge de base (daN)		Vitesse N x 1000	
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	statique Co	dynamique C	graisse	huile	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	statique Co	dynamique C	graisse	huile
20	52	21	44.5	28.5	31.8	1.1	1860	2900	11	14	30	73	45	50.5	1.5	3400	5500	7.5	9		
25	62	24	53	35	39	1.1	2450	3800	9	11	35	83	53	59	1.5	4400	6800	6.7	8		
30	72	27	62	42	45.9	1.1	2900	4550	8	9.5	40	92	58	64.8	2	5700	8800	6	7		
35	80	31	68.2	46.2	50.8	1.5	3800	5700	7	8.5	45	100	62	71.8	2	6950	10400	5.6	6.7		
40	90	33	77.5	53.5	58.4	1.5	5100	7300	6.3	7.5	50	110	68	80.8	2.1	8650	12700	5	6		
45	100	36	86.5	58.5	64	1.5	6700	9500	5.6	6.7	55	120	72	88.2	2.1	8650	12900	4.8	5.6		
50	110	40	95	65	71	2	8000	11000	5	6	60	130	77	97.2	2.1	10600	15300	4.3	5		
55	120	43	104.5	70.5	77.2	2	9800	13400	4.8	5.6	65	140	83	106.2	2.1	12700	18000	4	4.8		
60	130	46	113	77	84.2	2.1	11400	15300	4.3	5	70	150	88	115.2	2.1	16300	22400	3.6	4.3		
65	140	48	121.5	83.5	91	2.1	12900	17300	4	4.8	75	160	93	124.2	2.1	17300	24000	3.4	4		
70	150	51	130	90	98	2.1	16000	20400	3.8	4.5	80	170	98	133.2	2.1	20000	27500	3.2	3.8		
75	160	55	139.5	95.5	104.2	2.1	20000	25000	3.4	4	85	180	103	142.2	2.1	22800	31000	3	3.6		
80	170	58	147	103	111.8	3	20000	25000	3.2	3.8	90	190	108	151.2	2.1	26000	34500	2.8	3.4		
85	180	60	156	108	117.5	3	22800	28500	3	3.6	95	200	113	160.2	2.1	28000	37500	2.6	3.2		
90	190	64	165	115	125	3	24000	30000	2.8	3.4	100	210	118	169.2	2.1	32000	41500	2.4	3		
95	200	67	173.5	121.5	132	3	30000	36000	2.6	3.2											
100	215	73	185.5	129.5	140.5	3	35500	42500	2.4	3											



### 8.5.1.7 Roulements à rouleaux coniques

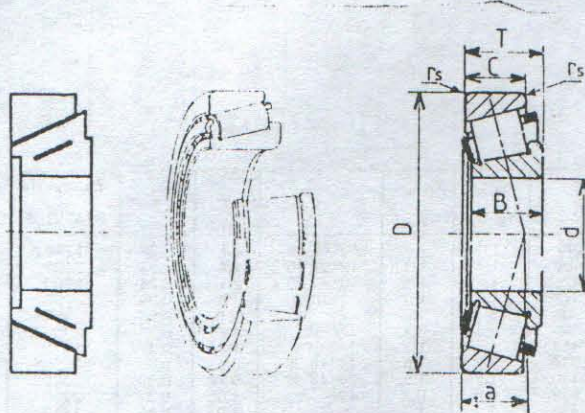
C'est un roulement à rouleaux à contact angulaire, d'où les deux bagues sont alésées conique. Les galets sont guidés par épaulements de la bague intérieure (fig.271a)

Ils ont les même propriétés que les roulements à billes à contact oblique, mais supportent des charges élevées (charges axiales dans une seule direction) avec des vitesses plus faibles. Ces roulements se montent par paires, en opposition pour résister aux poussées axiales dans les deux sens ; montage en X ou en O (fig.271b).

Ils exigent une bonne coaxialité de l'arbre et du moyeu. Ils sont employés pour des charges radiales et axiales importantes exemple : roues et pont arrière d'automobiles, roues folles de wagonnets, réducteurs de vitesse.

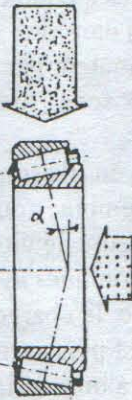
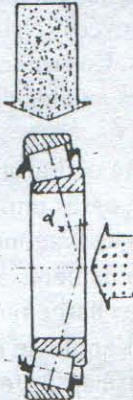
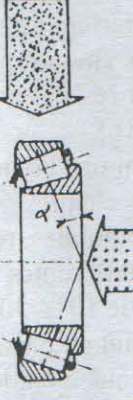

Il existe différentes série de roulements à rouleaux coniques avec des angles de contact de  $10^\circ$  à  $30^\circ$  pour une charge radiale donnée, la charge axiale supportable est d'autant plus forte que l'angle de la cuvette est plus grand.

C'est le roulement le plus utilisé après le roulement à bille à simple rangée.



(fig.271.a)



Code de la série d'angle de contact	2	3	4	5	6	7
Valeur d'angle $\alpha$	Angles faibles $10^\circ < \alpha \leq 13^\circ 52'$	Angles moyens $13^\circ 52' < \alpha \leq 15^\circ 59'$ $15^\circ 59' < \alpha \leq 18^\circ 55'$		Angles forts $18^\circ 55' < \alpha \leq 23^\circ$ $23^\circ < \alpha \leq 27^\circ$ $27^\circ < \alpha \leq 30^\circ$		
						

(fig. 271.b)

d mm	D	B	C	T	E	$r_{1a}$ min	$r_{3a}$ min	$\alpha$	$\gamma$	e	charge de Base (daN)		vitesse N en tr/min		Série de classification
						$r_{2a}$ min	$r_{4a}$ min				STATIQUE	DYNAMIQUE	Graisse	Huile	
15	42	13	11	14,25	33,272	1	1	$10^\circ 45' 29''$	2,1	0,28	1270	1930	9000	13000	2 FB
17	40	12	11	13,25	31,408	1	1	$12^\circ 57' 10''$	1,7	0,35	1100	1630	9000	13000	2 DB
17	47	14	12	15,25	37,420	1	1	$10^\circ 45' 29''$	2,1	0,28	1600	2360	8500	12000	2 FB
20	52	15	13	16,25	41,318	1,5	1,5	$11^\circ 18' 36''$	2,0	0,30	2000	2900	8000	11000	2 FB
20	47	18	15	19,25	51,708	1	1	$12^\circ$	1,8	0,32	2150	2850	8000	11000	5 DB
22	40	12	11	12	32,665	0,3	0,3	$12^\circ$	1,8	0,32	2000	3350	7500	10000	2 DB
22	47	14	10	14	37,443	1	1	$12^\circ 30'$	1,7	0,37	1650	2200	7500	10000	4 CB
25	62	17	15	18,25	50,637	1,5	1,5	$11^\circ 18' 36''$	2,0	0,30	2650	3800	6700	9000	2 FB
25	62	17	13	18,25	44,130	1,5	1,5	$28^\circ 48' 39''$	0,72	0,83	2320	3250	5600	7500	7 FB
28	45	12	9	12	37,639	0,3	0,3	$12^\circ$	1,88	0,32	2700	3800	6500	9000	2 FB
28	58	19	16	20,25	42,438	1	1	$20^\circ 34'$	1,07	0,56	2850	3600	5500	7000	5 DD
30	55	20	18	20	45,283	1	1	$11^\circ$	2,06	0,29	2900	3600	6200	6800	2 CE
30	72	19	14	20,75	51,771	1,5	1,5	$28^\circ 48' 39''$	0,72	0,83	2900	4050	5000	6700	7 FB
32	52	15	10	14	44,261	0,6	0,6	$12^\circ$	1,88	0,32	1880	2350	6000	6700	2 DD
32	65	21,5	17	22	48,523	1	1	$20^\circ$	1,1	0,55	3650	4500	4800	6200	5 DC
35	55	14	11,5	14	47,220	0,6	0,6	$11^\circ$	2,06	0,29	2000	2600	5800	6500	2 DD
35	80	21	15	22,75	58,861	2	1,5	$28^\circ 48' 39''$	0,72	0,83	3600	5200	4500	6000	7 FB
40	68	22	18	22	57,290	1	1	$10^\circ 40'$	2,12	0,28	4400	5000	5500	6300	2 BE
40	90	23	17	25,25	66,984	2	1,5	$28^\circ 48' 39''$	0,72	0,83	4750	6300	4000	5300	7 FB
45	75	24	19	24	63,116	1	1	$11^\circ 05'$	2,04	0,29	5100	5600	5000	6000	2 CE
45	95	26,5	20	29	67,061	2,5	2,5	$30^\circ$	0,69	0,87	5250	6890	3700	5000	7 FC
50	80	24	19	24	67,775	1	1	$11^\circ 55'$	1,9	0,31	5600	5850	4500	6000	2 CE
50	105	29	22	32	74,245	3	3	$30^\circ$	0,69	0,87	6340	8340	3400	4500	7 FC
55	80	17	14	17	69,503	1	1	$11^\circ 39'$	1,94	0,31	3800	4200	3500	5500	2 BC
55	115	31	23,5	34	81,787	3	3	$30^\circ$	0,69	0,87	7840	10190	3000	4000	7 FC
60	95	27	21	27	80,422	1,5	1,5	$12^\circ 20'$	1,83	0,33	7650	7650	3400	5000	2 CE
60	130	31	22	33,5	98,236	3	2,5	$28^\circ 48' 39''$	0,72	0,83	9650	12200	2600	3600	7 FC
65	125	42	35	43	102,378	2,5	2,5	$12^\circ$	1,88	0,32	16800	17650	3200	4500	2 FD
65	130	33,5	26	37	93,445	3	3	$30^\circ$	0,69	0,87	9950	12430	2400	3000	7 FC
70	110	31	25,5	31	95,021	1,5	1,5	$10^\circ 45'$	2,1	0,28	10800	11000	3200	4300	2 CE
70	140	35,5	27	39	101,717	3	3	$30^\circ$	0,69	0,87	11460	14440	2200	2800	7 FC
75	115	31	25,5	31	99,400	1,5	1,5	$11^\circ 15'$	2	0,30	11800	11200	3000	4000	2 CE
75	150	38	29	42	108,847	3	3	$30^\circ$	0,69	0,87	13360	16450	2000	2600	7 FC
80	125	36	29,5	36	107,750	1,5	1,5	$10^\circ 30'$	2,1	0,28	15300	14300	2600	3600	2 CE
80	160	41	31	45	115,930	3	3	$30^\circ$	0,69	0,87	14900	18750	1900	2400	7 FC
85	130	38	29,5	36	112,838	1,5	1,5	$11^\circ$	2,0	0,30	16600	15300	2600	3500	2 CE
85	180	41	28	44,5	137,403	4	3	$28^\circ 48' 39''$	0,72	0,83	16600	20800	1800	2400	7 GB
90	140	39	32,5	39	122,363	2	1,5	$10^\circ 10'$	2,2	0,27	19600	18600	2200	3200	2 CE
90	175	45	33	48	129,385	4	4	$29^\circ 02' 30''$	0,72	0,83	16000	20400	1700	2400	7 GB
95	145	39	32,5	39	126,348	2	1,5	$10^\circ 30'$	2,1	0,28	20000	19000	2200	3200	2 CE
95	180	45	33	49	133,033	4	4	$30^\circ$	0,69	0,87	18950	22600	1500	2000	7 FC



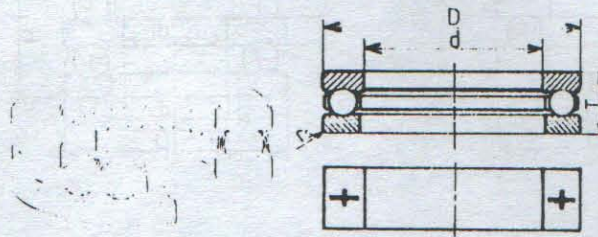
### 8.5.1.8 Butées à billes à simple effet

Les butées à billes sont conçues pour supporter uniquement des poussées axiales, et dans un seul sens et aucun effort radial.

Elles ont un angle de contact de  $90^\circ$ , c-a-d que la ligne de charge est parallèle à l'axe. Elles doivent donc être associées à un roulement radial pour constituer un véritable palier dont la vitesse est relativement limitée par la force centrifuge exercée sur les billes.

Les billes sont placées entre deux rondelles sur lesquelles sont creusés les chemins de roulement.

La butée à bille est dite à simple effet (fig.272), car elle ne peut supporter la charge axiale que dans un sens.



(fig.272)

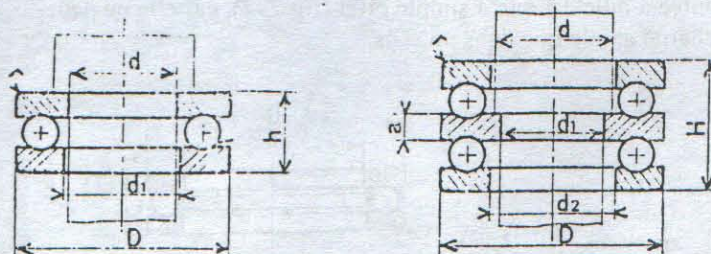
Série 11								Série 12							
d mm	D mm	T mm	r <sub>s</sub> mm	Charge de statique C <sub>0</sub>	base (daN) dynamique C	Vitesse : N x 1000 N tr/min		d mm	D mm	T mm	r <sub>s</sub> mm	Charge de statique C <sub>0</sub>	base (daN) dynamique C	Vitesse : N x 1000 N tr/min	
						graisse	huile							graisse	huile
10	24	9	0,3	1120	765	7	9,5	10	26	11	0,6	1370	980	6	8
12	26	9	0,3	1220	780	7	9,5	12	28	11	0,6	1530	1020	5,6	7,5
15	28	9	0,3	1340	815	6,3	8,5	15	32	12	0,6	2000	1200	5,3	7
17	30	9	0,3	1560	880	6,3	8,5	17	35	12	0,6	2160	1250	5,3	7
20	35	10	0,3	2160	1160	5,6	7,5	20	40	14	0,6	3050	1700	4,3	5,6
25	42	11	0,6	2850	1400	4,8	6,3	25	47	15	0,6	4050	2120	3,8	5
30	47	11	0,6	3200	1430	4,5	6	30	52	16	0,6	4750	2240	3,6	4,8
35	52	12	0,6	3800	1530	4,3	5,6	35	62	18	1	6300	3000	3,2	4,3
40	60	13	0,6	5100	2080	3,8	5	40	68	19	1	7500	3400	2,8	3,8
45	65	14	0,6	5600	2120	3,4	4,5	45	73	20	1	8500	3600	2,6	3,6
50	70	14	0,6	6100	2200	3,4	4,5	50	78	22	1	9000	3650	2,4	3,4
55	78	16	0,6	7500	2700	3	4	55	90	25	1	12900	5400	2	3,0
60	85	17	1	9150	3200	2,6	3,6	60	95	26	1	14300	5600	1,9	2,8
65	90	18	1	9500	3200	2,4	3,2	65	100	27	1	15300	5700	1,8	2,6
70	95	18	1	10200	3250	2,4	3,2	70	105	27	1	16000	5850	1,8	2,6
75	100	19	1	11000	3400	2,2	3,2	75	110	27	1	17000	6000	1,7	2,4
80	105	19	1	11400	3450	2	3	80	115	28	1	17600	6100	1,7	2,4
85	110	19	1	12200	3550	2	3	85	125	31	1	21600	7350	1,6	2,2
90	120	22	1	15300	4550	1,8	2,6	90	135	35	1,1	26500	9000	1,5	2,0
100	135	25	1	21600	6550	1,7	2,4	100	150	38	1,1	33500	11200	1,3	1,8



### 8.5.1.9 Butées à billes à double effet

Les butées à double effet peuvent supporter des charges axiales dans les deux sens. Elles comportent deux rangées à billes et trois rondelles, la rondelle médiane étant solidaire de l'arbre (fig.273).

Les butées sont utilisées en pivots, crapaudines, paliers et butée etc...



BUTÉES A BILLES A DOUBLE EFFET (d'après normes et S.K.F.)

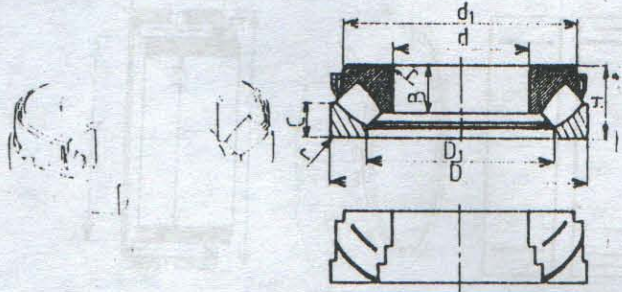
d	Série 22									Série 23								
	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	D	H	a	r mini	C <sub>0</sub> (daN)	C (daN)	n maxi (tr/min)	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	D	H	a	r mini	C <sub>0</sub>	C	n maxi
15	10	17	32	22	5	0,6	2 000	1 200	8 000									
20	15	22	40	26	6	—	3 050	1 700	6 000									
25	20	27	47	28	7	0,6	4 050	2 120	6 000	20	27	52	34	8	1	5 000	2 750	5 000
30	25	32	52	29	7	0,6	4 750	2 240	6 000	25	32	60	38	9	1	6 400	3 250	4 000
35	30	37	62	34	8	0,6	6 300	3 000	5 000	30	37	68	44	10	1	8 500	4 250	4 000
40	35	42	68	36	9	1	7 500	3 400	5 000	35	42	78	49	12	1	11 000	5 300	3 000
45	40	47	73	37	9	1	8 500	3 600	4 000	40	47	85	52	12	1	13 200	6 200	3 000
50	45	52	78	39	9	1	9 000	3 650	4 000	45	52	95	58	14	1,1	16 300	7 350	2 500
55	50	57	90	45	10	1	12 900	5 400	3 000	50	57	105	64	15	1,1	20 000	9 150	2 500
60	55	62	95	46	10	1	14 300	5 600	3 000	55	62	110	64	15	1,1	21 600	9 500	2 000
65	60	67	100	47	10	1	15 300	5 700	2 500	60	67	115	65	15	1,1	23 200	9 800	2 000
70	65	72	105	47	10	1	16 000	5 850	2 500	65	72	125	72	16	1,1	27 500	11 400	2 000
75	70	77	110	47	10	1	17 000	6 000	2 500	70	77	135	79	18	1,5	32 000	13 200	1 600
80	75	82	115	48	10	1	17 600	6 100	2 000	75	82	140	79	18	1,5	34 500	13 400	1 600



### 8.5.1.10 Butées à rotule sur rouleaux.

Elles supportent des charges axiales très élevées mais dans un seul sens, et avec des charges radiales limitées. Possibilité d'orientation à la mise en place, pour remédier au défaut de perpendicularité de l'arbre par rapport à la surface d'appui. Elles supportent des vitesses moyennes (fig.274).

Ils sont employés en pivots fortement chargés tels que : turbines, ponts roulants, grues, grosse machinerie etc...



(fig.274)

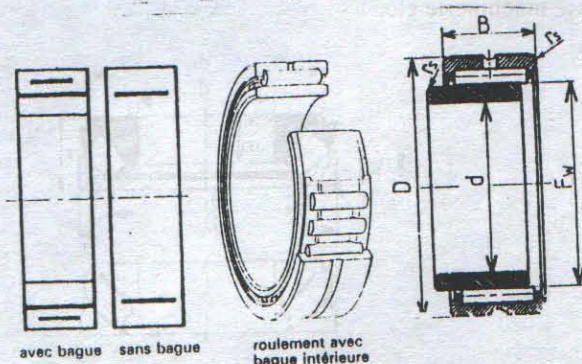
Série 93										Série 94											
d <sub>L</sub>	D	H	d <sub>1</sub>	D <sub>1</sub>	B	C	t <sub>s</sub> min	Charge de base (daN)		Vitesse : N × 10 <sup>3</sup> N tr/min huile	d	D	H	d <sub>1</sub>	D <sub>1</sub>	B	C	t <sub>s</sub> min	Charge de base (daN)		Vitesse 11 × 10 <sup>3</sup> N tr/min huile
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	statique C <sub>0</sub>	dynamique C		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	statique C <sub>0</sub>	dynamique C	
65	150	39	136	114	24,5	19	1,5	48 000	25 500	2,2	60	130	42	117	89	27	20	1,5	45 000	25 500	2,6
90	165	39	142	117	24,5	19	1,5	51 000	26 000	2,2	65	140	45	126	96	29,5	21	2	53 000	30 000	2,4
100	170	42	155	129	26,0	21	1,5	62 000	31 000	2	70	150	48	136	103	31	23	2	58 500	32 500	2,2
110	190	48	174	143	30,3	23	2	80 000	40 000	1,8	75	160	51	146	109	33,5	24	2	68 000	38 000	2,2
120	210	54	193	159	34	26	2,1	96 500	48 000	1,6	80	170	54	155	117	35	26	2,1	73 500	40 500	2
130	225	58	208	171	36,5	28	2,1	116 000	56 000	1,5	85	180	58	164	125	37	28	2,1	85 000	46 500	1,9
											90	190	60	174	132	39	29	2,1	98 000	53 000	1,8
											100	210	67	193	146	43	32	3	120 000	63 000	1,6
											110	230	73	212	162	47	35	3	143 000	73 500	1,4
											120	250	78	232	174	50,5	37	4	166 000	85 000	1,3
											130	270	85	251	189	54	41	4	196 000	98 000	1,2



### 8.5.1.11 Roulements à aiguilles

ils supportent des charges radiales élevées mais pas de charges axiales, et peuvent supporter des vitesses de rotation très importantes. Ils offrent un faible encombrement, mais ils exigent un bon alignement de l'arbre et du noyau (fig.275).

ils sont utilisés dans les galets de cames, têtes de bielles, axes d'articulation.



(fig.275)

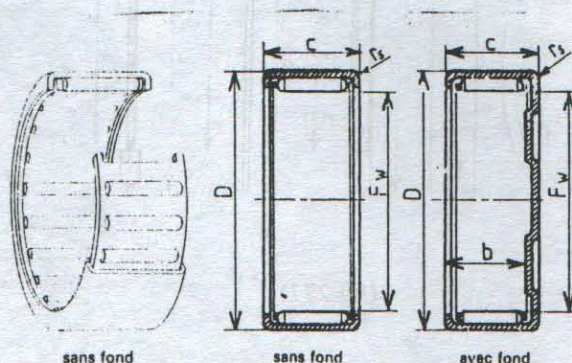
Séries 49								Séries 49							
d	Fw	D	B	$r_s$ min	Charge de base (daN) statique Co	dynamique C	Vitesse : N x 10 <sup>3</sup> N tr/min huile	d	Fw	D	B	$r_s$ min	Charge de base (daN) statique Co	dynamique C	Vitesse : N x 10 <sup>3</sup> N tr/min huile
10	14	22	13	0,3	540	750	24	50	58	72	22	0,6	4250	4100	7
12	16	24	13	0,3	630	870	23	55	63	80	25	1	5300	5000	6,5
15	20	28	13	0,3	770	940	20	60	68	85	25	1	5700	5200	6
17	22	30	13	0,3	810	970	18	65	72	90	25	1	5900	5300	5,5
20	25	37	17	0,3	1480	1860	16	70	80	100	30	1	8400	7500	5
22	28	39	17	0,3	1680	2020	14	75	85	105	30	1	8700	7800	4,7
25	30	42	17	0,3	1770	2090	13	80	90	110	30	1	9300	7900	4,4
28	32	45	17	0,3	1870	2160	13	85	100	120	35	1,1	12600	9800	4
30	35	47	17	0,3	1970	2220	11	90	105	125	35	1,1	13400	10100	3,8
32	40	52	20	0,6	2500	2700	10	95	110	130	35	1,1	13800	10300	3,6
35	42	55	20	0,6	2750	2800	9,5	100	115	140	40	1,1	14300	11300	3,5
40	48	62	22	0,6	3700	3800	8,5	110	125	150	40	1,1	15200	11700	3,2
45	52	68	22	0,6	3900	3950	7,5	120	135	165	45	1,1	20900	16100	3



que : Dans cette catégorie de roulements, il existe plusieurs versions tels

a) Douilles à aiguilles à cages (fig.276)

Les douilles avec fond assurant une bonne étanchéité évitant les couvercles. Il faut les monter dans un logement rigide. L'emmanchement serré des douilles dans leur logements rend inutiles les arrêts axiaux.



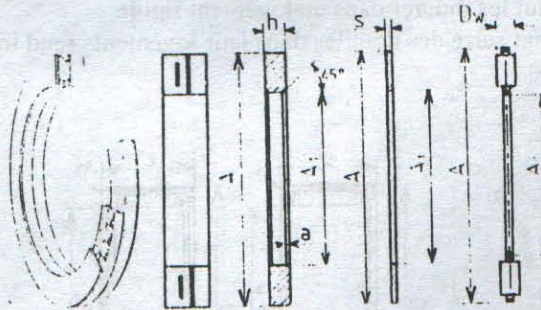
(fig.276)

$F_w$ mm	D mm	C mm	b mm	$r_s$ min mm	Charge de statique $C_o$	base (daN) dynamique C	Vitesse : $N \times 10^3$ N tr/min huile	$F_w$ mm	D mm	C mm	b mm	$r_s$ min mm	Charge de statique $C_o$	base (daN) dynamique C	Vitesse : $N \times 10^3$ N tr/min huile
4	8	8	6.4	0.8	87	154	45	20	26	16	13.3	1.5	1100	1130	12
5	9	9	7.4	1	129	213	40	22	28	16	13.3	1.5	1200	1190	11
6	10	9	7.4	1	162	255	37	25	32	20	17.3	1.5	1800	1770	9.5
7	11	9	7.4	1	178	275	34	28	35	20	17.3	1.5	1970	1850	8.5
8	12	10	8.4	1	234	335	30	30	37	20	17.3	1.5	2130	1950	8
9	13	10	8.4	1	275	375	27	35	42	20	17.3	1.5	2460	2110	7
10	14	10	8.4	1	290	390	24	40	47	20	17.3	1.5	2800	2260	6
12	16	10	8.4	1	350	440	20	45	52	20	17.3	1.5	3100	2400	5.5
14	20	12	9.3	1.5	485	630	17	50	58	25	22.3	1.5	4450	3400	4.8
16	22	12	9.3	1.5	550	680	15	55	61	28	25.3	1.5	5100	3700	4.4
18	24	16	13.3	1.5	960	1010	13	60	68	32	29.3	1.5	7100	4700	4



b) Butée à aiguilles (fig.277)

Il s'agit d'aiguilles retenues par une simple cage. Peuvent supporter de fortes charges axiales pour des vitesses élevées. Elles sont surtout utilisées lorsqu'on veut gagner de la place.



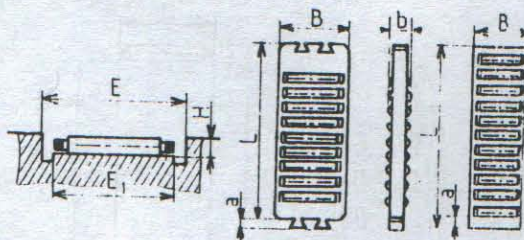
(fig.277)

$A_1$ mm	$A$ mm	$D_w$ mm	$s$ mm	$h$ mm	$a, r_{min}$ mm	Charge de base (da N)		Vitesse : $N \times 10^3$ N tr/min huile	$A_1$ mm	$A$ mm	$D_w$ mm	$s$ mm	$h$ mm	$a, r_{min}$ mm	Charge de base (da N)		Vitesse : $N \times 10^3$ N tr/min huile
						statique $C_0$	dynamique $C$								statique $C_0$	dynamique $C$	
15	28	2	1	2,75	0,3	1640	980	11	50	70	3	1	4	0,6	6500	2750	3,9
16	29	2	1	2,75	0,3	1720	1000	10	55	78	3	1	5	0,6	8400	3300	3,5
17	30	2	1	2,75	0,3	1800	1030	10	60	85	3	1	4,75	1	10700	3850	3,2
18	31	2	1	2,75	0,3	1955	1080	9	65	90	3	1	5,25	1	11500	4050	3
20	35	2	1	2,75	0,3	2110	1130	8,5	70	95	4	1	5,25	1	11500	4650	2,9
25	42	2	1	3	0,6	2650	1270	7	75	100	4	1	5,75	1	12100	4750	2,7
30	47	2	1	3	0,6	3150	1410	6	80	105	4	1	5,75	1	12700	4850	2,6
35	52	2	1	3,5	0,6	3700	1540	5,5	85	110	4	1	5,75	1	13200	4950	2,4
40	60	3	1	3,5	0,6	5200	2410	4,7	90	120	4	1	6,5	1	18400	6300	2,3
45	65	3	1	4	0,6	5800	2600	4,3	100	135	4	1	7	1	25500	7800	2



c) Patins à aiguilles (fig 278)

Celles-ci ne sont pas normalisées, leurs caractéristiques générales et leur emploi sont comparables à celles des butées billes. Cependant la capacité de charge axiale et la vitesse de rotation sont plus importantes. Leur avantage : ils réduisent le frottement.



(fig 278)

Plaquettes à aiguilles à cages en plastique									Plaquettes à aiguilles à cages métalliques								
B	L	b	E	E <sub>1</sub>	H -0,2	a	Charge de base (da N)		B	L <sub>1</sub>	b	E	E <sub>1</sub>	H -0,2	a	Charge de base (da N)	
							C <sub>0</sub>	C								C <sub>0</sub>	C
10	32	2	10,3 <sup>+0,1</sup>	7	1,7	2	870	540	20	Par	3	20,4 <sup>+0,2</sup>	16	2,7	3	7 100	4 900
15	45	2,5	15,3 <sup>+0,1</sup>	10	2,2	2,4	1 810	1 190	23	longueur	5	23,4 <sup>+0,2</sup>	20	4,6	3	12 000	9 800
20	60	3	20,4 <sup>+0,1</sup>	14	2,7	3	3 490	2 430	28	d <sub>0</sub>	5	28,5 <sup>+0,3</sup>	24	4,6	3	14 400	13 000
25	75	3,5	25,4 <sup>+0,1</sup>	18	3,2	3,2	5 900	4 300	32	2000 mm	7	32,4 <sup>+0,2</sup>	28	6,5	4	17 000	15 800

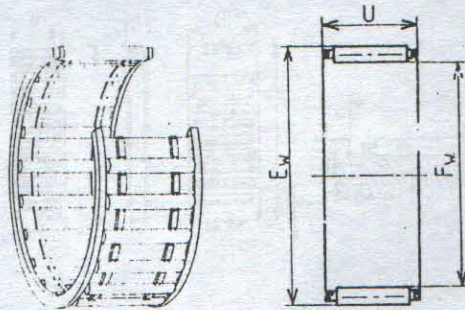


d) Cages à douilles (fig.279)

Pour les cages en plastiques. La température maximale d'utilisation est de 120°C.

Ils présentent un encombrement minimal pour une capacité de charge importante.

N'ayant pas de bague de roulement l'usinage de l'arbre et du logement doit être bien soigné.



(fig.279)

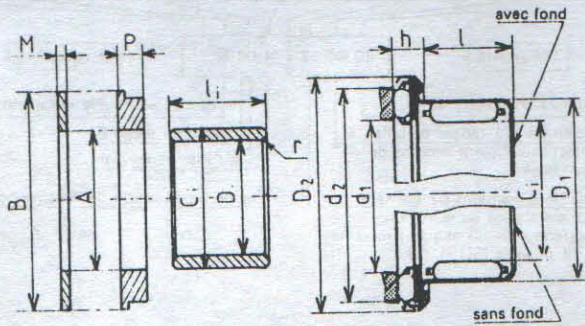
Fw mm	Ew mm	U mm	Charges de base (daN)		Vitesse N x 1000 N tr/min huile
			statique Co	dynamique C	
4	7	7	87	154	45
5	8	8	125	208	40
6	9	10	195	295	37
7	10	10	220	325	34
8	11	13	345	455	32
10	13	13	445	550	28
12	15	13	480	570	26
14	18	13	580	720	24
16	20	13	660	790	23
18	22	13	700	810	21
20	24	13	790	870	20
22	26	13	870	920	18
25	29	13	990	1000	16
30	35	17	1900	1780	13
32	37	17	1900	1760	13
35	40	17	2060	1840	11
38	43	17	2300	1970	11

Fw mm	Ew mm	U mm	Charge de base (daN)		Vitesse = N x 1000 N tr/min huile
			statique Co	dynamique C	
40	47	27	4050	3000	10
45	50	27	4700	3300	9
50	55	20	3650	2650	8
55	60	30	5600	3650	7,5
60	65	30	6000	3800	6,5
65	70	30	6500	3900	6
70	76	30	7300	4650	5,5
75	81	30	7900	4900	5,5
80	86	30	8200	4950	5
85	92	30	9200	5800	4,7
90	98	30	9600	6300	4,4
95	103	30	10000	6500	4,2
100	108	30	10500	6800	4
105	113	30	10900	6700	3,8
110	118	30	11300	5900	3,6
115	125	34	12600	6300	3,5
120	127	34	13400	7100	3,3



e) Roulements à aiguilles combinés (fig.280)

C'est un type de roulement normalisé, ils comportent un roulement à aiguilles combinés avec une butée à aiguilles. Ils présentent un faible encombrement. Utilisation : boîtes de vitesses, machines-outils...

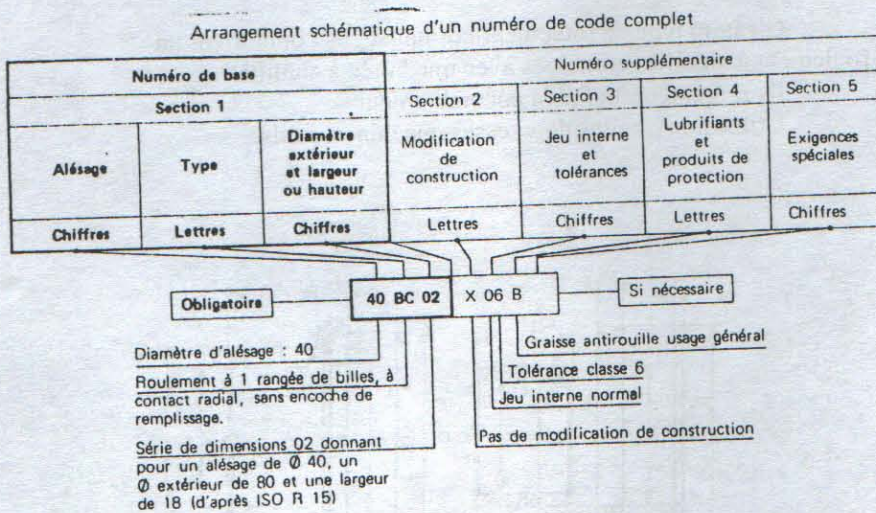


(fig.280)

Roulements combinés											Contre plaques			P'agues in'			
Cl = A	D <sub>1</sub> mm	D <sub>2</sub> maxi. mm	l mm	h ± 0,1 mm	d <sub>1</sub> mm	d <sub>2</sub> mm	Charges de base en daN				Vitesse limite tr/min	M mm	P mm	B maxi. mm	Di mm	li 0 - 0,1 mm	r mm
							radiales		axiales								
							statique Co	dynamique C	statique Co	dynamique C							
12	18	27,5	10	4,2	15	22,6	421	630	865	670	13000	0,8	2	25,5	8	12,4	0,2
14	20	29,5	10	4,2	17	24,6	482	685	975	710	11500	0,8	2	25,5	9	12,4	0,2
14	20	29,5	10	4,2	17	24,6	482	685	975	710	11500	0,8	2	25,5	10	12,4	0,2
15	21	31,5	10	4,2	19	26,6	525	735	1080	750	10500	0,8	2	27,5	11	12,4	0,2
15	21	31,5	10	4,2	19	26,6	525	735	1080	750	10500	0,8	2	27,5	11	12,4	0,2
18	24	33,5	14	4,2	21	28,6	960	1140	1140	760	10000	0,8	2	29,5	12	12,4	0,2
20	26	36,5	14	4,2	22	31,6	1060	1200	1770	1050	9000	0,8	2	29,5	13	16,4	0,2
25	33	45,5	18	4,2	30	39,6	1740	2020	2360	1205	7200	0,8	3	34,5	15	16,4	0,2
30	38	50,5	18	4,2	35	44,7	2020	2210	2730	1290	6300	0,8	3	41,5	20	20,4	0,5
35	43	56,5	18	4,2	39	50,9	2380	2450	3920	1650	5500	0,8	3	46,5	25	20,4	0,5
40	48	61,5	18	4,2	43	54,9	2660	2600	4290	1730	5000	0,8	3	52,5	30	20,4	0,5
45	52	66,5	18	4,2	48	59,9	2840	2460	4850	1850	4500	0,8	3	59,5	35	20,4	0,5
															40	20,4	0,5



## 8.6 Désignation d'un roulement normalisé (selon ISO R300)



La désignation d'un roulement se compose donc de 5 sections comme il est indiqué sur le schéma ci-dessus.

- la première section constitue le numéro de base.
- Les autres sections forment un numéro supplémentaire permettant d'indiquer éventuellement des caractéristiques particulières d'un roulement.
- Si l'une des sections intermédiaires n'est pas utilisée, on la remplace par la lettre X pour les sections 2 et 4 et O pour les sections 3 et 5.

Considérons l'exemple : 40 BC 02 x 06 B.

40 : diamètre d'alésage.

BC : roulement à 1 rangée de billes à contact radial, sans encoches de remplissage.

La première lettre désigne le type général de roulement.

B : roulements à billes

R : roulements à rouleaux cylindriques

S : roulements à rouleaux à alignement automatique

T : butées à billes et à rouleaux

K : roulements à rouleaux coniques

N : roulement à aiguilles



02 : série de dimensions pour 02 ou a un diamètre d'alésage = 40 mm, un diamètre extérieur de 80 mm et une largeur de 18 mm.

- Pour les roulements à billes ou à rouleaux :
  - le premier chiffre (ici 0) indique la série des largeurs
  - le deuxième chiffre (ici 2) indique la série des diamètres
  - l'ensemble de ces deux chiffres s'appelle série de dimension.
- Pour les roulements à aiguilles :
  - le premier chiffre indique la largeur du roulement
  - le deuxième chiffre indique le diamètre extérieur

X : pas de modification

O : jeu interne normal

6 : tolérance classe 6

B : graisse antirouille usage normal

Ils existent d'autres types de désignation des roulements qu'on étudiera plus tard.

### 8.7 Protection des roulements

La présence de particules étrangères dans les roulements est le plus important des facteurs de réduction de sa durée de vie. Ces particules, lorsqu'elles se trouvent " laminées " entre les corps roulants et les chemins, créent des contraintes très localisées et très élevées qui peuvent amorcer un écaillage du roulement. Ces contraintes sont d'autant plus fortes que le niveau de charge du roulement est élevé.

La réduction de la durée de vie est très variable mais toujours très importante. Elle dépend de la nature, de la dimension et de la densité des particules.

De même, la pénétration de l'humidité dans un roulement peut créer, d'une part, une diminution de l'efficacité du lubrifiant et d'autre part, une oxydation superficielle interne.

Ces facteurs sont à l'origine de contraintes de surface supplémentaires au niveau des contacts roulants, donc apportant un risque de défaillance qui s'ajoute aux risques normaux de fatigue. On voit là la grande importance d'éviter la pollution des roulements, tant lors du montage qu'au cours de leur fonctionnement. Aussi la protection du roulement porte-t-elle sur toutes les phases de sa mise en œuvre depuis la propreté de l'atelier de montage, la propreté des composants adjacents (carters, par exemple), l'étanchéité des mécanismes à la poussière et à l'humidité jusqu'à la filtration de l'huile ou au renouvellement périodique du lubrifiant.

Protéger donc un roulement consiste d'abord à empêcher l'eau et les poussières de pénétrer dans ce roulement, et aussi empêcher que le lubrifiant ne s'échappe du roulement.



# PROTECTION DES ROULEMENTS

## 2 Problèmes

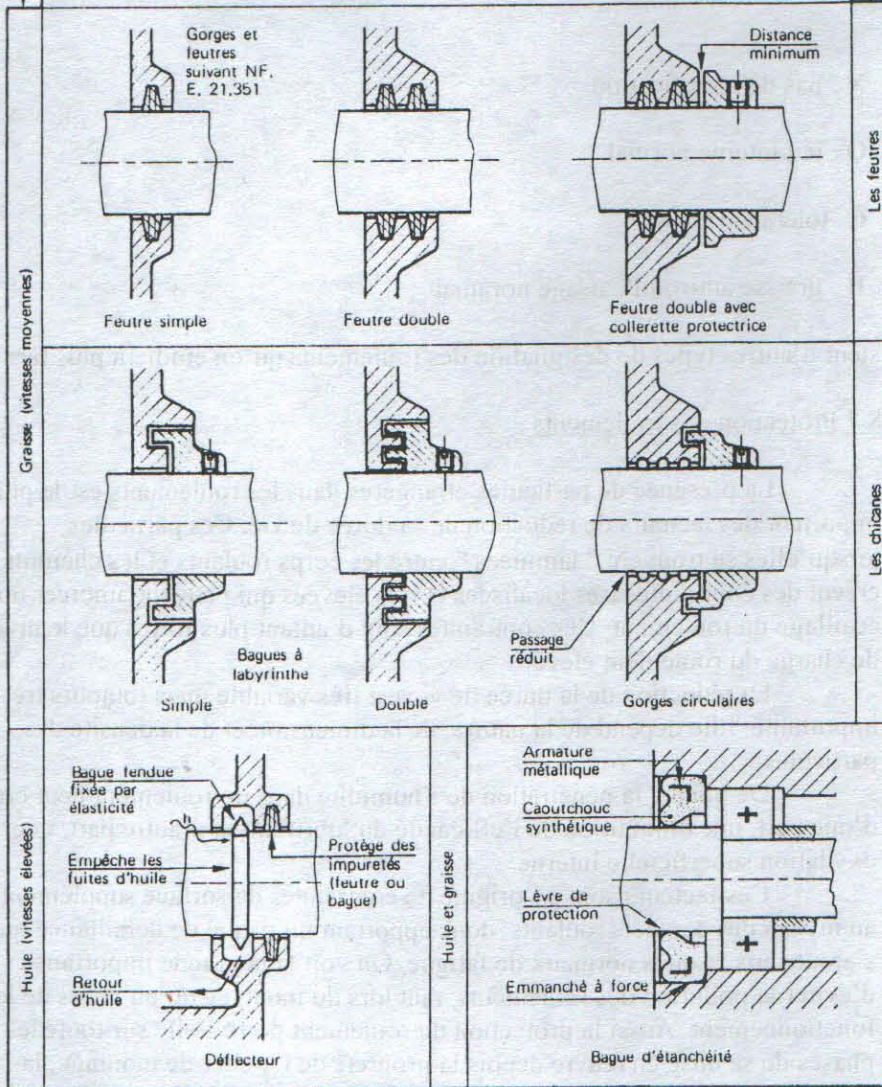
### Lubrification

- Améliorer le fonctionnement
- Réduire l'usure
- Eviter la corrosion

### Etanchéité

- Empêcher les fuites de lubrifiant
- Eviter la pénétration d'impuretés

## Quelques dispositifs de protection



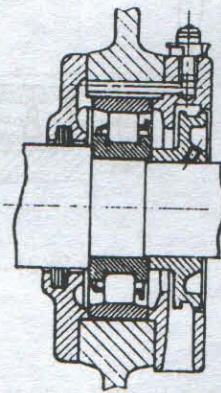


### 8.7.1 lubrification

La lubrification a pour principales objectifs d'éviter la corrosion, de réduire l'usure, d'éviter l'échauffement important ou la pénétration d'impuretés donc d'améliorer le fonctionnement. La lubrification dépend de la vitesse, de la charge, de la température ainsi que de l'étanchéité.

#### 8.7.1.1 Lubrification à la graisse (fig.281)

- Empêche la pénétration d'impuretés.
- L'étanchéité est facile à réaliser.
- Assure un démarrage doux.
- Permet un graissage à vie (roulement graissé et scellé).
- Ne permet pas le refroidissement.
- La température de fonctionnement est limitée à 90°C.
- Eviter les mélanges de graisses.
- Vérifier les vitesses limites d'utilisation.
- Prévoir une arrivée de graisse qui facilitera sa pénétration dans le roulement de la butée.



(fig.281)

#### 8.7.1.2 Lubrification à l'huile (fig.282)

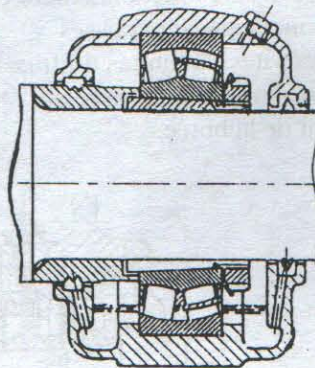
- La température maximum peut atteindre 200°C.
- Evite l'échauffement si l'huile circule.
- Nécessite une étanchéité soignée.
- Aucune protection lors d'un arrêt prolongé.

##### a) Barbotage

- Le niveau d'huile doit légèrement dépasser l'axe de l'élément roulant le plus bas.
- Prévoir une vidange et contrôle de niveau.
- Pour vitesses faibles ou moyennes.



- b) Goutte à goutte
  - Valable pour grandes vitesses.
  - Prévoir l'évacuation de l'huile excédentaire.
  - Ne convient pas pour les butées.
- c) Brouillard d'huile
  - L'huile est protégée par air comprimé ou par un organe tournant (engrenages, bagues...).
  - Valable et efficace pour vitesses élevée.
- d) circulation d'huile.
  - Permet d'évacuer l'huile.
  - Empêche les impuretés de pénétrer.



(fig.282)

### 8.7.2 Etanchéité

Elle doit empêcher les fuites de lubrifiant et éviter la pénétration de matières corrosives. Il existe plusieurs types d'étanchéité.

- a) Par passage étroit simple (fig. 283.a)
  - Convient pour la graisse.
  - Evite le frottement.
- b) Par labyrinthe (fig. 283a, b, f)
  - Succession de passages étroits.
  - Le passage radial ne doit pas être trop faible afin d'éviter le pompage.
- c) Frottement
  - Il y a frottement donc échauffement et usure.
  - Une bonne lubrification (ainsi qu'un bon état de surface  $R_a = 0,2$  à  $0,8 \mu m$ , dureté 45 HRC mini.) réduit le frottement.



d) Feutres

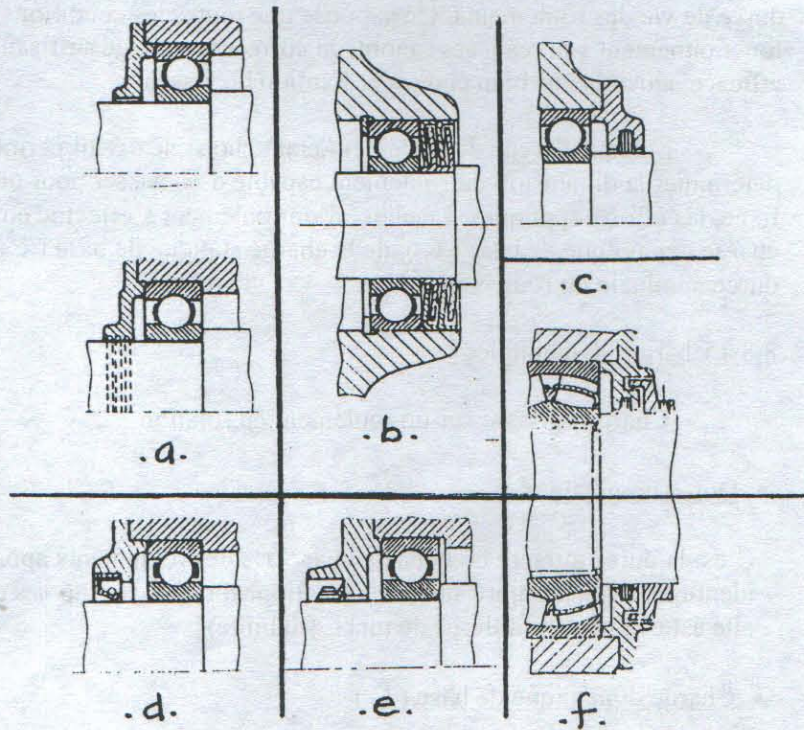
- Moyen simple (fig.283.c).
- Efficace pour la graisse.

e) Joints à lèvres (fig.283 d, e)

- Très efficaces, les modèles sont variés.
- Evite la sortie de lubrifiant ou l'entrée de poussière.
- Dans un milieu abrasif il faut protéger le point par des chicanes et de la graisse.

f) Par déflecteurs

- L'huile est délivrée par la force centrifuge et récupérée.



(fig.283)



## 8.8 Choix du type de roulement et calcul de ses dimensions

Le choix d'un roulement résulte d'une comparaison entre les conditions de fonctionnement et les propriétés particulières de chaque roulement. Les conditions de fonctionnement ou les données techniques nécessaires au choix sont :

- a) la nature des efforts à encaisser (intensité, direction,...).
- b) les conditions d'utilisation (lubrification, nature du montage, fonctionnement avec chocs).
- c) La vitesse de rotation maximale à ne pas dépasser.
- d) L'encombrement dimensionnel à respecter.

Le but des calculs de roulements est d'éviter la détérioration par fatigue des éléments roulants et des chemins de roulements et de prévoir la durée de vie des roulements. On suppose que toutes les conditions de bon fonctionnement sont réalisées ; montage correct, graissage suffisant, protection efficace, ajustements bien choisis et fixation bien assurée.

Lorsque le type de roulement étant choisi, le calcul permet de déterminer la dimension du roulement capable d'encaisser pour une durée de vie fixée, les efforts appliqués. Le choix d'un roulement s'effectue en fonction de la charge dynamique de base ( $C$ ), de la charge statique de base ( $C_0$ ), et de la durée nominale du roulement ( $L$ ).

### 8.8.1 Charges dynamiques :

Charge agissant sur un roulement en rotation.

- Durée nominale

C'est la durée atteinte ou dépassée par 90% des roulements apparemment identiques et en nombre suffisant fonctionnant dans les mêmes conditions ; elle est évaluée en millions de tours (fiabilité).

- Charge dynamique de base ( $C$ )

C'est la charge radiale constante en grandeur et en direction, qui peut être théoriquement supportée par un roulement ou un ensemble de roulements apparemment identiques, pour une durée nominale de un million de tours (bague extérieure immobile, donc pour la bague intérieure). Pour les butées, il s'agit de un million de tours de l'une des deux rondelles par rapport à l'autre. Un million de tours soit ( $10^6/60N$ ) heures ( $N$  étant le nombre de tours par minute). Si la charge appliquée au roulement est supérieure à  $C$ , la durée théorique sera inférieure à  $10^6$  et inversement. Suivant de fonctionnement que l'on envisage pour le roulement, on peut donc choisir  $C$  plus ou moins grand. Cette durée va de 12 à 20.000h pour les moteurs électriques, de 20 à 30.000h pour les machines outils et de 40 à 60.000h pour les machines assurant un service interrompu.



$L = (C/P)^3$  pour les roulements à billes

$L = (C/P)^{10/3}$  pour les roulements à rouleaux

$$P = x.F_r + y.F_a$$

- Charge dynamique équivalente ( P ).

Charge constante, en intensité et direction, qui tient compte à la fois de la charge radiale ( $F_r$ ) et de la charge axiale ( $F_a$ ) et sous laquelle le roulement, ou l'ensemble de roulements, aurait la même durée que son l'effet des charges agissant réellement.

### 8.8.2 Charges statiques

Charge agissant sur un roulement dont les bagues ont une vitesse relative de rotation nulle.

- Charge statique de base ( $C_0$ )

C'est la charge radiale pour les roulements ou axiale et centrée pour les butées, sous laquelle le déformation permanente totale, au contact d'un des chemins de roulement et de l'élément (bague-élément roulant) le plus chargé atteint 0,0001 du diamètre de cet élément roulant.

- Charge statique équivalente ( $P_0$ )

C'est la charge fictive, qui tient compte à la fois d'une charge radiale ( $F_r$ ) et d'une charge axiale ( $F_a$ ), et qui provoquerait la même déformation au contact le plus chargé, que l'ensemble des charges agissant simultanément.

### 8.8.3 Calcul des efforts appliqués aux roulements en marche (charge réelle)

Poids des différents éléments, forces résultant de l'effort moteur ou du couple moteur, forces d'inertie, etc... ; majorer largement pour tenir compte des conditions particulières : chocs vibrations etc....

Répartir les composantes radiales sur les différents roulements ; appliquer la composante axiale au roulement << fixe >> (celui qui immobilise l'arbre dans le sens longitudinal).

#### a) Calcul de la charge dynamique équivalente ( P ).

A partir des efforts axiaux ( $F_a$ ) et radiaux ( $F_r$ ) on calcule la charge équivalente P.

d'une façon générale :

$$P = x.F_r + y.F_a$$

On trouve les coefficients x et y.

Pour une charge purement radiale, prendre  $F_a = 0$  et  $P = F_r$  (sauf les butées à billes et à aiguilles qui n'encaissent pas de  $F_r$ ).



Pour une charge purement axiale (butée) prendre  $Fr = 0$  et  $P = Fa$ .

Pour le choix de  $x$  et  $y$  il faut calculer  $Fa/Fr$  et le comparer à une valeur  $e$ , voir tableau ci-dessous.

Pour un roulement rigide à une rangée de billes, on doit calculer en plus  $Fa/C_0$ , car la valeur de  $P$  dépend de ce rapport, mais la charge n'intervient que si  $Fa/Fr$  dépasse une certaine valeur  $e$ .

#### b) Répartition d'efforts axiaux pour roulements à contact oblique

Dans le cas des roulements à billes à contact oblique et des roulements à rouleaux coniques, toute charge radiale détermine une poussée axiale, le tableau ci-dessous donne les valeurs de  $F_{aI}$  et  $F_{aII}$  sur les roulements I et II.

Sur ce tableau,  $Y_1$  est la valeur de  $Y$  pour le roulement (1) et  $Y_2$  la valeur de  $Y$  pour le roulement (2).

Ensuite prendre sur le tableau précédent la valeur de  $Y_1$  et  $Y_2$  pour  $(Fa/Fr) > e$ .

La charge axiale  $Ka$  est supposée appliquée à l'arbre ; si elle est appliquée au logement, choisir dans le tableau le cas correspondant à la même disposition de monatge (en X ou en O), mais avec la charge  $Ka$  appliquée en sens contraire.

Les butées à rotule sur rouleaux ne supportent qu'une charge radiale  $Fr \leq 0,55 Fa$ , on peut alors prendre pour ces butées  $P = Fa + 1,2 Fr$ .

#### c) charge statique équivalente ( $P_0$ ).

Dans le cas où on doit calculer la charge statique équivalente ( $P_0$ ) on a

$$P_0 = x_0.Fr_0 + y_0.Fa_0$$

$Fa_0$ ,  $Fr_0$  : composante de la charge statique, les valeurs  $x_0$  et  $y_0$  voir tableau

#### d) Détermination de la durée nominale $L$

Son calcul est lié au rapport  $C/P$  par la rotation  $L = (C/P)^n$  en million de tours avec  $n = 3$  pour les roulements à billes.

$N = 10/3$  pour les roulements à rouleaux, à aiguilles. Elle varie suivant la nature du fonctionnement de la machine voir tableau ci-dessous.



**CHARGE DYNAMIQUE ÉQUIVALENTE (d'après S.K.F.)**

Type de roulement	e	(Fa/Fr) ≤ e		(Fa/Fr) > e		Type de roulement	e	(Fa/Fr) ≤ e		(Fa/Fr) > e	
		X	Y	X	Y			X	Y	X	Y
<b>Roulements rigides à billes</b>						<b>Roulements à billes à contact oblique</b>					
Valeur d <sub>a</sub>	0,025 0,22				2	A une rangée de billes (séries 02 et 03)	1,14	1	0	0,35	0,57
Fa/Co	0,04 0,24				1,8	A deux rangées de billes (séries 32 et 33)	0,86	1	0,73	0,62	1,17
	0,07 0,27	1	0	0,56	1,6						
	0,13 0,31				1,4						
	0,25 0,37				1,2						
	0,50 0,44				1						
<b>Roulements à rotule sur billes</b>						<b>Roulements à rotule sur rouleaux</b>					
Série 02	d = 10 à 17 0,31		2		3,1	Série 22	d = 25 à 35 0,32		2,1		3,1
	d = 20 et 25 0,27		2,3		3,6		d = 40 et 45 0,27	1	2,5	0,67	3,7
	d = 30 et 35 0,23	1	2,7	0,65	4,2		d = 50 à 100 0,23		2,9		4,4
	d = 40 et 45 0,21		2,9		4,5		d = 110 à 220 0,26		2,6		3,9
	d = 50 et 60 0,19		3,4		5,2	Série 23	d = 40 à 50 0,37		1,8		2,7
	d = 65 à 110 0,17		3,6		5,6		d = 55 à 75 0,35	1	1,9	0,67	2,9
Série 03	d = 10 à 17 0,34		1,8		2,8		d = 80 à 200 0,34		2		3
	d = 20 et 25 0,29	1	2,2	0,65	3,4	<b>Roulements à rouleaux coniques</b>					
	d = 30 à 45 0,25		2,5		3,9	Série 02	d = 17 et 20 0,34				1,75
	d = 50 à 85 0,23		2,8		4,3		d = 25 à 40 0,37	1	0	0,4	1,60
Série 22	d = 10 à 20 0,50		1,3		2		d = 45 à 110 0,41				1,45
	d = 25 à 35 0,37		1,7		2,6	Série 03	d = 15 et 17 0,28				2,1
	d = 40 et 45 0,31	1	2	0,65	3,1		d = 20 à 35 0,31	1	0	0,4	1,95
	d = 50 à 65 0,28		2,3		3,5		d = 40 à 120 0,34				1,75
	d = 70 à 100 0,26		2,4		3,8	Série 22	d = 30 à 40 0,37	1	0	0,4	1,6
Série 23	d = 12 0,63		1		1,6		d = 45 à 110 0,41				1,45
	d = 15 à 20 0,52	1	1,2	0,65	1,9	Série 23	d = 17 0,28				2,1
	d = 25 à 50 0,43		1,5		2,3		d = 20 à 35 0,31	1	0	0,4	1,95
	d = 55 à 90 0,39		1,6		2,5		d = 40 à 120 0,34				1,75

**CHARGE STATIQUE ÉQUIVALENTE (d'après E 22-391)**

Type de roulement			Roulements à une rangée		Roulements à deux rangées	
			X <sub>0</sub>	Y <sub>0</sub>	X <sub>0</sub>	Y <sub>0</sub>
Roulements à billes radiaux	A contact droit		0,6	0,5	0,6	0,5
	A contact oblique	α = 15° (1)	0,5	0,46	1	0,92
		α = 20°	0,5	0,42	1	0,84
		α = 25°	0,5	0,38	1	0,76
		α = 30°	0,5	0,33	1	0,66
		α = 35°	0,5	0,29	1	0,58
		α = 40°	0,5	0,26	1	0,52
		α = 45°	0,5	0,22	1	0,44
		A rotule	0,5	0,22 cot α	1	0,44 cot α
	Roulements à rouleaux radiaux (α ≠ 0°)		0,5	0,22 cot α	1	0,44 cot α

(1) α : angle nominal de contact, en degrés.



TABLEAU DE RÉPARTITION D'EFFORTS AXIAUX POUR ROULEMENTS A CONTACT OBLIQUE

- On doit prendre dans tous les cas les valeurs  $Y$  dans la colonne  $F_a/F_r > e$ .
- Ci-dessous  $K_a$  est appliquée à l'arbre, si cette charge  $K_a$  est appliquée au logement, prendre le cas correspondant au type de montage mais avec la charge  $K_a$  appliquée en sens contraire.
- On admet que  $F_{r1}$  et  $F_{r2}$  sont toujours positives même si elles s'exercent en sens opposé au sens représenté

ROULEMENT A ROULEAUX CONIQUES			ROULEMENT A 1 RANGÉE DE BILLES A CONTACT OBLIQUE	
Conditions de charge	Charge axiale	Type de montage	Conditions de charge	Charge axiale
<b>A1</b> $\frac{F_{r1}}{Y_1} \geq \frac{F_{r2}}{Y_2} \quad (K_a \geq 0) \rightarrow$	$F_{a1} = \frac{0,5 F_{r1}}{Y_1}$ $F_{a2} = F_{a1} + K_a$	<b>EN X</b> 	$e_1 F_{r1} \geq e_2 F_{r2} \quad (K_a \geq 0)$	$F_{a1} = e_1 F_{r1}$ $F_{a2} = F_{a1} + K_a$
<b>A2</b> $\frac{F_{r1}}{Y_1} < \frac{F_{r2}}{Y_2}$ $K_a \geq 0,5 \left( \frac{F_{r2}}{Y_2} - \frac{F_{r1}}{Y_1} \right) \rightarrow$	$F_{a1} = F_{a2} - K_a$ $F_{a2} = 0,5 F_{r2}$		$e_1 F_{r1} < e_2 F_{r2}$ $K_a \geq e_2 F_{r2} - e_1 F_{r1}$	$F_{a1} = F_{a2} - K_a$ $F_{a2} = e_2 F_{r2}$
<b>A3</b> $\frac{F_{r1}}{Y_1} < \frac{F_{r2}}{Y_2}$ $K_a < 0,5 \left( \frac{F_{r2}}{Y_2} - \frac{F_{r1}}{Y_1} \right) \rightarrow$	$F_{a1} = F_{a2} - K_a$ $F_{a2} = 0,5 F_{r2}$	<b>EN O</b> 	$e_1 F_{r1} < e_2 F_{r2}$ $K_a < e_2 F_{r2} - e_1 F_{r1}$	$F_{a1} = F_{a2} - K_a$ $F_{a2} = e_2 F_{r2}$
<b>B1</b> $\frac{F_{r1}}{Y_1} \leq \frac{F_{r2}}{Y_2} \quad (K_a \geq 0) \rightarrow$	$F_{a1} = F_{a2} + K_a$ $F_{a2} = \frac{0,5 F_{r2}}{Y_2}$	<b>EN X</b> 	$e_1 F_{r1} \leq e_2 F_{r2} \quad (K_a \geq 0)$	$F_{a1} = F_{a2} + K_a$ $F_{a2} = e_2 F_{r2}$
<b>B2</b> $\frac{F_{r1}}{Y_1} > \frac{F_{r2}}{Y_2}$ $K_a \geq 0,5 \left( \frac{F_{r1}}{Y_1} - \frac{F_{r2}}{Y_2} \right) \rightarrow$	$F_{a1} = F_{a2} + K_a$ $F_{a2} = \frac{0,5 F_{r2}}{Y_2}$		$e_1 F_{r1} > e_2 F_{r2}$ $K_a \geq e_1 F_{r1} - e_2 F_{r2}$	$F_{a1} = F_{a2} + K_a$ $F_{a2} = e_2 F_{r2}$
<b>B3</b> $\frac{F_{r1}}{Y_1} > \frac{F_{r2}}{Y_2}$ $K_a < 0,5 \left( \frac{F_{r1}}{Y_1} - \frac{F_{r2}}{Y_2} \right) \rightarrow$	$F_{a1} = \frac{0,5 F_{r1}}{Y_1}$ $F_{a2} = F_{a1} - K_a$	<b>EN O</b> 	$e_1 F_{r1} > e_2 F_{r2}$ $K_a < e_1 F_{r1} - e_2 F_{r2}$	$F_{a1} = \frac{0,5 F_{r1}}{Y_1}$ $F_{a2} = F_{a1} - K_a$

DURÉE NOMINALE DES ROULEMENTS (d'après S.K.F.)

	Types de machines	Durée de fonctionnement (en heures) $H_L$
Machines d'un fonctionnement de courte durée ou intermittent	Les arrêts accidentels ont peu d'importance (outils à main, machines agricoles, appareils ménagers, etc.)	4.000 à 8.000
	Les arrêts accidentels sont à éviter (machines pour travail à la chaîne, ascenseurs, etc.)	8.000 à 12.000
Machines prévues pour un service de 8 h par jour	Marche intermittente (moteurs électriques, machines-outils)	12.000 à 20.000
	Marche continue (pompes, ventilateurs)	20.000 à 30.000
Machines à fonctionnement continu (24 h par jour)	Cas général (pompes, compresseurs, ascenseurs de mines, etc.)	40.000 à 60.000
	Cas où une grande sécurité de marche est nécessaire (pompes de mines, machines du service des eaux, etc.)	100.000 à 200.000



#### e) Calcul de la charge dynamique ( C )

C, L et P sont liées par la relation :

$$L = ( C/P )^n$$

La connaissance de L permet de calculer le rapport C/P d'où l'on tire C connaissant P et inversement.

#### f) Coefficient de réduction des charges de base

Pour une utilisation dans des conditions de température ou de dureté de surface non normales, il est recommandé de réduire la capacité de charge indiqué dans les tableaux en la multipliant par le coefficient ad hoc figurant ci-dessous.

##### a) influence de la température

Température du roulement en °C		125	150	175	200	250
facteur de température	billes et rouleaux	0,95	0,90	0,85	0,75	0,60

##### b) influence de la dureté (roulement pour bagues, douilles,...)

Dureté HRC	59	57	54	52	48	45	41	36	30	23
facteur de dureté $f_D$	1,0	0,93	0,78	0,65	0,52	0,42	0,33	0,25	0,18	0,12

#### g) Recherche du roulement

Sur les catalogues ou les tableaux, on cherche le roulement du type choisi, du diamètre d'arbre donné d et dont la valeur C est supérieure à la valeur calculée. Vérifier la charge statique  $C_0$  et la vitesse de rotation n.

Dans le cas de roulements rigides à une rangée de billes, la valeur de x et y dépend de la valeur du rapport  $F_a / C_0$  ; si  $C_0$  est connu on peut continuer le calcul ; sinon on donne à x et à y une valeur arbitraire, puis le calcul terminé, on effectue une vérification.

### 8.8.4 Exemples de calcul

#### Exemple 1

Soit  $d = 40 \text{ mm}$  ;  $N = 400 \text{ tr/mn}$  ;  $F_r = 300 \text{ daN}$  ;  $F_a = 50 \text{ daN}$  ;  $L = 8000 \text{ heures}$

Roulements à rotation sur billes

Reconversion des heures en tours



$$L = \frac{1 \text{ million} \times 8000 \times 60 \times 400}{10^6} = 192 \text{ millions de tours.}$$

Le tableau donne pour la série 03 et  $d = 40$  ; la valeur  $e = 0,25$

$$\text{Or } F_a/F_r = 50/300 = 0,166 < 0,25$$

$$\text{D'où } x = 1 \text{ et } y = 2,5$$

$$P = x \cdot F_r + y \cdot F_a = 300 + (50 \times 2,5) = 425 \text{ daN}$$

$$L = (C/P)^3 = 192$$

$$\text{d'où } C/P = \sqrt[3]{192} \Rightarrow C = \sqrt[3]{192} \times P = 5,75 \times 4,25 = 2440 \text{ daN}$$

Le roulement de  $d = 40$ , série 03 ne possède qu'une valeur de  $C = 2280 \text{ daN}$  on peut donc, soit porter le diamètre de l'arbre à  $d = 45$  d'où  $C = 2900 \text{ daN}$  soit adopter la série 23 d'où  $C = 3450 \text{ daN}$ .

### Exemple 2

Choix d'un roulement rigide à une rangée de billes pour  $d = 30 \text{ mm}$ ,  $N = 400 \text{ tr/mn}$ ,  $F_r = 300 \text{ daN}$ ,  $F_a = 0$ ,  $L = 20.000 \text{ h} = 480 \text{ millions de tours}$ .

$$F_a/C_0 = 0/C_0 = 0 \quad \text{on a } x = 1, y = 0$$

$$P = F_r \times x + 0 = 300 \text{ daN}$$

$$L = (C/P)^3 \Rightarrow C = \sqrt[3]{L} \times P$$

$$C = (480)^{1/3} \times 300 = 7,83 \times 300 = 2350 \text{ daN}$$

A cette valeur correspond le roulement 30BC03 pour lequel on a le diamètre extérieur = 72 épaisseur 19,  $C = 2160$ .

Ou le roulement 30BC04 pour lequel on a le diamètre extérieur = 90 épaisseur = 23  $C = 3250$ .

### Exemple 3

Calculer la durée de vie nominale d'un roulement rigide à une rangée de billes, série de dimension 03,  $d = 30$  avec  $F_a = 0$   $F_r = 250 \text{ daN}$ ,  $N = 800 \text{ tr/min}$

$$F_a/F_r = 0 \Rightarrow F_a/F_r < e$$

$$\text{D'où } x = 1, y = 0$$

$$\text{Et } P = F_r = 250 \text{ daN}$$



La capacité de charge dynamique C est obtenue à partir du tableau C = 2160 daN

$$L = (C/P)^n \quad \text{avec } n = 3 \text{ pour un roulement à billes}$$

$$L = \left( \frac{2160}{250} \right)^3 = (8,64)^3 = 645 \text{ millions de tours}$$

$$\text{ou } L = 13400 \text{ heures pour } N = 800 \text{ tours / min}$$

#### Exemple 4

Déterminer le roulement rigide à une rangée de billes de la série 03 qui devra encaisser les efforts suivants :

Fa = 475 daN, Fa = 145 daN pendant 10.000 heures à 2500 tours/min.

On calcule Fa/Fr = 145 daN/475 daN = 0,30 et d'après le tableau

1. Si  $Fa/C_0 < 0,130$  alors  $Fa/Fr > e$   
 $X = 0,56$  ;  $1,4 \leq Y \leq 2$ .
2. Si  $Fa/C_0 > 0,130$  alors  $Fa/Fr \geq e$  et  $X = 1$  ;  $Y = 0$ .

Ne connaissant pas  $C_0$  nous ferons donc des hypothèses.

1<sup>re</sup> hypothèse : Solution 2, la plus simple  $Fa/C_0 > 0,130$ , on suppose donc que  $X = 1$  et  $Y = 0$  ; ceci implique  $P = X.Fr + Y.f_a = Fr$   
Donc :  $P = 475$  daN.

Le roulement devant tourner à 2500 tr/min pendant 10.000 heures, on calcule L en millions de tours :

$$L = 10.000 \times (60 \text{ min/1h}) \times 2500 \text{ tr/min} \Rightarrow L = 1500 \text{ millions de tours.}$$

Avec la relation  $(C/P)^n = L$  et  $n = 3$  (roulement à billes), on tire  $C/P = L^{1/3}$  soit :  
 $C/P = (1500)^{1/3} = 11,5$ .

$$C/P = 11,5$$

$$\text{Sachant que } P = 475 \text{ daN} \Rightarrow C = 11,5 \times 475 \text{ daN}$$

$$C = 5470 \text{ daN.}$$

Dans le tableau on trouve le roulement de diamètre intérieur 55mm possible avec une capacité de charge dynamique de base C = 5500 daN et une capacité statique de base  $C_0 = 4150$  daN.

#### Vérification de l'hypothèse.

$$Fa/C_0 = 145 \text{ daN}/4150 \text{ daN} = 0,0352 < 0,130$$

L'hypothèse est donc fausse.



2<sup>e</sup> Hypothèse : Solution 1  $F_a/C_0 < 0,130$ .

On suppose donc que  $F_a/C_0 < 0,130$  donc  $X = 0,56$  ;  $1,4 \leq Y \leq 2$ .

Il faut se fixer  $Y$  dans les limites ci-dessus.

Prenons  $Y = 2$  d'où  $P = 0,56 \times 475 \text{ daN} + 2 \times 145 \text{ daN}$

$$P = 550 \text{ daN}$$

$L$  est la même et donc  $C/P = 11,5$  d'où :  $C = 11,5 \times 550 \text{ daN} = 6325 \text{ daN}$

Dans le tableau on trouve le roulement de diamètre intérieur 65mm possible avec une capacité dynamique de base de 7100 daN et une capacité statique de base  $C_0 = 5600 \text{ daN}$ .

Vérification de l'hypothèse

$$F_a/C_0 = 145 \text{ daN} / 5600 \text{ daN} = 0,0259 < 0,130$$

Vérifions si le  $Y$  choisi est acceptable : oui car  $F_a/C_0$  est proche de 0,0250 (un calcul poussé nous donnerait  $Y = 1,98$ ).

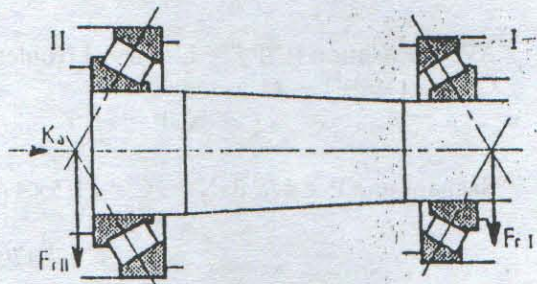
L'hypothèse est donc vérifiée.

Vérifions si un roulement de diamètre inférieur conviendrait :  $d = 60\text{mm}$ ,  $C_0 = 4800\text{daN}$ ,  $C = 6300\text{daN}$ ,  $F_a/C_0 = 145\text{daN}/4800\text{daN} = 0,03$  par interpolation  $Y = 1,92$ .

Donc  $P = 0,56 \times 475\text{daN} + 1,92 \times 145\text{daN} = 545 \text{ daN}$   
avec  $C/P = 11,5 \Rightarrow C_{\text{calculé}} = 11,5 \times 545\text{daN} = 6270 \text{ daN}$ .

Ce roulement peut convenir si le faible encombrement est souhaité mais il est à la limite de l'admissibilité. Nous savons que le roulement de diamètre 55mm est insuffisant.

Exemple 5 : Calculer en millions de tours, la durée nominale des roulements du montage ci-dessous :



$$Fr_I = 520\text{daN}, Fr_{II} = 800\text{daN}, K_a = 250\text{daN}$$

Roulement I à rouleaux coniques.

$$2 \text{ BD } 35 \rightarrow d = 35\text{mm}, C = 2600 \text{ daN}, Y_I = 2,06, e_I = 0,29$$

roulement II à rouleaux coniques.

$$2 \text{ CE } 45 \rightarrow d = 45\text{mm}, C = 5600\text{daN}, Y_I = 2,04, e_I = 0,29$$

Pour calculer  $L$  on doit connaître  $C/P$

Donc  $P \rightarrow$  donc  $X, Y, F_a, Fr \rightarrow$  donc calculer  $f_a$  suivant les cas de montage (voir tableau).



- On considère  $Fr_I/Y_I$  et  $Fr_{II}/Y_{II}$   
 $Fr_I/Y_I = 520 \text{ daN}/2,06 = 255 \text{ daN}$   
 $Fr_{II}/Y_{II} = 800 \text{ daN}/2,04 = 390 \text{ daN}$   
 $Fr_{II}/Y_{II} > Fr_I/Y_I \rightarrow$  calculons  $1/2 (Fr_{II}/Y_{II} - Fr_I/Y_I)$

$$1/2 \left( \frac{Fr_{II}}{Y_{II}} - \frac{Fr_I}{Y_I} \right) = \frac{1}{2} (390 \text{ daN} - 255 \text{ daN}) = 70 \text{ daN}$$

$$K_a > 1/2 (Fr_{II}/Y_{II} - Fr_I/Y_I) \rightarrow \text{cas } A_2, \text{ page 78}$$

- On peut donc calculer  $Fa_I$  et  $Fa_{II}$   
 $Fa_I = 0,5(Fr_I/Y_I) = 0,5 \cdot 255 \text{ daN} \approx 130 \text{ daN}$   
 $Fa_{II} = Fa_I + K_a = 130 \text{ daN} + 250 \text{ daN} = 380 \text{ daN}$

- Calcul de  $P_I$  (voir page 85)  
 $Fa_I/Fr_I = 130/520 = 0,24 < e = 0,29$   
D'après le tableau 1, page 85  $X = 1$ ,  $Y = 0$   
 $P_I = Fr_I = 520 \text{ daN}$ .

- calcul de  $L_I$   

$$L_I = \left( \frac{C_I}{P_I} \right)^{10/3} = \left( \frac{2600}{520} \right)^{10/3} = 215 \text{ millions de tours.}$$

- Calcul de  $P_{II}$  (voir page 85).  
 $Fa_{II}/Fr_{II} = 380/800 = 0,48 > e = 0,29$   
D'après les tableaux 1 et 2 ; page 85  $X = 0,4$ ,  $Y = 2,04$   
 $P_{II} = 0,4Fr_{II} + 2,04Fa_{II} = 0,4 \times 800 \text{ daN} + 2,04 \times 380 \text{ daN}$   
 $P_{II} = 1095 \text{ daN}$ .

- Calcul de  $L_{II}$   

$$L_{II} = (C_{II} / P_{II})^{10/3} = (5600 / 1095)^{10/3} = 230 \text{ millions de tours}$$

Les durées de vies sont voisines ce qui rend le montage cohérent du point de vue usure.

#### Exemple 6 :

Vérifier si la douille à aiguilles de diamètre 25mm peut supporter un effort radial de 250 daN pendant 500 millions de tours. Elle est montée directement sur un arbre traité à 54 HRC.

La charge équivalente  $P = Fr = 250 \text{ daN}$

A partir de la durée de vie souhaité on calcule  $C/P$ .

$L = (C/P)^n$  avec  $n = 10/3$  (roulement à aiguilles)

$C/P = L^{3/10} \rightarrow C/P = (500)^{3/10} = 6,45$

Sachant que  $P = 250 \text{ daN} \rightarrow C = 6,45 \times 250 \text{ daN}$

$C_{calculé} = 1610 \text{ daN}$ .



Le tableau de la page 87 nous donne une capacité dynamique de base  $C = 1770 \text{ daN}$ .

Mais l'arbre est insuffisamment traité  $< 59 \text{ HRC}$ . Il faut alors appliquer un facteur de dureté  $f_d$  (voir page 76, paragraphe 3.2).

La capacité dynamique de base  $C$  devient :

$$C_{\text{corrigé}} = C \times f_d$$

$$C_{\text{corrigé}} = 1770 \times 0,78 = 1380 \text{ daN.}$$

Ce montage n'aura donc pas la durée de vie espérée ; on peut :

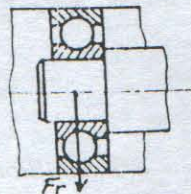
- soit changer de douille
- soit durcir l'arbre.

### Exemple 7 :

Un roulement à une rangée de billes à contact radial, dont la désignation est 40 BC 02, supporte une charge radiale constante  $F_r = 300 \text{ daN}$ .

Il est animé d'une fréquence de rotation  $N = 1200 \text{ tr/min}$ .

- calculer sa durée  $L_h$  correspondante à une fiabilité de 95%.



- Détermination de la charge dynamique équivalente  $P$  :

Le roulement n'est soumis à aucune charge axiale.  $P$  est donc égale à la charge radiale ; soit  $P = F_r = 300 \text{ daN}$ .

- Charge dynamique de base  $C$  :

La valeur de  $C$  est donnée par le tableau, soit  $C = 3010 \text{ daN}$

- Durée nominale en heure :

$$L_h = \left( \frac{C}{P} \right)^k \cdot \frac{10^6}{60 \cdot N} \quad \text{avec } k = 3 \quad (\text{roulement à billes})$$

$$\text{on obtient : } L_h = \left( \frac{3010}{300} \right)^3 \cdot \frac{10^6}{1200 \cdot 60} \approx 14884 \text{ heures}$$

- Calcul de la durée  $L_h$  correspondant à une fiabilité de 95% :

$L = a_1 \cdot L_{10}$  ; selon le tableau pour  $F = 95\%$   $a_1 = 0,62$

$$L_{h5} = 1484 \times 0,62 = 9228 \text{ heures.}$$

### Exemple 8 :

Un roulement à une rangée de billes à contact radial est animé d'une fréquence de rotation  $N = 800 \text{ tr/min}$ . il supporte une charge radiale  $F_r = 500 \text{ daN}$  et une charge axiale  $F_a = 200 \text{ daN}$ . La durée de fonctionnement doit être d'au moins 10.000 heures.

Déterminer les dimensions de ce roulement.



- Détermination de la charge dynamique équivalente P :

Elle est donnée par la relation :  $P = X.F_r + Y.F_a$ .

D'après le tableau 12.4 on a : à titre d'essai et sous réserve de vérification on prend :  $X = 0,56$  et  $Y = 1,8$ , il est alors possible de calculer P.

$$P = (0,56.500) + (1,8.200) = 640 \text{ daN.}$$

- Détermination de la charge de base C :

$$I_n = \left( \frac{C}{P} \right)^k \cdot \frac{10^6}{60.N} \quad \text{permet d'écrire :}$$

La formule :

$$C = P \cdot \sqrt[k]{\frac{60 \times 800 \times 10.000}{10^6}} \approx 5011 \text{ daN}$$

- Dimensions du roulement :

La charge dynamique de base C du roulement choisi devra être supérieur à celle qui est calculée  $C_{\text{cal}} = 5011 \text{ daN}$ .

Si l'on considère la série de dimensions 03 on trouve  $C = 5270 \text{ daN}$  correspondant à un roulement d'alésage  $d = 45 \text{ mm}$ .

- Vérification des valeurs choisies pour X et Y :

Charge statique de base  $C_0 = 3000 \text{ daN}$

$$\text{Valeur du rapport } F_a/C_0 : \frac{F_a}{C_0} = \frac{200}{3000} = 0,066$$

$$\text{Valeur du rapport } F_a/F_r : \frac{F_a}{F_r} = \frac{200}{500} = 0,4$$

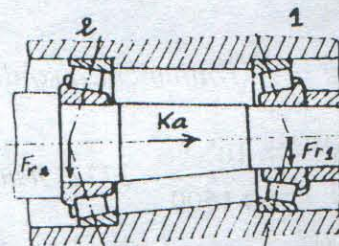
Dans le tableau 12.1 on trouve :  $X = 0,56$  et par interpolation linéaire  $Y = 1,62$ . La charge dynamique P sur le roulement est un peu plus faible que celle avec laquelle les calculs ont été effectués. Le roulement ainsi déterminé peut convenir.

#### Exemple 9 :

Le palier de la figure ci-dessous comporte deux roulements à rouleaux coniques. La désignation du roulement 1 est 45 KB 02 et celle du roulement 2 50 KB 02 sur ces roulements s'exercent les charges suivantes :

$$F_{r1} = 600 \text{ daN} ; F_{r2} = 800 \text{ daN} ; K_a = 300 \text{ daN.}$$

Déterminer la durée  $L_e$  de l'ensemble des roulements sachant que la vitesse de rotation de l'arbre est  $N = 1500 \text{ tr/min}$ .





- Charges dynamiques de base des roulements :

En consultant le tableau on trouve :

- Roulement 1  $C_1 = 6270 \text{ daN}$
- Roulement 2  $C_2 = 7040 \text{ daN}$

- Coefficient X et Y des roulements :

En consultant le tableau et en prenant toujours les valeurs de Y dans la colonne  $F_a/F_r > e$ , on trouve :

- Roulement 1  $X_1 = 0,4$  ;  $Y_1 = 1,45$
- Roulement 2  $X_2 = 0,4$  ;  $Y_2 = 1,45$

- Calcul des forces axiales :

Le montage donné correspond aux valeurs suivantes

- Valeurs relatives des rapports  $F_{r1}/Y_1$  et  $F_{r2}/Y_2$  :

$$\frac{F_{r1}}{Y_1} = \frac{600}{1,45} ; \frac{F_{r2}}{Y_2} = \frac{800}{1,45} ; \text{ par conséquent } \frac{F_{r1}}{Y_1} < \frac{F_{r2}}{Y_2}$$

- Valeurs du produit  $0,5 \left( \frac{F_{r2}}{Y_2} - \frac{F_{r1}}{Y_1} \right)$  :

$$0,5 \left( \frac{800}{1,45} - \frac{600}{1,45} \right) = 69 \text{ daN} \text{ par conséquent } K_a > 0,5 \left( \frac{F_{r2}}{Y_2} - \frac{F_{r1}}{Y_1} \right)$$

Les valeurs des charges axiales  $F_{a1}$  et  $F_{a2}$  sont données par la condition de charge 1b du tableau soient :

$$F_{a1} = \frac{0,5 F_{r1}}{Y_1} = \frac{0,5 \cdot 600}{1,40} = 206 \text{ daN}$$

$$F_{a2} = F_{a1} + K_a = 206 + 300 = 506 \text{ daN}$$

- Charges dynamiques équivalentes P sur les roulements :

- Roulement 1 : le rapport  $F_{a1}/F_{r1} = 206/600 = 0,34$  est inférieur à la valeur  $e = 0,41$  ; la charge axiale peut donc être négligée ( $Y_1 = 0$ ) et l'on a :  $P_1 = F_{r1} = 600 \text{ daN}$
- Roulement 2 : la charge dynamique équivalente est donnée par la relation  $P_2 = X_2 F_{r2} + Y_2 F_{a2}$ , soit :

$$P_2 = 0,4 \cdot 800 + 1,45 \cdot 506 \approx 1054 \text{ daN}$$

- Durée nominale en heures :

On applique la formule :

$$L_h = \left( \frac{C}{P} \right)^k \cdot \frac{10^6}{60 \cdot N} ; \text{ avec } k = \frac{10}{3} \text{ (roulement à rouleaux)}$$

$$\text{Roulement 1 : } L_{h1} = \left( \frac{6270}{600} \right)^{10/3} \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 1500} = 27721 \text{ heures}$$

$$\text{Roulement 2 : } L_{h2} = \left( \frac{7040}{1054} \right)^{10/3} \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 1500} = 6235 \text{ heures}$$



- Durée de l'ensemble  $L_e$  :

$$L_e = \left( \sum \frac{1}{L_i^{1,5}} \right)^{-1/1,5} = \left( \frac{1}{(27721)^{1,5}} + \frac{1}{(6235)^{1,5}} \right)^{-1/1,5} = 5828 \text{ heures}$$

$L_e = 5828 \text{ heures.}$



## 9. MONTAGE DES ROULEMENTS

Les roulements sont des organes assez fragiles ; des efforts anormaux ; provenant d'un mauvais montage, de tolérances mal respectées, de phénomènes non prévus tels que dilatation, chocs etc... entraînent une détérioration rapide des roulements ; leur montage exige donc le respect d'un certain nombre de règles.

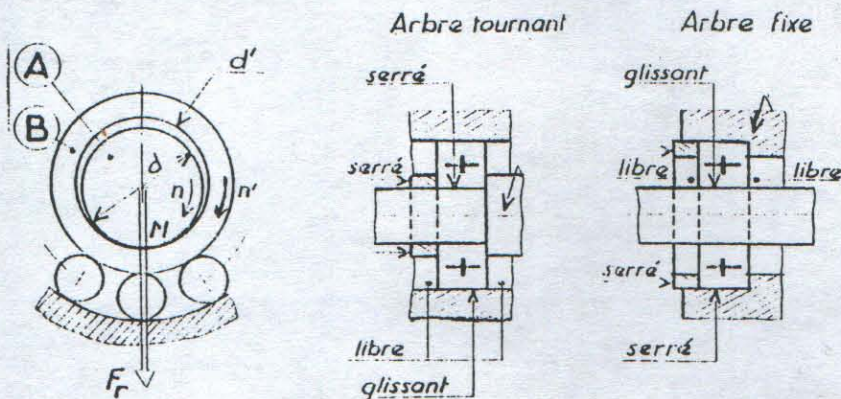
### 9.1 Règles générales de montage

a) Donc il s'agit d'assurer le guidage en rotation d'un arbre par rapport à un bâti, ou inversement, en interposant entre ces 2 pièces des éléments de roulements, billes ou rouleaux ; les bagues ne sont ajoutées que pour faciliter l'usinage et l'ajustement ; mais la bague intérieure doit être solidaire en rotation de l'arbre, la bague extérieure doit être solidaire en rotation du bâti, de façon que le roulement s'effectue, d'une part entre la bague tournante et les billes, d'autre part entre les billes et la bague fixe.

b) La bague qui tourne par rapport à la direction de la charge, il est nécessaire de la monter avec un ajustement serré, sinon il y aurait laminage, cette bague montée serrée doit être immobilisée axialement.

En effet considérons la figure 284.a et en supposant une charge radiale  $F_r$  de direction fixe et un arbre tournant ; la force  $F_r$  appuie l'arbre A sur la bague intérieure B au point M ; la rotation de A entraînera la rotation de B par adhérence ; si la rotation s'effectue sans glissement ; les vitesses linéaires des 2 pièces mesurées en M, seront égales, d'où la rotation  $\pi.d.n = \pi.d'.n'$  ; s'il existe un jeu entre A et B les diamètres  $d$  et  $d'$  seront inégaux ; il en sera donc de même pour  $n$  et  $n'$ , et il se produira une rotation relative entre A et B ; le phénomène désigné sous le nom de « laminage » détermine une détérioration rapide des pièces.

Nous avons supposé que c'était l'arbre et la bague intérieure qui tournaient par rapport à la direction de la charge (cas d'un palier par ex : fig.284.b). Si c'est le bâti et la bague extérieure qui tournent, celle-ci devra être ajustée avec serrage dans le bâti (cas d'une poulie folle par ex : fig.284.c).



(a)

(b)

(c)

(fig.284)

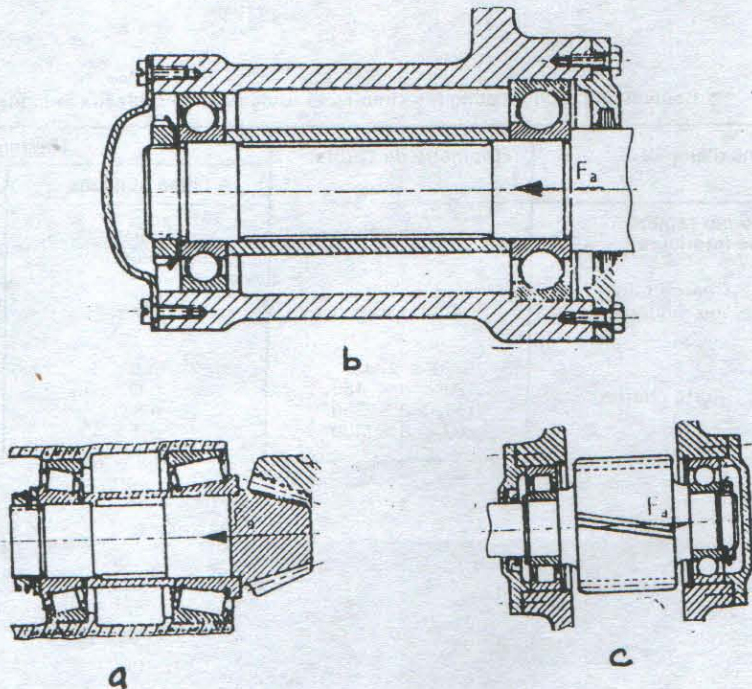


- c) Le montage doit être tel qu'aucune cause accidentelle ne puisse entraîner un fonctionnement défectueux du roulement, d'où résulterait une usure rapide ; notamment, dans le cas le plus fréquent où l'effort radial est prépondérant (roulements à billes, rigides ou à rotule, roulements à rotule sur rouleaux), il est indispensable que les plans médians des deux bagues restent confondus, sinon les éléments de roulement risquent d'être coincés ; si donc la bague intérieure est entièrement solidaire de l'arbre, la bague extérieure devra être montée dans le logement de façon que ces 2 pièces soient solidaires en rotation, mais libres en translation, de façon qu'une poussée axiale imprévue, résultant d'une dilatation, par exemple détermine un glissement de l'ensemble du roulement, la poussée de la bague intérieure se transmettant à la bague extérieure par l'intermédiaire des billes. On peut faire le même raisonnement dans le cas où la bague extérieure est entièrement solidaire du bâti d'où la règle :

La bague qui est fixe par rapport à la direction de la charge doit être montée avec un ajustement libre (glissant).

Exceptions : on peut déroger à ces règles si :

- Les deux roulements sont proches l'un de l'autre (aucun risque de dilatation).
- S'il s'agit de roulements à rouleaux coniques ou à une rangée de billes à contact oblique (fig.285.a).
- Si la charge appliquée a toujours tendance à appuyer le roulement sur un même obstacle (épaulement) (fig.285.b).
- S'il s'agit de roulements à rouleaux cylindriques qui permettent le déplacement d'une bague par rapport aux éléments roulants (fig.285.c).



(fig 285)



## 9.2 Choix des ajustements

Il en résulte, d'une part des règles précédentes, d'autre part du fait que le roulement ne pouvant être retouché, l'ajustement de l'arbre dans la bague intérieure sera obtenu par variation de l'arbre, tandis que l'ajustement de la bague extérieure dans le logement sera obtenu par variation de l'alésage du bâti (l'alésage du roulement correspondant approximativement à K5, la bague extérieure à h5) ; enfin le serrage doit être d'autant plus grand que la charge est plus élevée.

D'où les ajustement suivants voir tableau.

### AJUSTEMENTS DES ROULEMENTS (E 22-396)

#### A. - Arbres

#### 1. Roulements à billes (sauf obliques simples) et à rouleaux (sauf coniques)

Conditions d'emploi		Roulements à billes	à rouleaux cylindriques	à rouleaux sur rouleaux	Tolérance
Charge fixe par rapport à la bague intérieure		Tous diamètres	Tous diamètres	Tous diamètres	g 6   6 ou h 6
Charge tournant par rapport à la bague intérieure, ou charge indéterminée	Charge faible (C/P > 10)	d ≤ 100 100 < d ≤ 200 —	d ≤ 40 40 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200	d ≤ 40 40 < d ≤ 100 100 < d ≤ 200	j 6 k 6 m 6
	Charge modérée (5 < C/P ≤ 10)	d ≤ 100 100 < d ≤ 200 — —	d ≤ 40 40 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200 200 < d ≤ 400	d ≤ 40 40 < d ≤ 100 100 < d ≤ 140 140 < d ≤ 280 280 < d ≤ 500	k 6 m 6 n 6 p 6 r 6
	Forte charge (C/P ≤ 5)	d ≤ 100 100 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200 — —	— — 50 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200 — —	— — 50 < d ≤ 100 100 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200 200 < d ≤ 500	k 6 m 6 n 6 p 6 r 6 r 7

#### 2. Roulements à billes obliques simples et roulements à rouleaux coniques

Conditions d'emploi		Diamètre de l'arbre	Tolérance	
			A billes obliques	à rouleaux coniques
Charge fixe par rapport à la bague intérieure		Tous diamètres	e 6	f 6
Charge tournant par rapport à la bague intérieure, ou charge indéterminée	Charge faible ou modérée	d ≤ 120 120 < d ≤ 400	k 6 m 6	m 6 n 6
	Forte charge	d ≤ 120 120 < d ≤ 180 180 < d ≤ 250 250 < d ≤ 400	m 6 n 6 p 6 p 7	n 6 p 6 r 6 r 7



## B. Logement

Conditions d'emploi		Tolérances				
		Roulements à billes (sauf rouls obliques)	Rouleaux cylindriques	Rotule sur rouleaux	Billes, contact oblique (1)	Rouleaux coniques (1)
Charge fixe par rapport à la bague extérieure		J 7	K 7 (ou H 7)	H 7	N 7	P 7 (ou R 7)
Charge tournant par rapport à la bague extérieure ou charge indéterminée	Charge faible	K 7	M 7	M 7	N 7	P 7 (ou R 7)
	Charge modérée	M 7	N 7	N 7	N 7	P 7 (ou R 7)
	Forte charge	N 7	P 7	P 7	N 7	P 7 (ou R 7)

(1) Bague extérieure non réglable.

- Ajustement des roulements à aiguilles (E 22.397)

### A. Ajustements des arbres

#### 1. Roulements à aiguilles avec bague intérieure

Conditions d'emploi		Diamètre d de l'arbre	Tolérance
1. Charge fixe par rapport à la bague intérieure		Tous diamètres	J 6 ou h 6
2. Charge tournante par rapport à la bague intérieure ou charge indéterminée	Charge faible (C/P > 10)	d ≤ 40 40 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200	j 6 k 6 m 6
	Charge modérée (5 < C/P ≤ 10)	d ≤ 40 40 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200 200 < d ≤ 400	k 6 m 6 n 6 p 6
	Charge forte (C/P ≤ 5)	50 < d ≤ 140 140 < d ≤ 200	n 6 p 6

#### 2. Roulements à aiguilles sans bague intérieure, et douilles à aiguilles

Conditions d'emploi	Diamètre d de l'arbre	Tolérance
1. Charge fixe par rapport à l'arbre	Tous diamètres	g 5
2. Charge tournante par rapport à l'arbre, ou charge indéterminée	Tous diamètres	h 5

### B. Ajustements des logements

Type	Conditions d'emploi	Tolérance (tous diamètres)
1. Roulements à aiguilles (sauf douilles à aiguilles)	1. Charge fixe par rapport à la bague extérieure	K 7 ou H 7
	2. Charge tournante par rapport à la bague extérieure ou charge indéterminée	Faible M 7
		Modérée N 7
		Forte P 7
2. Douilles à aiguilles	Charge fixe ou tournante	N 7

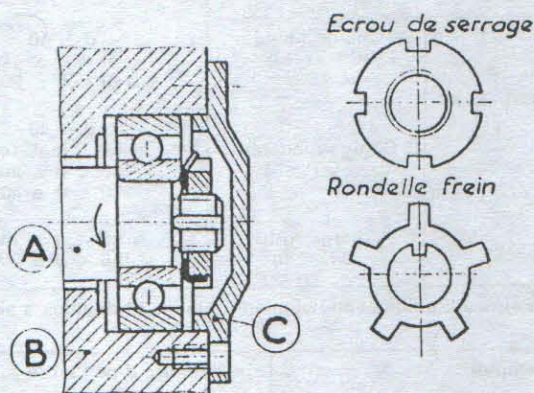


### 9.3 Liaison en translation des bagues extérieures et intérieures

a) Bague intérieure : (cas où cette bague est serrée sur l'arbre) ; l'ajustement serré doit être accompagné d'une liaison en translation qui fixe la position du roulement par rapport à l'arbre. En bout d'arbre : appui contre un épaulement de l'arbre, serrage par écrou vissé sur bout d'arbre (fig.286), ou par rondelle fixée par vis (fig.287), ou maintien par un circlips (fig.288), ou serrage par une autre pièce par l'intermédiaire d'un tube entretoise (fig.289).

En un point quelconque de l'arbre : montage sur bague conique fendue, les constructeurs prévoient des bagues de serrage et des bagues de desserrage (fig.290 et 291), prévoir des épaulements de diamètre inférieur au diamètre extérieur de la bague intérieure, des congés plus petits que les arrondis du roulement (fig.292).

b) Bague extérieure : (cas où cette bague est serrée dans le bâti) liaison en translation par appui contre un rebord du bâti ; serrage par couvercle (fig.293), par circlips intérieur (fig.294), par tube entretoise (fig.295).



(fig.286)



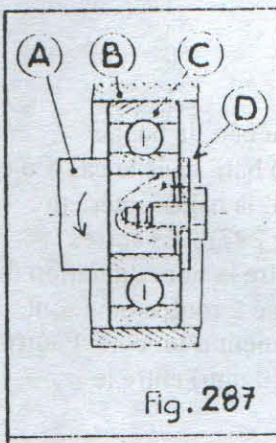


Fig. 287

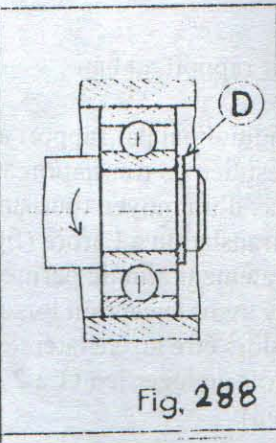


Fig. 288

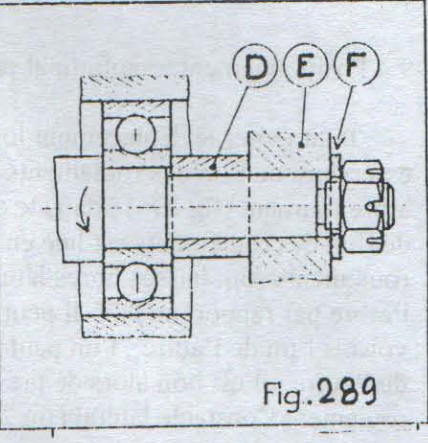


Fig. 289

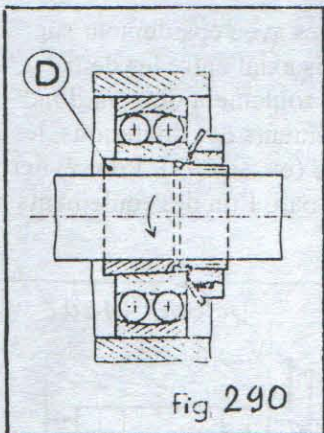


Fig. 290

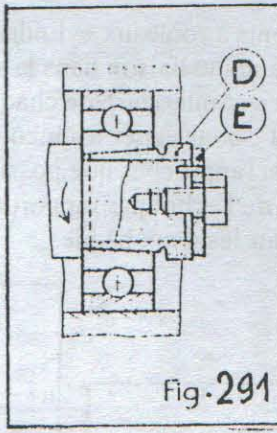


Fig. 291

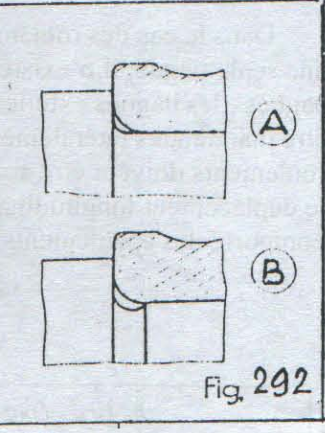


Fig. 292

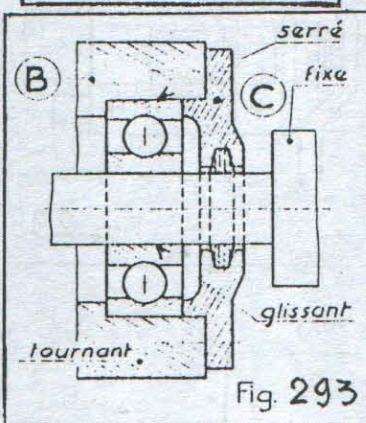


Fig. 293

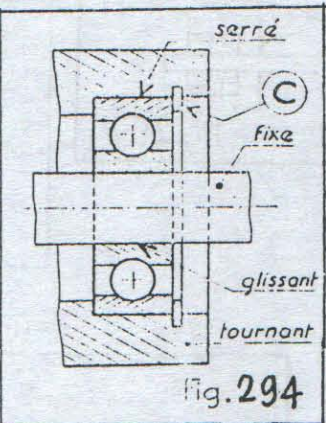


Fig. 294

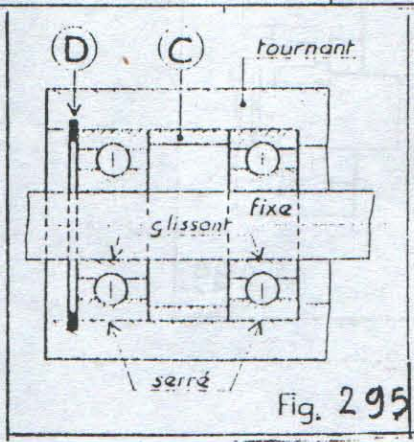


Fig. 295

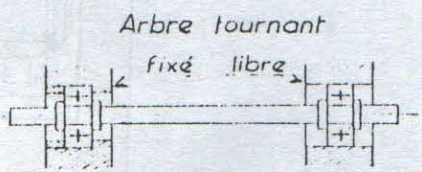


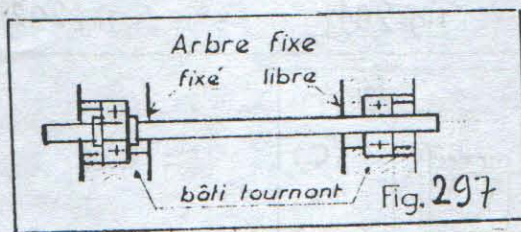
Fig. 296



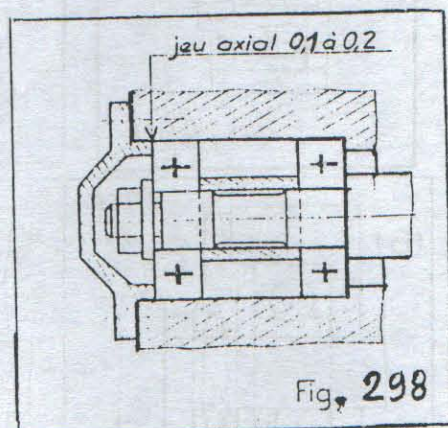
#### 9.4 Positionnement longitudinal par rapport au bâti

Pour éviter le déplacement longitudinal par rapport au bâti, la bague extérieure de l'un des roulements est liée en translation au bâti, dans le cas d'un arbre tournant (fig.296) ; dans le cas d'un moyen tournant, la bague intérieure de l'un des roulements est liée en translation à l'arbre (fig.297) ; les autres roulements sont laissés libres latéralement afin de permettre la libre dilatation de l'arbre par rapport au bâti. Il peut y avoir exception lorsque 2 roulements sont voisins l'un de l'autre ; l'un peut alors être arrêté latéralement d'un côté, l'autre de l'autre ; il est bon alors de prévoir un léger jeu (1 à 2/10 mm) entre le roulement l'obstacle latéral (fig.298).

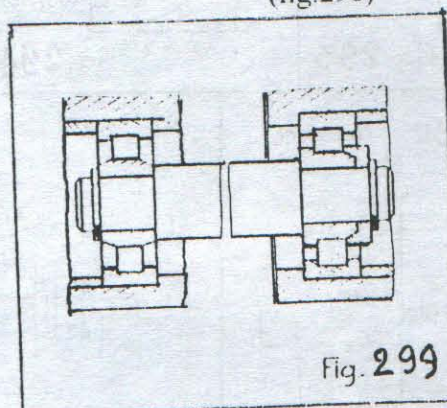
Dans le cas des roulements à rouleaux cylindriques avec épaulement sur une seule bague, il n'existe aucune liaison dans le sens axial entre les deux bagues ; les bagues extérieure et intérieure de chaque roulement doivent donc être maintenues latéralement ; pour éviter les inconvénients des dilatations, les 2 roulements doivent être aussi rapprochés que possible (ex : fig.299). Pour éviter le déplacement longitudinal de l'arbre par rapport au bâti, l'un des roulements comporte des épaulements sur les deux bagues.



(fig.297)



(fig.298)

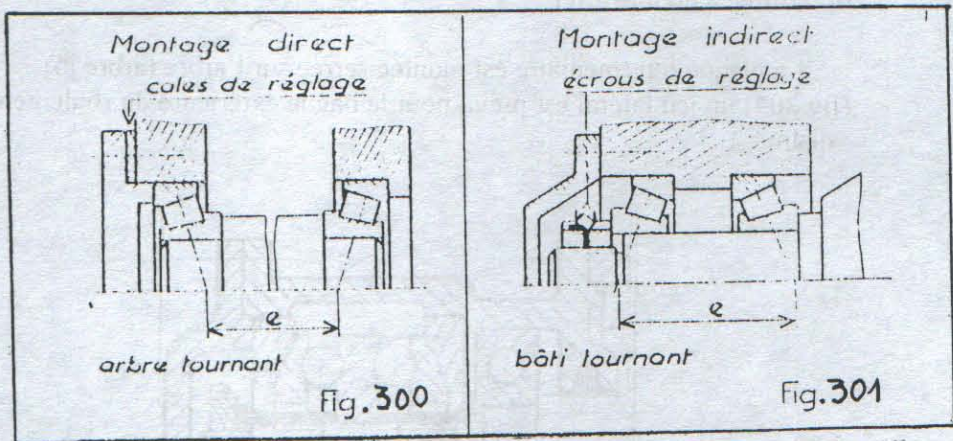


(fig.299)



## 9.5 Montage des roulements à rouleaux coniques

Nous avons vu que ces roulements doivent être montés par paires, de façon à équilibrer les poussées axiales dans les deux sens ; deux montages sont possibles : montage direct (fig.300) et montage indirect (fig.301) ; l'écartement théorique  $e$  étant plus grand dans le deuxième montage, celui-ci sera préféré lorsque les roulements sont très rapprochés. Pour pouvoir transmettre les poussées axiales de l'arbre dans les deux sens, les deux bagues intérieures devront s'appuyer contre un obstacle solidaire de l'arbre (épaulement ou bague rapportée) ; de même, pour pouvoir équilibrer ces 2 poussées, les 2 bagues extérieures devront s'appuyer contre un obstacle solidaire du bâti, dans le sens convenable (fig.300 et 301). L'ajustement étant difficile, on règle le jeu au montage, en agissant sur une bague non tournante de préférence (ajustement glissant), ce qui conduit à utiliser le montage direct dans le cas d'un arbre tournant (fig.300). le montage indirect dans le cas d'un bâti tournant (fig.301). L'ajustement des bagues sur l'arbre et dans le bâti suit les règles du paragraphe 2 ; le réglage du jeu latéral s'effectue par écrou à pas fin (fig.301), ou grâce à un jeu de cales amovibles (fig.300).



(fig.300)

(fig.301)

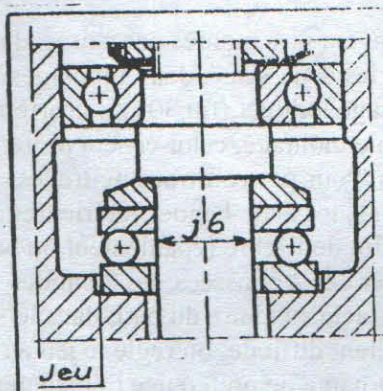
## 9.6 Montage des butées

### a) butée à simple effet

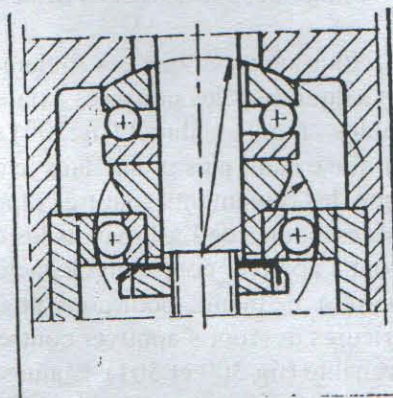
L'arbre doit être guidé radialement et la butée ne supporte qu'une poussée axiale ; elle est donc montée avec jeu dans son logement (fig.302) la plaque recevant la poussée par l'intermédiaire d'une rondelle spéciale est montée sans jeu sur l'arbre (arbre j6 ou k6).

Avec une butée à forces sphériques un jeu est prévu entre l'arbre et les pièces voisines, si la butée est associée à un roulement à rotules les centres des surfaces sphériques doivent coïncider (fig.303)





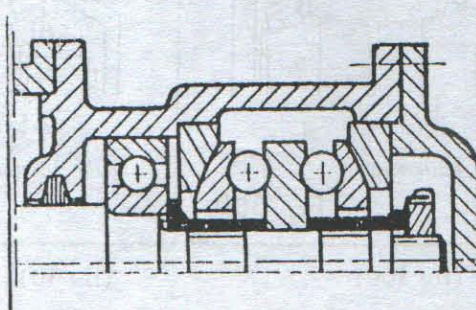
(fig.302)



(fig.303).

b) Butée à double effet

La plaque intermédiaire est montée serrée sur l'arbre (arbre j6)  
(fig.304) un jeu latéral est prévu pour la bague extérieure du roulement  
voisin.



(fig.304)



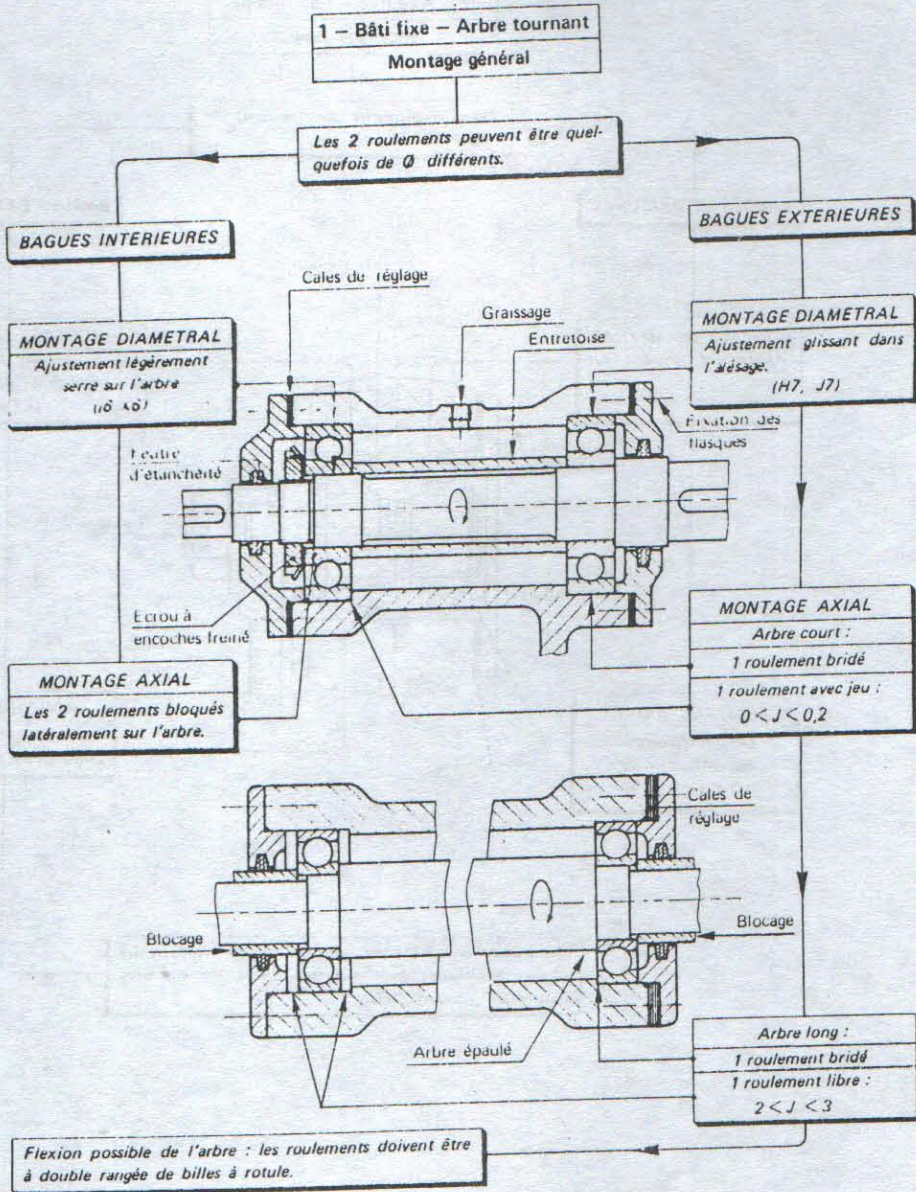
## Le montage des roulements

Deux règles essentielles (\*)

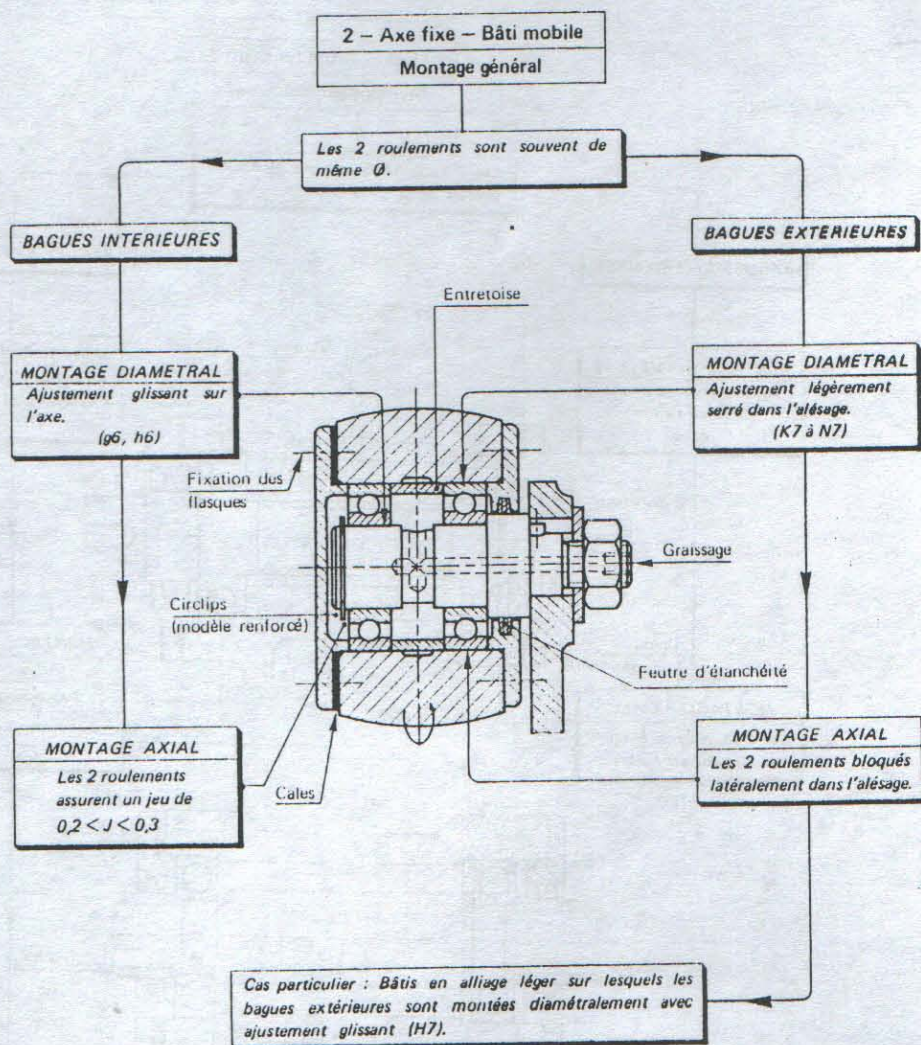
### a) Les roulements à billes

Un arbre ne doit jamais être porté par un seul roulement

Chaque roulement est toujours immobilisé latéralement sur la pièce qui tourne



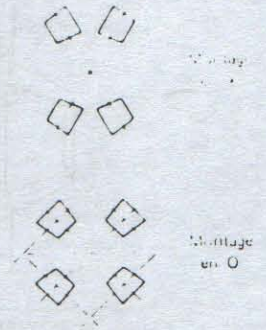




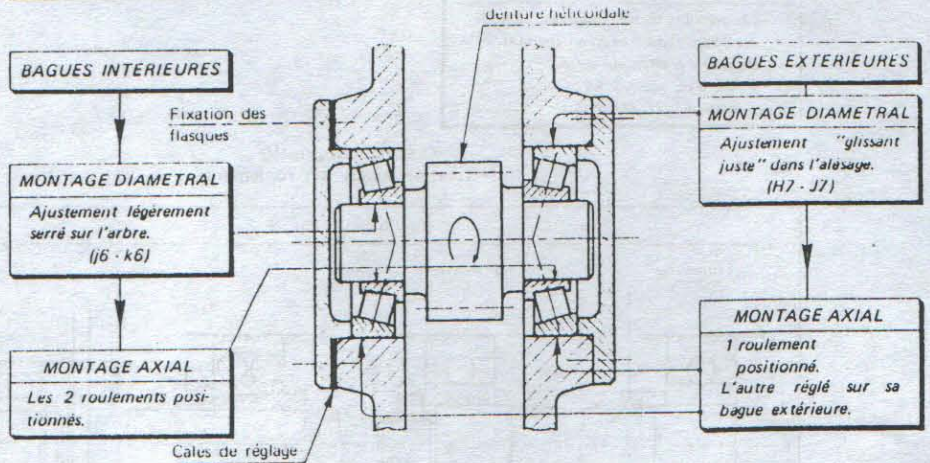


## b) Les roulements à rouleaux coniques

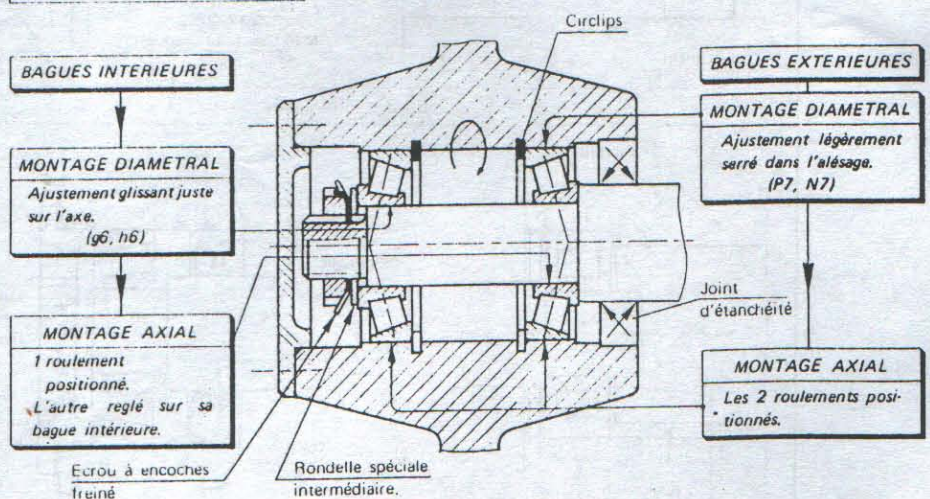
Ils sont toujours montés en opposition.  
Ils nécessitent un réglage du jeu de fonctionnement.  
Ce réglage s'effectue sur les bagues ajustées "glissant juste". Il en découle que les bagues ajustées "légèrement dur" doivent avoir une position fixe.



1 - Bâti fixe - Arbre tournant Montage en x

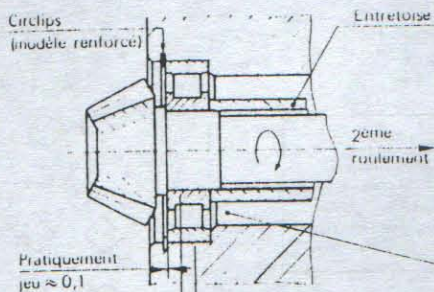


2 - Axe fixe - Bâti tournant Montage en O





c) Les roulements à rouleaux cylindriques.



Leur conception permet un déplacement latéral dans le roulement même.

Leur positionnement axial est toujours assuré par un second roulement complémentaire. (billes ou rouleaux coniques).

**MONTAGE AXIAL**

Les 2 bagues bloquées latéralement sur l'arbre ou l'axe et dans l'alésage.

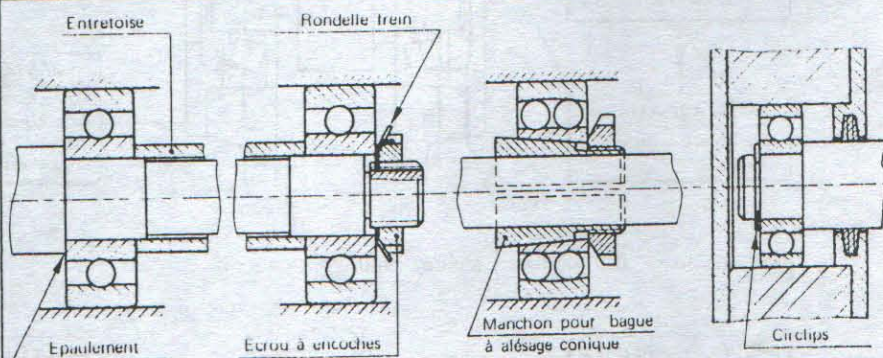
**MONTAGE DIAMETRAL**

La possibilité de montage séparé des 2 bagues permet un ajustement diamétral légèrement serré.

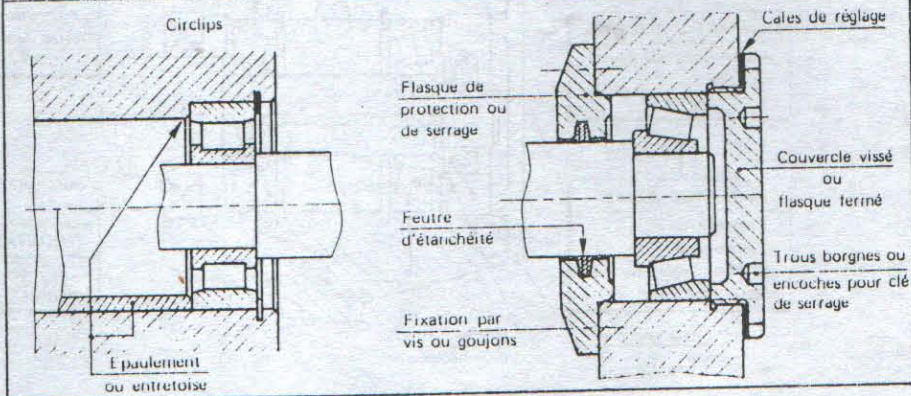
- arbre ou axe : j6, k6
- alésage : N7, M7.

**Quelques dispositifs de fixation axiale des roulements**

**Bagues intérieures**



**Bagues extérieures**



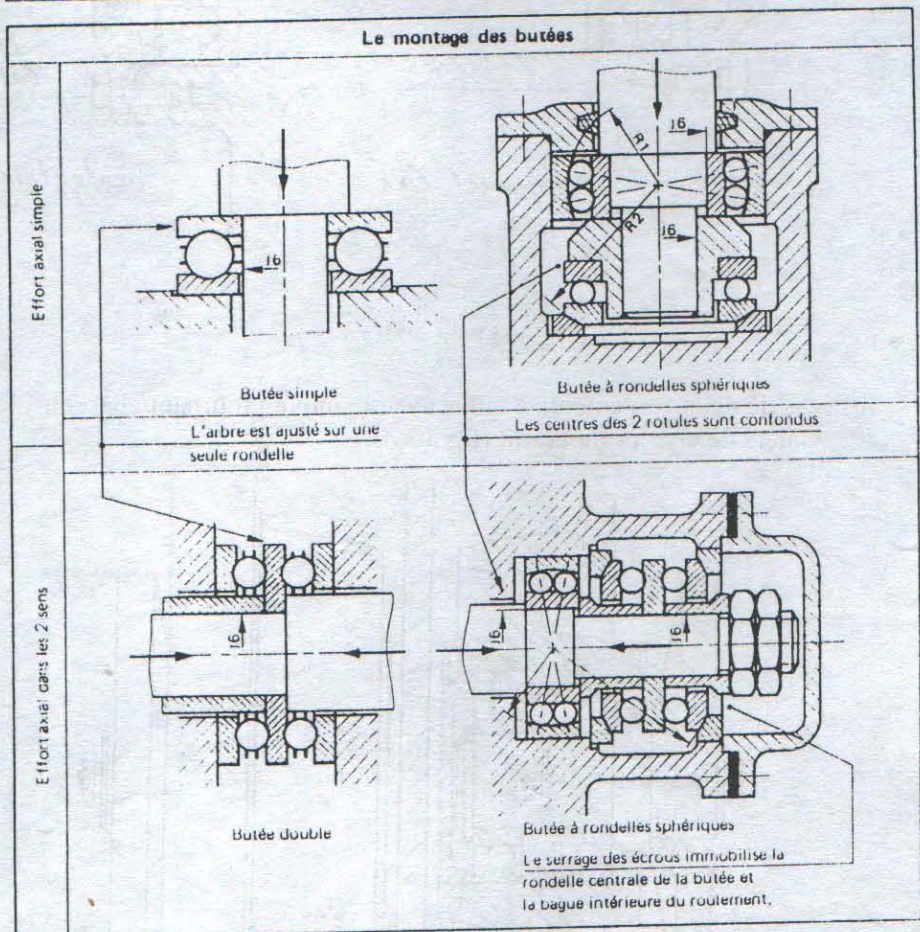


#### d) LES BUTEES A BILLES

- Chaque fois que, dans un guidage en rotation, la pièce en mouvement supporte des charges axiales importantes.
- Parce qu'il est nécessaire d'absorber au mieux ces sollicitations axiales, en réduisant les pertes d'énergie.
- En faisant supporter ces efforts axiaux, par des **billes ou rouleaux** maintenus par des rondelles sur un chemin de roulement circulaire, réalisant ainsi un mouvement de rotation sans glissement.

L'action de la force centrifuge sur les billes limite leur emploi à de faibles vitesses de rotation.

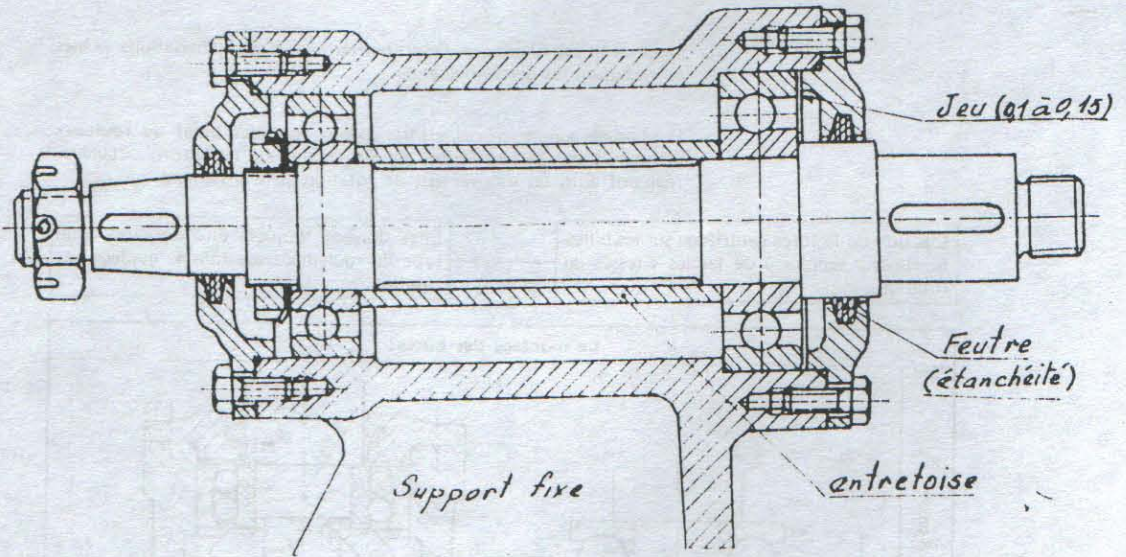
Elles doivent toujours être associées, à un type de roulement assurant le guidage en rotation.





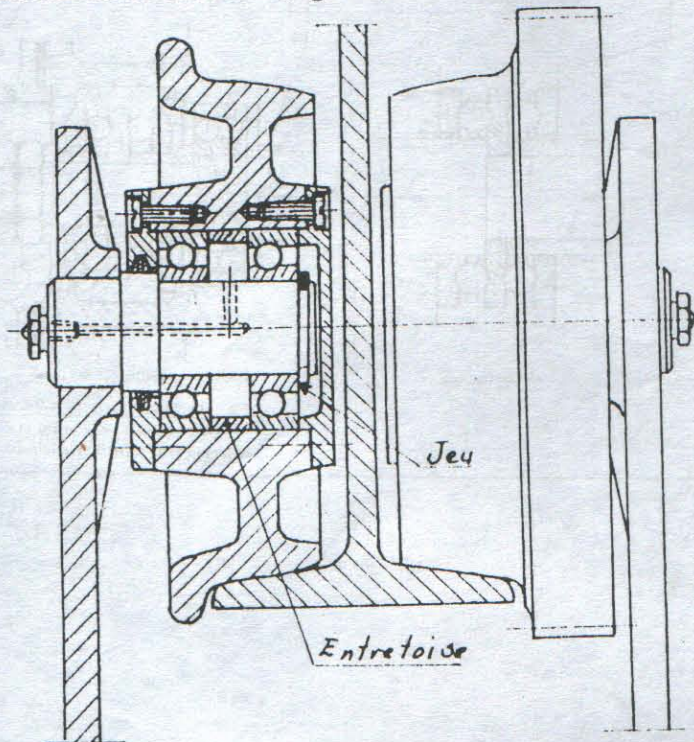
Exemples de montages de roulements :

- a) cas de 2 roulements à billes avec arbre tournant/charge : (fig.305).



(fig.305)

- b) cas de deux roulements à billes avec le moyen tournant/charge : Galets de chariot monorail (fig.306).



(fig.306)



## 10. PALIERS

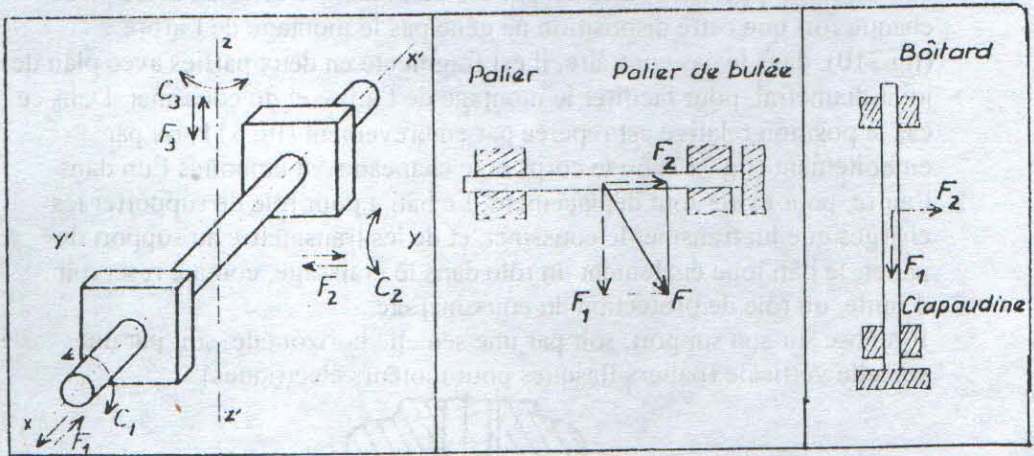
### 10.1 Fonction et conditions à remplir

Généralement un arbre pouvait être soumis à des forces le sollicitant en translation dans la direction des axes  $xx'$ ,  $yy'$ ,  $zz'$  et à des couples le sollicitant en rotation autour des mêmes axes (fig.327). Or cet arbre ne doit pouvoir prendre qu'un seul mouvement, qui est la rotation autour de l'axe  $xx'$  ; il est donc nécessaire de prévoir des appuis ayant pour rôles :

- De permettre l'équilibrage des forces et couples appliqués à l'arbre, à l'exception du couple  $C_1$  qui détermine le mouvement de l'arbre autour de  $xx'$ .
- De guider ce mouvement de rotation. Ces guides portent le nom général de « paliers » ; leur étude est une application du guidage en rotation.

Les conditions à remplir par un palier sont :

- Bon guidage en rotation, qui est obtenu par la précision des formes et dimensions, par une longueur convenable des appuis, par l'adaptation éventuelle de paliers articulés.
- Equilibrage des efforts supportés par l'arbre ; la forme et la disposition des paliers dépendent du sens et de l'intensité de ces efforts, qui se réduisent à des charges radiales et à des poussées axiales (fig.308 et 309).



(fig.307)

(fig.308)

(fig.309).

- Bon rendement, donc réduction des pertes d'énergie par frottement, on sait que cette réduction est obtenue par choix des matériaux, par un bon état de surface de l'arbre et du support, par l'adoption d'un graissage efficace, éventuellement par le remplacement du frottement par un roulement.
- Construction simple et économique, montage et démontage faciles, entretien facile et réduit, usure faible etc...



## 10.2 Classification

10.2.1 D'après la position de l'arbre et le sens de l'effort, on distingue :

a) Arbre horizontal

- avec effort radial seul : palier.
- Avec effort radial et axial : palier de butée.

b) Arbre vertical

- avec effort radial seul : palier vertical ou boitard.
- Avec effort radial et axial : crapaudine ou pivot.

10.2.2 D'après la nature du mouvement de l'arbre sur le support, on distingue :

- a) Glissement : paliers à coussinets ou paliers lisses.
- b) Roulement : paliers à roulement.

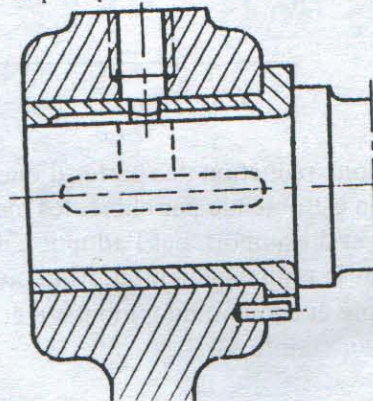
Dans cette partie nous étudierons en détail le cas des paliers lisses.

## 10.3 Paliers lisses

a) le corps :

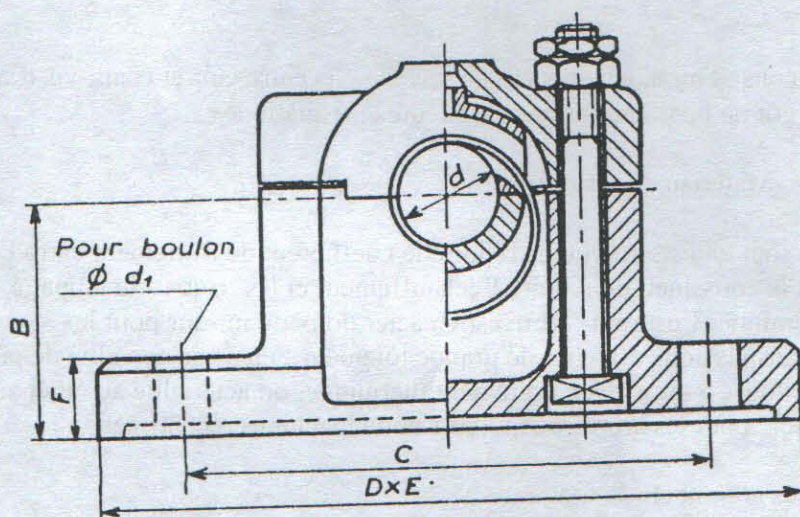
Il peut venir de fonderie, en fonte grise de moulage ou acier moulé, avec le bâti ou être rapporté sur celui-ci par vis ou boulon, il est d'une seule pièce chaque fois que cette disposition ne gêne pas le montage de l'arbre (fig.310), dans le cas contraire, il est fragmenté en deux parties avec plan de joint diamétral, pour faciliter le montage de l'arbre et du coussinet. Dans ce cas la position relative est repérée par embrèvement (fig.311) ou par emboîtement (fig.312) où le corps et le chapeau sont emboîtés l'un dans l'autre, pour éviter tout déplacement. Le bâti a pour rôle de supporter les charges que lui transmet le coussinet, et de les transmettre au support de palier, le bâti joue également un rôle dans le graissage, comme réservoir d'huile, un rôle de protection du coussinet etc...

Il repose sur son support, soit par une semelle horizontale, soit par une semelle verticale (paliers flasques pour moteurs électriques).

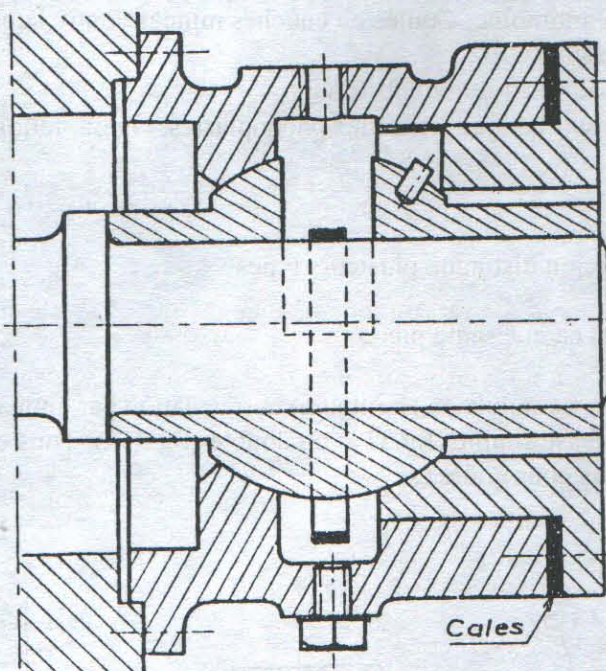


( fig. 310 )





(fig 311)



(fig. 312)

#### b) Coussinets

C'est la pièce qui supporte directement l'arbre et qui le guide ; il est en général rapporté à l'intérieur du support. Pour faciliter le montage, le coussinet est le plus souvent en 2 pièces, avec joint diamétral, sa forme dépend de sa liaison au bâti (rigide ou articulée) et du dispositif de graissage. Tout déplacement du coussinet en translation ou en rotation doit être rendu impossible ; la liaison avec le corps est obtenue de diverses



façons ; emmanchement avec serrage vis entre cuir et chair, vis d'arrêt, ergot ou bossage, formes extérieures prismatiques.

### 1- Matériaux constitutifs

Il sont choisis en vue de réduire le coefficient de frottement entre l'arbre et le coussinet, de réduire l'échauffement et les risques de guipage, de diminuer l'usure. L'arbre est en acier doux ou mi-dur pour les transmissions d'atelier de grande longueur ; en acier non allié de nuance mi-dure à dure, avec traitement thermique, ou acier allié au Ni et au Ni-Cr etc... pour les arbres de moteurs et de machines réceptrices.

Les coussinets se font :

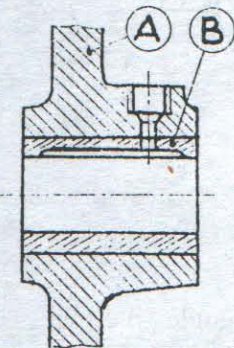
- en bronze tels que bronze phosphoreux U-E9P, bronze dur U-E12, U-E14, bronze au plomb U-Pb25.
- en fonte ou en acier avec garniture d'antifriction (alliage à base de plomb, d'étain, d'antimoine. Coulés en couches minces contre la paroi interne du demi-coussinet.
- En matériaux frittés autolubrifiants.
- En résine synthétique (stratifiées phénoplastes, Nylon, téflon...).

### 2) Formes

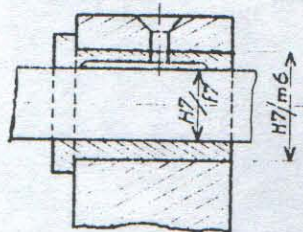
Selon la forme on distingue plusieurs types :

#### a) coussinets en une seule pièce

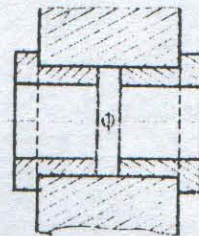
Simple bague, immobilisée en rotation et translation par emmanchement forcé (fig.313). Embase simple (fig.314) ou double (fig.315). Tous ces types sont munis de trous pour graissage.



(fig.313)



(fig.314)

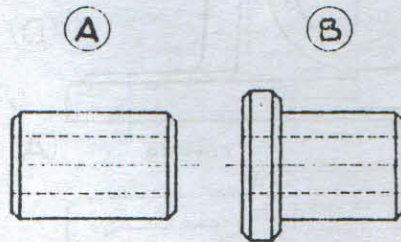


(fig.315)



b) Bague autolubrifiante

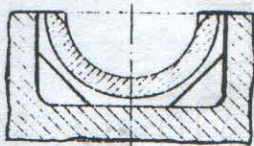
Simple ou avec collerette (fig.316)



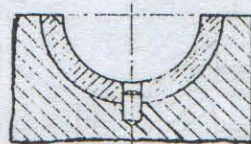
(fig.316)

c) Coussinets en deux pièces

Destinés surtout pour le montage ; immobilisation en rotation par forme polygonale (fig.317) ou plus simplement par ergot (fig.318) quelques fois par un bossage formant réservoir de lubrifiant avec immobilisation en translation par joues s'ajustant dans le bâti (fig.319)

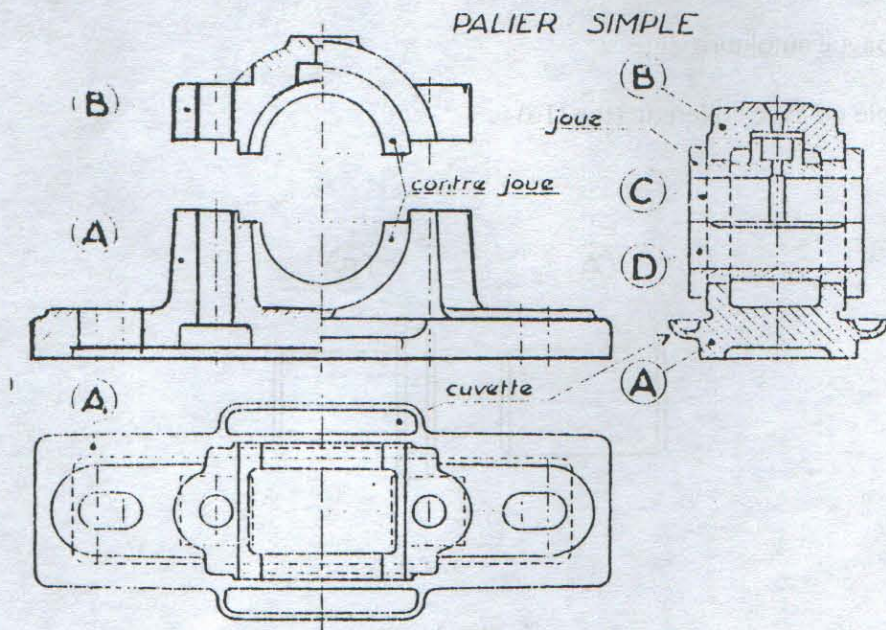


(fig.317)



(fig.318)

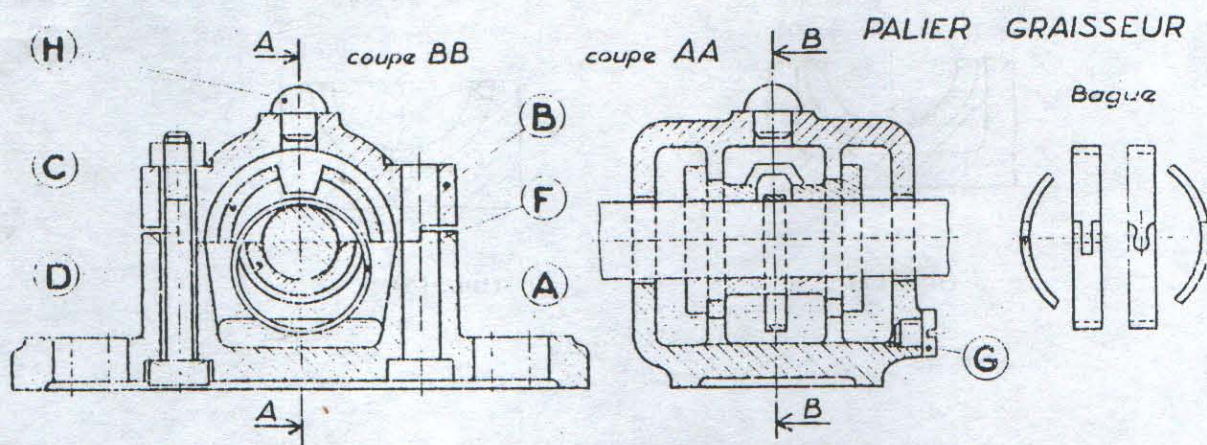




(fig.319)

**d) Coussinets pour paliers graisseurs à bague**

Le demi-coussinet supérieure comporte un évidement circulaire pour logement de la bague ; si c'est nécessaire, le demi-coussinet inférieure comporte 2 encoches latérales permettant le passage de la bague (fig.320)

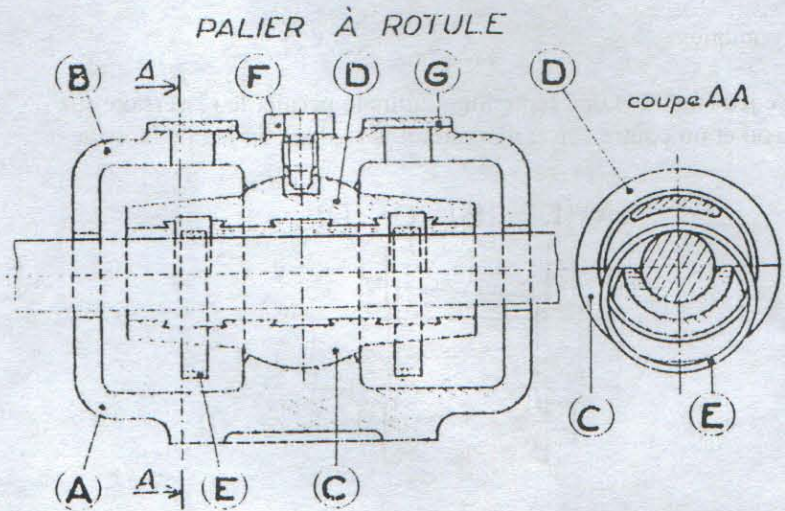


(fig.320)

**e) Coussinets à rotule**

La partie centrale, de forme sphérique, est ajustée dans un alésage de même forme du bâti, obligatoirement en 2 pièces (fig.321), immobilisation en rotation par ergot ou vis à téton, destinés surtout pour les arbres mal alignés ou arbres logs et fortement chargée.





(fig.321)

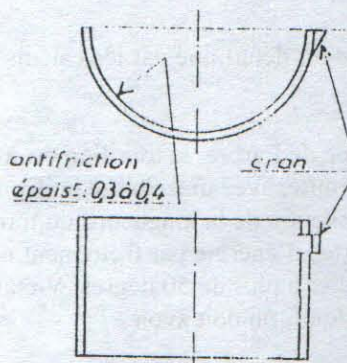
f) Coussinets à garnitures d'antifriction

Ils comportent une coquille en fonte ou en acier à l'intérieure de laquelle est coulée une couche mince d'antifriction (3mm) ; la liaison à la carcasse est obtenue grâce à des rainures longitudinales et circulaires eu queue d'aronde (fig.321).

g) Coussinets minces

Il est en tôle roulée  $1 \div 5$  mm d'épaisseur avec couche intérieure de régule ( $0,3 \div 0,4$  mm) le positionnement du coussinet dans le bâti s'effectue par un cran embouti placé dans une encoche (fig.322). Ces coussinets épousent la forme du logement dans lequel ils sont serrés.

*Coussinet mince*

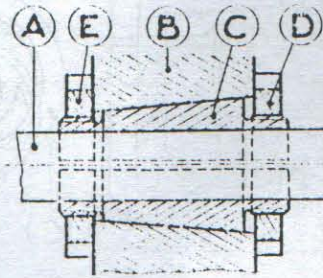


(fig.322)



### h) Coussinets coniques

A rattrapage de jeu (fig. 323) une fente longitudinale permet le resserrage sur l'arbre ; un écrou et un contre écrou permettant le réglage du jeu de blocage.



(fig. 323)

### 3) Dimensions

Dans le cas d'un palier à patin pour transmission (fig. 311) la norme, dont un extrait est donné ci-dessous, prévoit deux séries de dimensions ; la série réduite ne convient pas si la vitesse linéaire dépasse 1m/s pour des charges supérieures à  $8 \text{ Kg/cm}^2$  ( $P \times V > 8$ )

Série normale							Série réduite					
d	B	C	D	E	F	Boulons	B	C	D	E	F	Boulons
25	65	150	200	55	25	2 de 12	33	100	135	32	18	2 de 8
30	—	—	—	—	—	—	38	115	155	38	22	—
35	72	170	220	65	—	—	42	135	175	44	23	2 de 10
40	—	—	—	—	—	—	47	150	190	50	23	2 de 12
45	90	200	260	75	30	2 de 16	52	160	210	56	26	2 de 14
50	—	—	—	—	—	—	57	185	240	62	28	—
60	100	230	290	85	30	—	65	220	290	75	30	2 de 16
70	112	260	330	95	35	2 de 20						
80	125	290	370	110	—	—						

Le diamètre nominale d'alésage est déterminé par les calculs et par les conditions suivantes :

- Par la condition de résistance de l'arbre, le tourillon est assimilé à une poutre encastrée à une extrémité, avec une charge uniformément répartie ; le diamètre est évidemment fonction de la longueur  $l$  du tourillon.
- Par l'échauffement : les pertes d'énergie par frottement ne doivent pas élever la température du palier à plus de 50 degrés.  $V$  étant la vitesse linéaire en m/s,  $P$  la pression en  $\text{Kg/cm}^2$ , on doit avoir :

$P.V < 20$  pour palier refroidi à l'air calme  
 $P.V < 50$  pour palier refroidi par courant d'air  
 $P.V < 100$  pour palier graissé sous pression.



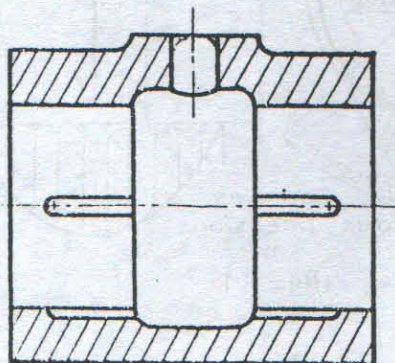
C) Jeu entre l'arbre et coussinet : le jeu diamétral doit être suffisant afin de permettre la formation du film d'huile ; un jeu trop important entraîne des fuites et une consommation exagérée de lubrifiant. Il varie avec le diamètre et l'arbre suivant la formule :  $m \times d / 100$ ,  $m$  est un coefficient variable avec  $d$  et avec l'état de surface, dont les valeurs approximatives, pour les travaux de mécanique soignée, sont indiqués ci-après, les jeux calculés correspondent sensiblement à ceux obtenus avec des ajustements H7/f7.

d	30	40	50	60	70	80	90	100	120
m	2	1,7	1,5	1,3	1,2	1,1	1	0,9	0,8

#### 4) Graissage

##### a) Graissage onctueux

Ce procédé ne doit être utilisé que lorsque le graissage hydrodynamique est impraticable, l'épaisseur de la couche du lubrifiant pouvant se maintenir entre l'arbre et le coussinet est inférieure à la hauteur des aspérités de surface. Le contact entre les surfaces métalliques existe partiellement, le frottement reste relativement important. Le graissage onctueux est le seul possible notamment dans le cas des arbres fortement chargés ou de vitesses très faibles, la répartition du lubrifiant sur les surfaces frottantes doit être assurée : on prévoit des cannelures dans la partie inférieure du coussinet ; l'alimentation se faisant à la partie supérieure ; une gorge circulaire met en communication l'arrière et les cannelures (fig.324).



**Graissage onctueux**

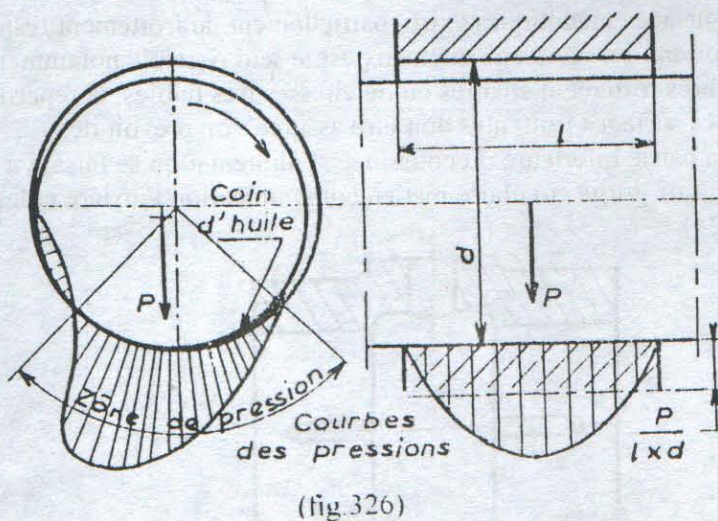
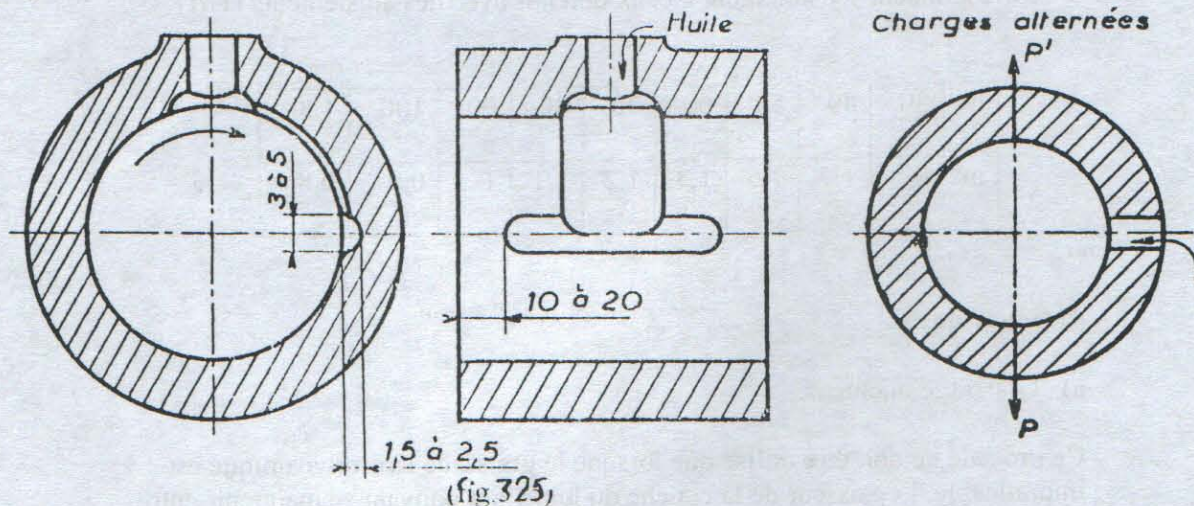
(fig.324)

##### b) Graissage parfait ou hydrodynamique

Une mince pellicule de lubrifiant (film), d'épaisseur supérieure à celle des aspérités, en agissant comme un coin sous l'action d'entraînement de l'arbre, s'interpose entre l'arbre et le coussinet. Le frottement n'est du qu'au glissement de deux couches minces l'une sur l'autre, le coefficient de frottement est fortement diminué. Le film doit pouvoir supporter la charge de l'arbre (fig. )



Dans ce type de graissage, des cannelures placées dans la zone de pression faciliteraient les fuites et diminueraient ainsi la capacité de charge du film. Elles sont alors placées à  $90^\circ$  environ en avant de la zone de pression (fig.325). Les cannelures sont arrêtées à une distance de 10 à 20 mm des bords du coussinet, selon la longueur de partage. L'alimentation se fait toujours dans la zone de dépression (fig.326).



## 5) Lubrifiants

La graisse est utilisée dans les cas suivants :

Mécanismes grossiers, mécanisme exposés aux intempéries ou placés dans une atmosphère poussiéreuse, lubrification d'arbres tournant à faible vitesse et enfin si le lubrifiant doit assurer une certaine étanchéité (roulements à billes, paliers refroidis à l'eau). L'huile est utilisée dans tous les autres cas.

Les conditions à réaliser pour obtenir un graissage parfait sont :

- un excellent état de surfaces (arbres rectifiés, coussinets rodés).
- Un parallélisme parfait des surfaces de l'arbre et du coussinet.
- Une alimentation en huile assurée.



- Une vitesse de rotation et une pression telles que la relation suivante, établit par M. Martinet, soit satisfaite.

$$10^8 \frac{ZN}{P} > 15 \quad \text{pour coussinets en bronze ou Zc}$$

" > 5 pour coussinets antifriction

" > 2 pour surfaces obtenues par superfinition.

Pour cette relation :

Z est la viscosité en Kg.s/m<sup>2</sup> (1 poise = 0,01 Kg.s/m<sup>2</sup>)

N est le nombre de tours par seconde

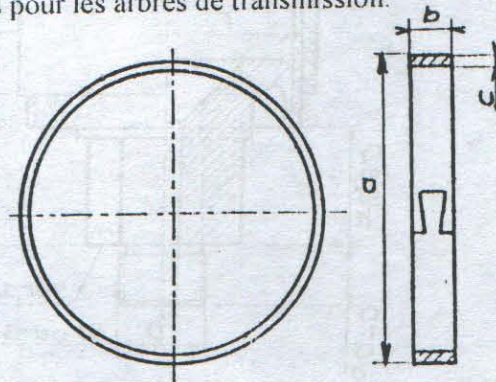
P est la charge en Kg/m<sup>2</sup>

#### 6) Organes de graissage

Il existe différents types tels que :

##### a) Bagues de graissage (fig.327)

Deux séries sont prévues pour les arbres de transmission.



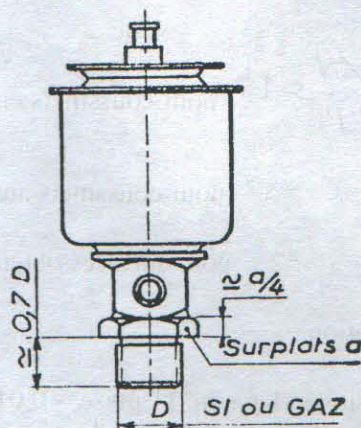
(fig.327)

Diamètre de l'arbre		25	30	35	40	45	50	60	70	80
Diamètre a		40	45	50	60	70	80	90	100	110
Série étroite	b	6	6	6	6	6	8	8	8	10
	c	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	3	3	3	3
Série large	b	8	8	8	10	10	14	14	14	16
	c	3	3	3	3	3	4	4	4	4



b) Graisseur compte-gouttes (fig.328)

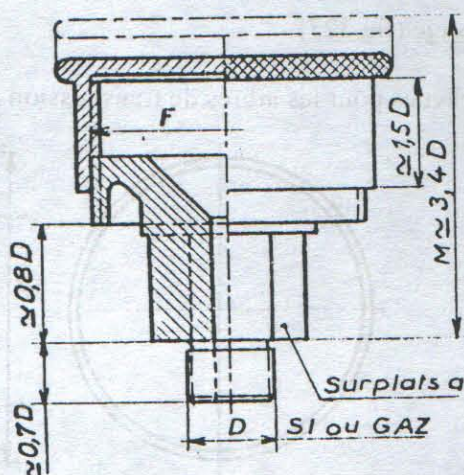
Alimentation continue ; le débit, visible est réglable par manœuvre d'un boulon fileté qui commande le pointeau.



(fig.328)

c) Graisseur Stauffer (fig.329)

Réservoir en acier ou en laiton ; l'alimentation discontinue, est obtenue par vissage du couvercle.

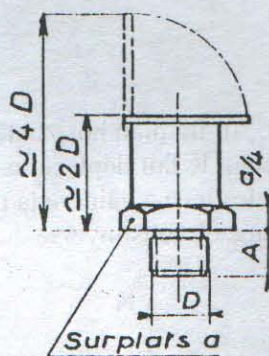


(fig.329)

N°	Compte-gouttes				Stauffer							
	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7
Vcm³	25	75	125	250	1,5	2,5	5	10	20	40	65	100
D	16	18	18	20	8	10	12	12	14	16	18	20
Pas	1,5	1,5	1,5	1,5	1,25	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
Gaz						5-10	8-13	8-13	8-13	12-17	12-17	15-21
a	21	26	26	32	9	12	16	16	19	23	23	26
F					12	16	22	30	39	48	56	68

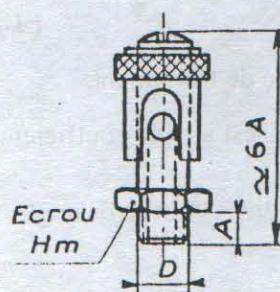


d) Bouchons graisseurs à couvercle (fig.330)



(fig.330)

e) Bouchons graisseurs à chapeau (fig.331).

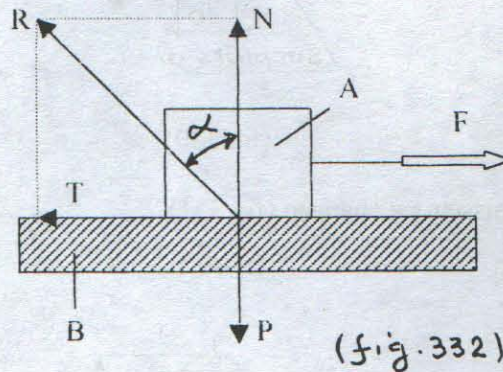


(fig.331)



## 11.1 Le frottement

Si un solide A glisse sur un plan horizontal (fig. 332), l'effort normal exercé par A sur B est P et la force qui le fait déplacer est F agissant suivant le sens du mouvement, cette force est destinée à vaincre la résistance au glissement appelée « force de frottement » dirigée en sens inverse du mouvement.

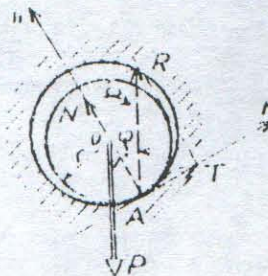


T est appelée force de frottement

Le rapport  $\frac{T}{N} = f$  est appelé coefficient de frottement

Egalement  $\frac{T}{N} = \operatorname{tg} \alpha = f$  avec  $\alpha$  angle de frottement ou angle que fait R avec la normale.

Nous n'avons envisagé jusqu'ici la résistance au glissement par translation relative de deux surfaces planes ; examinons maintenant le cas d'un déplacement par rotation ex: celui d'une surface cylindrique (fig. 333).



Sous l'action du couple C, l'arbre tourne dans l'alésage et le couple ou le moment de frottement qui s'oppose à son déplacement a pour valeur :

$$M = T.r = N.\operatorname{tg} \alpha .r = N.f.r$$

La réaction normale  $N = R \cos \varphi = P \cos \varphi$ .



Le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse de déplacement, de l'étendue des surfaces en contact, donc de la pression. Par contre, il dépend de la nature des matériaux en contact, de l'état des surfaces (rugosités) frottantes.

La valeur du coefficient de frottement est par ex :  $0,15 \div 0,18$  pour les métaux usuels (fontes, aciers, bronzes),  $0,25 \div 0,35$  pour le frottement cuir sur fonte ;  $0,30 \div 0,50$  pour le frottement ferodo sur acier (fonte).

Le coefficient de frottement est plus grand au démarrage qu'en marche ; ensuite il reste sensiblement constant, puis il diminue quand la vitesse augmente.

Il existe aussi trois plages du coefficient de frottement :

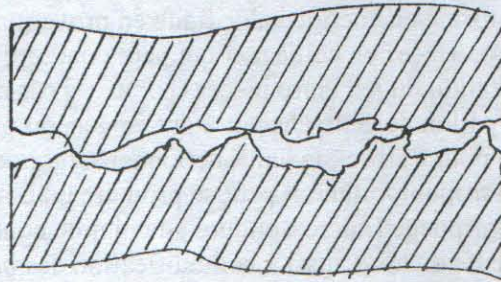
- de glissement de l'ordre de  $0,1 \div 1$ .
- De roulement de l'ordre de  $0,001 \div 0,01$ .
- Fluide de l'ordre  $10^{-3}$ .

Maîtriser la grandeur et l'effet du coefficient de frottement sur le comportement des pièces en contact entraînera une protection contre l'usure adhésive générée de ce contact.

### 11.1.1 Causes et effet du frottement

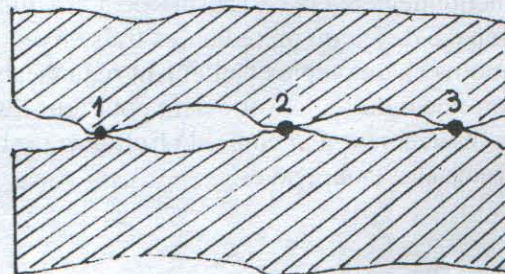
Les causes de la résistance au glissement (frottement) sont dues :

- d'une part aux irrégularités des surfaces en contact, ce qui détermine un enchevêtrement des aspérités ; d'où nécessité d'un effort tangentiel pour franchir ou creuser ces aspérités (fig.334).



(fig.334)

- d'autre part, l'étendue réelle des surfaces en contact étant réduite à quelques zones où la pression est très forte, il en résulte une déformation importante et une véritable soudure à froid dans le cas de deux métaux (fig.335). La force de traction doit cisailer les zones de jonction qui se sont ainsi formées ; il y a donc arrachement de particule et élévation de température.



1, 2, 3  
Microsoudures

(fig. 335)



- et enfin lorsque les surfaces de frottement ont subi un polissage très poussé, la résistance au glissement est encore notable ; les forces d'attraction moléculaire jouent donc un rôle important.

Donc les forces de frottement procèdent de deux origines distinctes.

- a) Lorsque, même à faible charge, deux surfaces rugueuses se déplacent l'une par rapport à l'autre, leurs aspérités s'entrechoquent et il faut développer un effort important pour perpétuer le mouvement (tant que les surfaces ne sont pas rodées).
- b) Deux surfaces polies pressées l'une contre l'autre ont tendance à adhérer l'une sur l'autre et à se souder l'une à l'autre lors d'un déplacement faible, même sous l'effet d'une charge faible. Si les surfaces sont parfaitement polies et propres, l'absence d'une couche d'air interfacial et conduit à un contact généralisé et à un effort de frottement considérable (cas de deux vitres parfaitement nettoyées avec un solvant volatil). Les attractions intermoléculaires provoquent alors un coefficient de frottement supérieur à 100 et il faut exercer un effort d'une tonne-force pour déplacer une masse de 10 Kg.

Les effets du frottement sont considérables dans les machines et diminuent par conséquent leur rendement car une partie de l'énergie motrice est utilisée pour vaincre les frottements. Le travail utile  $W_u$  est inférieur au travail moteur  $W_m$  d'où le rendement  $W_u/W_m < 1$ .

Les effets du frottement ont des conséquences majeures sur l'échauffement et risque de grippage. L'énergie mécanique dépensée pour vaincre le frottement se transforme en énergie calorifique en provoquant l'échauffement des surfaces en contact et qui peut conduire à la dilatation des pièces, modification du jeu entre pièces (par ex : le cas d'un alésage et d'un arbre, la dissipation de cette chaleur étant en général plus rapide. Pour l'alésage que pour l'arbre ; le jeu fonctionnel subit une réduction si l'échauffement est trop important, il peut se produire un blocage de l'arbre dans l'alésage par grippage (micro-soudure au point de contact).

L'échauffement peut conduire aussi à la modification des propriétés des matériaux. Les effets du frottement peuvent entraîner aussi l'usure des pièces en contact, tels que l'arasement des aspérités des surfaces en contact, l'arrachement des micro-soudures aux points de contact, l'abrasion des surfaces par les particules arrachées etc.... Donc il en résulte un enlèvement de matière et une modification du jeu initial, quelques fois de la forme (ovalisation).

L'usure dépend de plusieurs facteurs tels que :

Propriétés mécaniques des matériaux, pression de contact, état de surfaces, température de fonctionnement etc.... L'usure peut être limitée par des dispositifs de rattrapage de jeu où on réduit les frais en reportant l'usure sur l'une des pièces, moins chère ou plus facilement remplaçable que l'autre.

Il est donc nécessaire de réduire le frottement pour tous les mécanismes de transformation de mouvement. Par contre le frottement est nécessaire pour les systèmes de freins et d'embrayages.



### 11.1.2 Réduction du frottement et de l'usure

Maîtriser la grandeur et l'effet du frottement sur le comportement des pièces en contact entraînera une protection contre l'usure adhésive générée de ce contact. Pour réduire le frottement on peut ainsi agir soit :

#### 11.1.2.1 sur la conception technologique et géométrique

Elle consiste à diminuer les échauffements interfaciaux et à veiller sur les concepts technologiques suivants :

- a) la réduction du risque de grippage est obtenue indépendamment du refroidissement, par le choix des deux matériaux en contact, ne pouvant pas se souder.

La réduction de l'usure est obtenue par l'emploi de métaux durs, compacts, à structure fine ; par certains traitements de surface tels que cémentation et trempe, nitruration, sulfinition ainsi que l'amélioration des états de surfaces (rectification, rodage, polissage etc...).

Les matériaux utilisés sont généralement les fontes et les aciers alliés et non alliés. Les fontes donnent de bonnes surfaces frottantes grâce à leur structure (carbone sous forme de lamelles de graphite), et à leur propriété de retenir le lubrifiant. Les plus utilisées sont la fonte grise et la fonte à graphite sphéroïdal (coulisseaux, cylindres de moteurs, pistons, segments etc...).

Les aciers sont utilisés pour la fabrication des arbres ; leurs qualités frottantes et leur dureté peuvent être améliorées par traitement de surface (cémentation, nitruration, sulfinition, etc... ou par un dépôt électrolytique (chrome, nickel). Les types d'acier les plus utilisés sont XC18, XC38, 100C6, 35CD4 etc...

Outre la fonte et l'acier, d'autres matériaux peuvent remplir aussi les conditions exigées ce sont les alliages de cuivres (bronze ou plomb, cuivre au plomb, bronze d'aluminium). Les antifriction (ou régule) ; ce sont des alliages complexes contenant des métaux durs (cuivre, antimoine), résistants à l'usure et pouvant supporter des charges élevées, et des métaux mous (plomb, étain) permettant d'obtenir une surface de contact maximale. Les alliages divers tels que alliages de Zinc, alliages d'aluminium, alliage de cadmium.

- b) Réduction des pressions de contact et de la vitesse

La pression de contact entre les pièces ainsi que leur vitesse de fonctionnement influent beaucoup sur l'usure, il croît avec ses deux paramètres.



### c) Refroidissement convenable des surfaces

Il peut s'effectuer soit par :

- Le choix des matériaux thermoconducteurs.
- Choix des pièces favorisant la dissipation de la chaleur (l'augmentation du volume, donc de la masse, permet de diminuer l'échauffement).
- Emploi d'un fluide réfrigérant qui peut être le lubrifiant (graissage par circuit d'huile avec refroidissement de celle-ci).

### d) Amélioration de l'état de surface

Soit par des procédés mécaniques (rectification, rodage, polissage etc...) ou par des procédés chimiques et thermiques (revêtement de surface, durcissement etc...)

#### 11.1.2.2 Interposition d'un film lubrifiant

La deuxième possibilité de protéger les deux antagonistes contre l'usure adhésive est l'interposition entre les deux surfaces d'un film lubrifiant ou autolubrifiant à faible résistance au cisaillement. Le film peut être (dépôts superficiels).

- un métal mou (Pb, Sn, Cu, In) déposé en faible épaisseur sur un substrat très dur ( coussinets minces, garnitures d'antifriction etc...).
- sels métalliques autolubrifiants tels que les sulfures, les chlorures, les phosphates apportés soit par traitement de surface (sulfuration) soit par formation in situ, par action d'additifs extrême pression incorporés dans le lubrifiant (additifs soufrés, chlorés et phosphorés essentiellement).
- Composés possédant une structure favorables, se cisillant facilement par clivage tels que graphite, bisulfure de molybdène ( $\text{MoS}_2$ ).
- Matières plastiques, tels que les matériaux stratifiés (permalin, céloron, textolite), ce sont des matériaux constitués de couches de papier, tissu, bois, etc..., imprégnés de résine synthétique, fortement comprimés et agglomérés par polymérisation ou polycondensation de la résine. Nylon et rilsan, ce sont des résines synthétiques possédant une grande résistance mécanique, une grande résistance à l'usure, un faible coefficient de frottement, une marche silencieuse. Téflon (polytétrafluoréthylène), possède faible coefficient de frottement, grande résistance à l'usure, grande inertie chimique, résistance à la chaleur et au froid.

### 11.2 La lubrification

Il résulte de tout ce qui précède concernant les lois du frottement sec et les inconvénients du frottement entre les corps mobiles d'une machine, qu'il s'avère très nécessaire de substituer au cisaillement de la matière solide superficielle, le cisaillement d'un fluide visqueux que l'on introduit dans l'interface séparant les deux



solides, c.a.d l'interposition d'une couche fluide entre les surfaces frottantes permet de diminuer considérablement la résistance au glissement donc de protéger contre l'usure adhésive les pièces en contact. Donc la lubrification est la troisième solution de protéger les pièces frottantes contre l'usure.

En plus il est nécessaire que le milieu résistant interfacial possède une épaisseur suffisante pour éviter tout contact entre les aspérités des surfaces frottantes quelles que soient les valeurs des charges appliquées.

Dans ce cas lorsque la vitesse relative des surfaces est faible et que la viscosité du fluide interfacial est insuffisante, il faut, pour éviter tout contact désastreux :

- Que les déformations subies par les surfaces en regard sous l'effet de la charge appliqués soient aussi faibles que possible.
- Que la rugosité des surfaces en regard soit aussi faible que possible.

Le lubrifiant doit remplir certaines conditions tels que :

- Température d'ébullition assez élevée.
- Température de solidification relativement basse.
- Faible affinité pour l'oxygène de l'air.
- Etre passif vis à vis des surfaces frottantes de façon à assurer un long usage sans modification notable des propriétés.
- Adhérer aux surfaces de frottements (pouvoir mouillant).

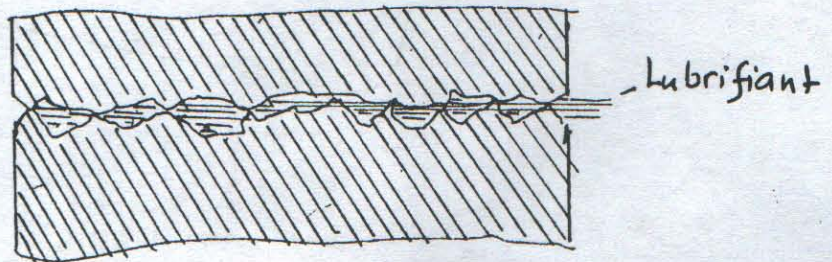
Pratiquement, seules les huiles et graisses d'origine minérale remplissent suffisamment ces conditions pour pouvoir être utilisées comme lubrifiants.

### 11.2.1 Modes d'action d'un lubrifiant

On distingue essentiellement deux régimes de lubrifiant.

#### 11.2.1.1 Le régime onctueux

Dans ce cas l'épaisseur de la couche lubrifiante est inférieure à la hauteur des aspérités des surfaces frottantes. Les surfaces restent en contact par leurs aspérités auxquelles adhère une faible couche de lubrifiant offrant une résistance mécanique non négligeable à l'écrasement et l'arrachement et c'est cette résistance qui définit l'onctuosité du lubrifiant ou le pouvoir graissant en couche mince (l'onctuosité ne se chiffre pas) (fig.336). La couche du lubrifiant est discontinue le coefficient de frottement  $f = 0,008 \div 0,12$ .

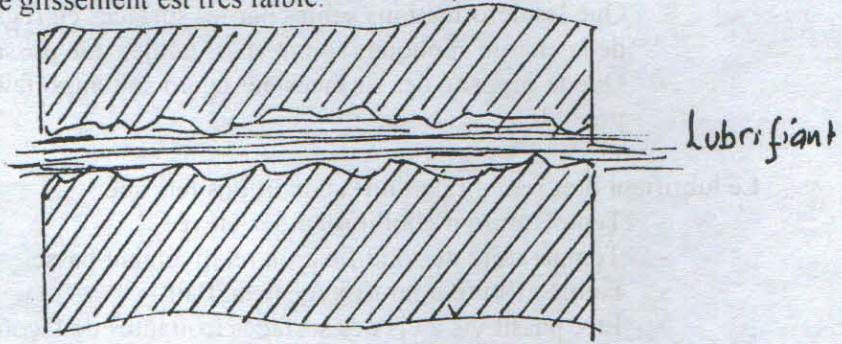


(fig.336)



### 11.2.1.2 Le régime hydrodynamique

Le régime hydrodynamique apparaît lorsque le déplacement relatif d'une surface par rapport à l'huile engendre, au sein de cette huile interfaciale, une contraction telle que la pression induite équilibre la charge exercée entre les deux surfaces. Dans ce cas la couche d'huile est suffisamment grande pour que les aspérités de pièces ne puissent venir en contact (fig.337). l'épaisseur du film d'huile est alors 1000 fois plus élevée que dans le régime onctueux et la résistance de glissement est très faible.

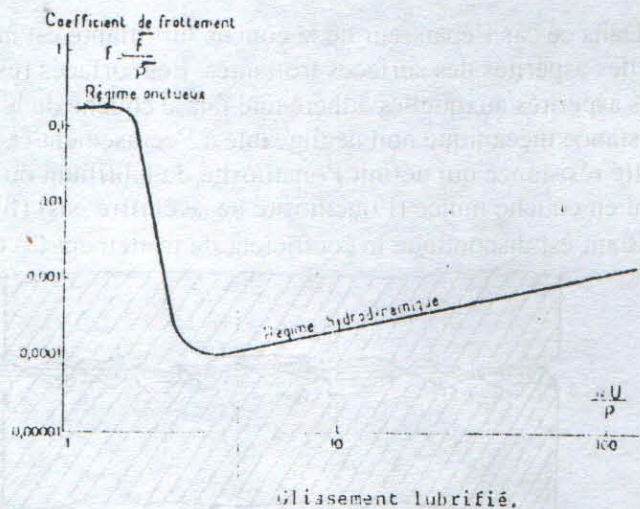


(fig.337)

Le coefficient de frottement et l'épaisseur du film d'huile varient :

- Avec la viscosité  $\mu$  du fluide.
- Avec la vitesse du glissement relatif des surfaces  $u$ .
- Et en raison inverse de la pression moyenne  $P$  équilibrant la charge

$$f = \frac{F}{P} = \frac{\mu U}{P} = 0,001 \div 0,0001$$



(fig.338)



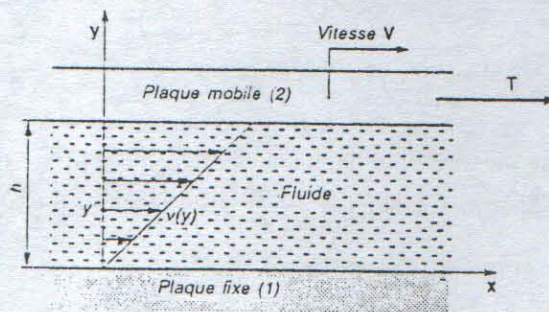
En régime hydrodynamique, l'énergie de frottement se développe au sein même de l'huile et évacuée grâce à la circulation d'huile. La lubrification peut être aussi hydrostatique, c-à-d effectuée par une source de pression extérieure au mécanisme.

Quelque soit le phénomène mis en jeu, l'épaisseur minimale du film doit être plus grande que la hauteur des aspérités des surfaces, sinon on est en présence de lubrification hydrodynamique le film d'huile a une épaisseur relativement importante (6 à 8  $\mu\text{m}$  lorsque les surfaces sont rectifiées).

### 11.2.2 Caractéristiques d'un lubrifiant

#### 11.2.2.1 Viscosité

Si on considère deux plaques parallèles horizontales distantes de  $h$  (fig.339).



*Champ des vitesses dans le film*

(fig. 339)

Un fluide sépare ces deux plaques. L'épaisseur  $h$  est très faible par rapport aux dimensions des plaques, donc on parle de film d'huile.

On constate qu'il est nécessaire d'exercer une force tangentielle  $T$  parallèle à la direction du film pour déplacer tangentiellement la plaque (2) à la vitesse  $V$ , par rapport à la plaque (1) supposée immobile.

Si l'écoulement est linéaire, le champ des vitesses admet l'allure représentée sur la figure il y a donc glissement des couches de fluide les une par rapport aux autres, et l'on peut définir un gradient de vitesse :

$$\frac{dv(y)}{dy}$$

La résistance au glissement est caractérisée par une contrainte de cisaillement  $\tau(y)$ . Le modèle Newtonien suppose qu'il existe une relation de proportionnalité entre contrainte de cisaillement et gradient de vitesse :



$$\tau(y) = \mu \frac{dV(y)}{dy}$$

$\mu$  est le coefficient de viscosité dynamique qui caractérise donc la résistance au glissement fluide sur fluide.

Dans le système SI est exprimée en Kg/m.s ou N.s/m<sup>2</sup> et porte le nom de pascal.seconde (Pa.s). Dans le système CGS, l'unité de viscosité dynamique est g/cm.s et s'appelle le poise (Po). Généralement on utilise le centipoise (cPo).

$$1 \text{ Pa.s} = 10 \text{ Po} = 10^3 \text{ cPo.}$$

On utilise également la viscosité cinématique  $\nu$  qui est le quotient de la viscosité dynamique par la masse volumique.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

L'unité de mesure de  $\nu$  dans le système SI est m<sup>2</sup>/s. Dans le système CGS elle est le cm<sup>2</sup>/s qui s'appelle aussi le Stokes (St) il existe aussi le centistokes (cSt)

$$1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ St} = 10^6 \text{ cSt.}$$

La propriété inverse de la viscosité st fluidité.

Les raffineurs caractérisent les huiles livrées aux mécanismes par leur viscosité cinématique  $\nu$  qui dépend des qualités d'écoulement de l'huile dans un tube capillaire de 200 cm<sup>3</sup>. La viscosité est mesurée par le quotient de la durée d'écoulement à travers ce tube à 20°C d'un fluide par la durée d'écoulement du même volume d'eau distillée. Il s'agit de la vitesse relative par rapport à l'eau, elle s'exprime en degrés Engler (E) et elles varient suivant la qualité d'huile de 2E à 15 pour les huiles courantes à 50°C. L'eau à 20°C possède une viscosité de 1cSt.

A titre indicatif, la viscosité cinématique d'une huile fluide pour moteur est voisine de celle de l'air, aux températures ordinaires. Or on ne lubrifie pas les moteurs avec l'air.

#### 11.2.2.1 Influence de la température et de la pression sur la viscosité.

Les paramètres les plus influents sur la viscosité d'un fluide sont la température et la pression.

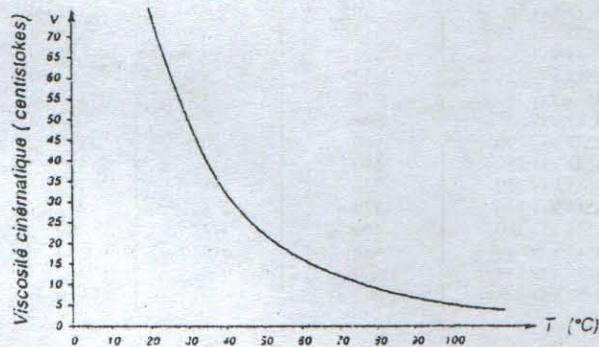
##### a) Influence de la pression

La viscosité des huiles minérales croît avec la pression de façon quasi exponentielle. Une viscosité d'huile peut atteindre le double de sa valeur pour une pression croissant de 0 à 300 MPA. Il en est de même pour les pompes à haute pression.



### b) Influence de la température

La viscosité des huiles minérales décroît de façon quasi exponentielle avec la température (fig. 340).



Variation de la viscosité avec la température pour une huile paraffinique  
(Huile Total Preslia 32)

(fig. 340)

On peut approcher localement la variation de la viscosité dynamique par une relation de la forme :

$$\mu = \mu_0 e^{[\alpha(p-p_0) - \beta(T-T_0)]}$$

avec :

$\alpha$  : coefficient de piézo-viscosité

$\beta$  : coefficient de thermo-viscosité

$\mu_0$  : viscosité dynamique pour la pression  $P_0$  et la température  $T_0$ .

La viscosité en Pa.s de quelques fluides à 20°C et pression atmosphérique :

Air	$= 1.8 \cdot 10^{-5}$
Eau	$= 10^{-3}$
Huiles minérales	$= 10^{-2} \div 12,5$
Glycérine	$= 0,87$
Huile de ricin	$= 0,725$

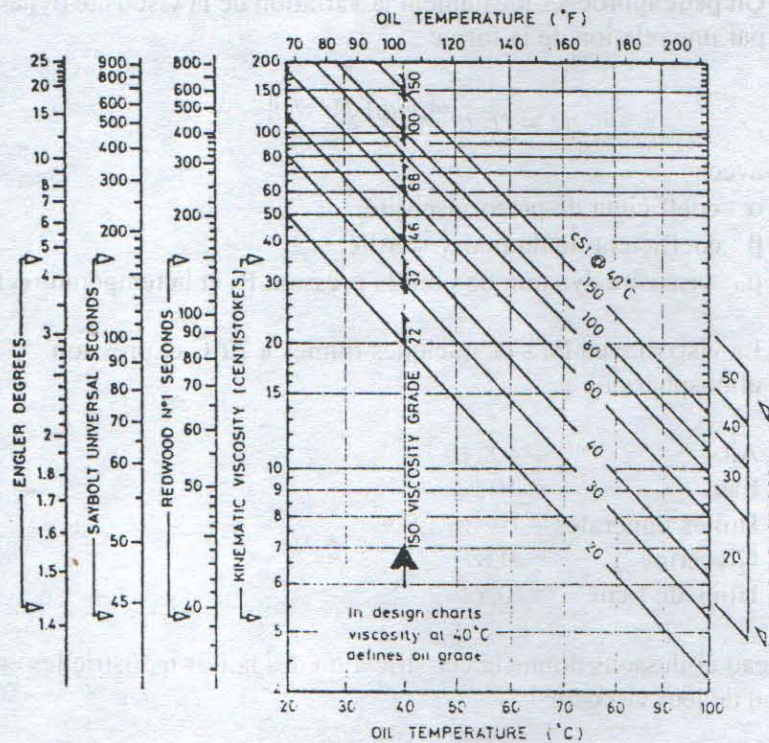
Le tableau ci-dessous donne la classification des huiles industrielles en fonction de leur viscosité.



Classe ISO de viscosité	Viscosité cinématique cSt à 40°C	Limites de la viscosité cinématique à 40°C	
		MIN.	MAX.
ISO VG 2	2.2	1.98	2.42
ISO VG 3	3.2	2.88	3.52
ISO VG 5	4.6	4.14	5.06
ISO VG 7	6.8	6.12	7.48
ISO VG 10	10	9.00	11.00
ISO VG 15	15	13.50	16.50
ISO VG 22	22	19.80	24.20
ISO VG 32	32	28.80	35.20
ISO VG 46	46	41.40	50.60
ISO VG 68	68	61.20	74.80
ISO VG 100	100	90	110
ISO VG 150	150	135	165
ISO VG 220	220	198	242
ISO VG 320	320	288	352
ISO VG 460	460	414	506
ISO VG 680	680	612	748
ISO VG 1000	1000	900	1100
ISO VG 1500	1500	1350	1650

Dans cette classification la viscosité cinématique médiane de chaque classe doit être environ 50% plus élevée que celle de la classe précédente. Les viscosités à d'autres températures sont généralement données sous formes de courbes de viscosité-températures ou exprimées en termes d'indice de viscosité.

L'abaque (fig.341) permet une conversion rapide d'unités et fournit le loi viscosité températures d'un certain nombre d'huiles normalisées.



Viscosité : diagramme de conversion et loi viscosité-température

(fig.341)



#### 11.2.2.2 L'onctuosité

Elle exprime la possibilité, pour un lubrifiant, d'adhérer aux surfaces frottantes et de former une couche permanente entre ces surfaces. Donc c'est la résistance qu'oppose le lubrifiant à son arrachement de la surface frottante sur laquelle il est établi. L'onctuosité varie dans le même sens que la viscosité et elle ne se chiffre pas.

#### 11.2.2.3 L'oxydabilité

Elle caractérise la résistance d'une huile à une éventuelle oxydation. Une huile qui s'oxyde se détériore.

#### 11.2.2.4 La corrosivité

Certaines huiles contiennent des additifs ou minéraux qui ont un caractère acide, les derniers peuvent attaquer les surfaces des pièces par le phénomène de corrosion. Donc la corrosivité est la détérioration des pièces par les acides.

#### 11.2.2.5 L'inflammabilité

Elle est mesurée par le point d'éclair qui est la température pour laquelle les vapeurs émises s'enflamment au contact d'une flamme.

#### 11.2.2.6 La résistance au froid

Une huile fugée ou gelée peut empêcher toute lubrification.

#### 11.2.2.7 Caractéristiques diverses

Densité, couleur, volatilité, solubilité, point de fusion, point d'ébullition, acidité, tension superficielle etc...

### 11.2.3 Formation du film d'huile

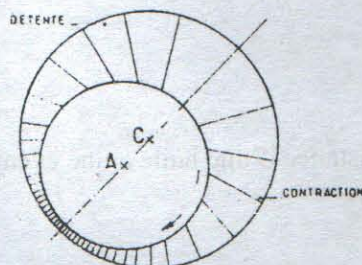
On considère le cas de déplacement de deux surfaces cylindriques par exemple l'arbre et le coussinet. L'apparition d'une pression interne exige simplement la création d'une contraction géométrique entre l'entrée et la sortie de la veine d'huile, se traduisant par une vitesse moyenne de sortie supérieure à la vitesse moyenne d'entrée.

L'obtention de cette contraction exige que :

- a) Le diamètre de l'arbre et le diamètre du logement soient différents, ce qui se traduit par un jeu diamétral. Ce jeu donne lieu à un coin d'huile déterminant la formation d'un film continu.
- b) Les centres des sections droites circulaires de l'arbre et du logement soient distincts la mise en position de l'arbre au sein du logement s'effectue sans contrainte, pouvant tourner librement autour d'un axe.



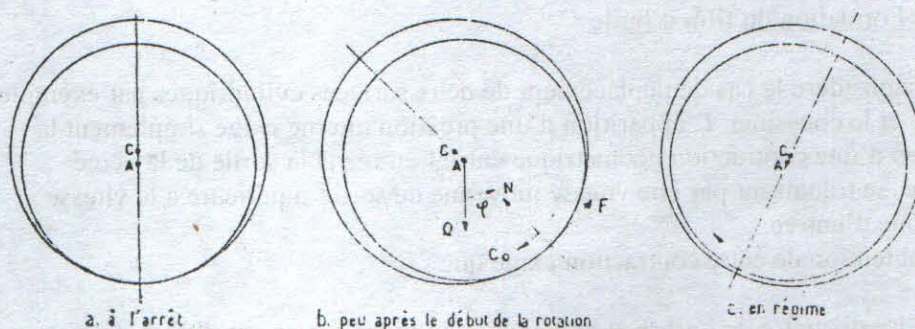
Une zone de détente (fig.342) fait suite à une zone de contraction, et inversement par la suite, la limite entre les zones étant sur la ligne des centres des cercles.



2.0. Zones de contraction et de détente

(fig.342)

- a l'arrêt ou au repos (fig.343.a) l'arbre A repose sur le coussinet par sa génératrice inférieure et l'épaisseur de la couche d'huile est négligeable au point de contact.
- Au départ ou début du mouvement rotationnel (fig.343.b), l'arbre remonte dans le logement (comme sur une crémaillère) provoquant une contraction par unité de temps proportionnelle à la vitesse de rotation. On a un graissage onctueux.
- A partir d'une certaine vitesse de rotation (fig.343.c) l'arbre, tournant peut flotter librement dans le logement, supporté par un coin d'huile qui s'est formé, sous l'effet de la rotation de l'arbre, grâce à la différence des courbures de l'arbre et du logement et de la non concordance de leurs centres.

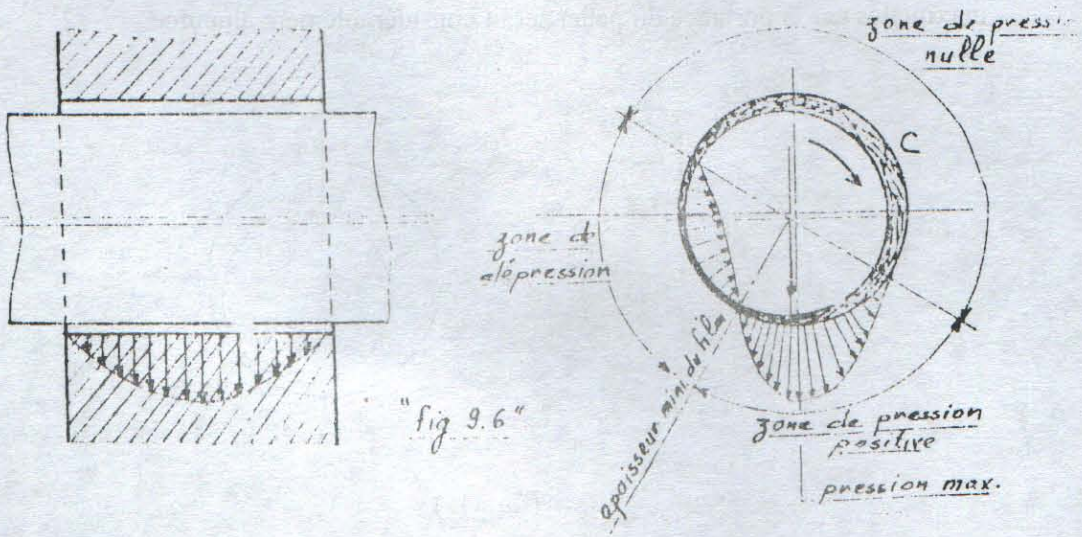


(fig.343)



### 11.2.4 Répartition des pressions au sein du film d'huile

Les pressions existante entre différents points du film d'huile se répartissent selon la figure 344 par exemple le cas d'un palier lisse qui est constitué



(fig.344)

généralement d'un arbre qui tourne à l'intérieur d'un coussinet complet. Ces deux éléments sont totalement séparés par un film de lubrifiant.

Si l'on applique une charge à l'arbre, les axes de l'arbre et du coussinet ne coïncident plus.

Cette géométrie entraîne la création d'un espace convergent-divergent qui compte tenu d'une part de l'adhérence du fluide de l'arbre et d'autre part de la vitesse de rotation de celui-ci, crée un champ de pression qui s'oppose à la charge extérieure. L'existence d'un espace divergent entraîne la rupture du film pour une zone située légèrement en aval de la zone d'épaisseur minimale du film. On distingue donc la zone où la pression est positive et le film est complet et une région ou zone de dépression où la pression est négative et enfin une région inactive à pression nulle dans laquelle peut apparaître la cavitation.

Pour que le film d'huile s'amorce et soit continu, il faut que la vitesse de l'arbre soit suffisante, la viscosité de l'huile soit suffisante et que l'alimentation soit abondante et qu'elle s'effectue dans une zone de pression faible ou nulle.

Une alimentation abondante peut être obtenue sous pression en permanence en exécutant une rainure d'alimentation qui a pour but de répartir l'huile sur toute la largeur du palier et de faciliter la formation du film d'huile et en particulier d'irriguer la zone inactive du film, on évite ainsi le phénomène de cavitation et d'augmenter le débit afin de limiter l'échauffement du fluide.

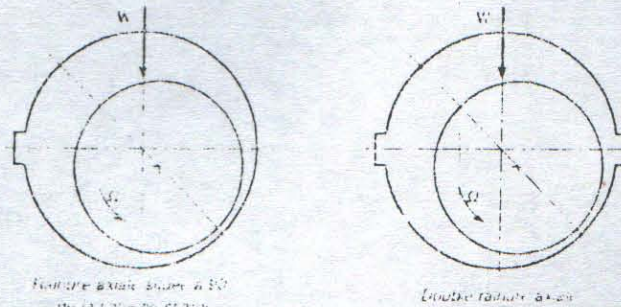
Il existe deux types de rainures :

#### a) Les rainures axiales (fig.345)

Sont utilisées pour les charges fixes. La rainure axiale qui donne le meilleur remplissage du palier est une rainure située dans la zone d'épaisseur maximale du



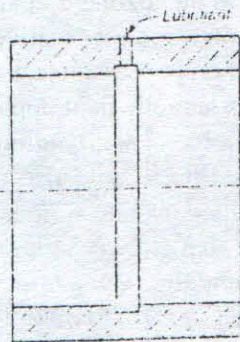
film. Cependant comme cette zone change de position par rapport au bâti en fonction des conditions de fonctionnement (charge, vitesse, viscosité), on place en général la rainure axiale à  $90^\circ$  en amont de la charge. Si l'arbre peut tourner dans les deux sens, on place une deuxième rainure à  $180^\circ$  de la première (fig.345). Cette rainure ne doit en aucun cas être située dans la zone des pressions maximales car la portance du palier serait considérablement amputée.



(fig.345)

#### b) Les rainures circonférencielles (fig.346)

Sont utilisées lorsque la charge est tournante. Dans ce cas en effet, avec une rainure axiale, on se trouverait à chaque tour dans la situation évoquée dans le paragraphe précédent (rainure située dans la zone des pressions maximales). Ce type de rainure diminue la capacité de charge du palier car elle substitue au palier de longueur L, deux paliers de longueurs inférieures à  $L/2$  (fig.346). On peut dans certains cas combiner les deux types de rainure

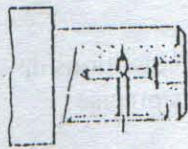


- Rainure circonferentielle

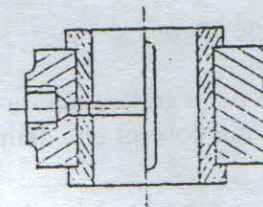
(fig.346)

Quel que soit le mode d'alimentation, l'arrivée et la répartition du lubrifiant sont assurées par des trous et rainures ménagés soit sur le coussinet, soit sur l'arbre (fig.347 a et b).





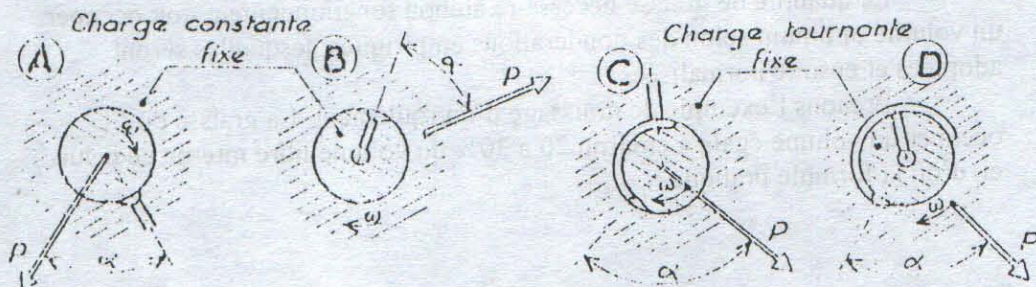
(a)



(b)

(fig.347)

Si la charge est de direction constante, la rainure est creusée dans la pièce fixe en arrière de la charge ( $\alpha = 45^\circ \div 135^\circ$ ) (fig.348.a), et si la charge est tournante, la rainure est creusée sur la pièce mobile, en avant de la charge (fig.348.b).



(a)

(b)

(fig.348)

### 11.2.5 La lubrification à la graisse

L'utilisation croissante de pièces lubrifiées à la graisse, associée au développement du concept de graissage à vie, fait de la graisse un composant à part entière de la pièce à lubrifier.

Compte tenu des conditions de travail imposées au lubrifiant (laminage, malaxage), des graisses spéciales doivent être utilisées et qui ne peuvent être sélectionnées à la simple analyse de leurs caractéristiques physico-chimiques.



### 11.2.5.1 Choix de la graisse

Le choix de la graisse repose sur la connaissance des conditions de fonctionnement qui doivent être définies de la manière la plus précise possible :

- Température
- Vitesse
- Charge
- Ambiance
- Vibration

Les constructeurs d'équipements en relation avec les fabricants de produits pétroliers testent les performances des graisses pour chaque condition particulière de fonctionnement au niveau des laboratoires de recherche.

### 11.2.5.2 Mise en œuvre

La quantité de graisse nécessaire au bon fonctionnement doit occuper un volume optimum selon des pondérations empiriques, lesquelles seront adoptées et ensuite normalisées.

Prenons l'exemple de graissage d'un roulement. La graisse doit occuper un volume égale à environ 20 à 30% du volume libre interne de celui-ci, d'où la formule pratique :

$$G = 0,005.D.e.B$$

Où :

- G : la quantité de graisse en grammes ou  $\text{cm}^3$
- De : le diamètre extérieur du roulement en mm
- B : la largeur du roulement

Un excès de graisse est préjudiciable au bon fonctionnement du roulement, toutefois la quantité peut être augmentée de 20% pour les paliers munis d'un orifice d'évacuation de la graisse usée.

Par ailleurs, un roulement tournant à très faible vitesse tolère un plein remplissage, se qui est favorable à sa protection en ambiance très polluée (galets de manutention, ...).

### 11.2.5.3 Périodicité de graissage

Dans des conditions normales de fonctionnement, sans pollution extérieure et avec une retenue efficace, la durée de vie de la graisse est liée aux paramètres :

- de vitesse
- de charge
- de température



Particulièrement au delà de 80°C en fonctionnement continu, la durée de vie calculée de la pièce est souvent limitée par celle de la vitesse.

A titre indicatif, on peut dire que la durée de vie d'une graisse d'usage général est divisée par deux par tranche de 15°C au dessus de 80°C.

La détermination de la périodicité de graissage est essentiellement basée sur l'expérience de l'utilisateur et sur les moyens de surveillance qu'il peut mettre en œuvre avec l'aide de diagrammes mis à jour.

#### 11.2.6 Lubrifiants d'emploi courant :

a \* Huiles végétales et animales : (dites huiles grasses), très onctueuses, mais plus souvent acides

b \* Huiles de pétrole : extraites par distillation du pétrole brut.

c \* Huiles de pétrole avec additifs : (dites aussi « dopées ») ; les additifs sont des produits qu'on ajoute aux huiles minérales pour en améliorer certaines propriétés. Il en existe qui augmente l'onctuosité, d'autres qui empêchent le grippage, qui s'opposent à la corrosion des surfaces, etc...)

En automobile, on utilise très couramment des huiles détergentes dont l'additif empêche le dépôt adhérent de calamine, et parfois des huiles équivisqueuses ou multigrades dont la viscosité est peu influencée par la température.

d \* Huiles composées ( compound) : mélanges d'huiles animales ou végétales et d'huiles de pétrole obtenus par dissolution de l'une dans l'autre ou par l'emploi d'un solvant commun.

e \* Graisses : la saponification partielle d'une huile suivie de l'émulsion du savon dans l'huile restante donne une graisse. Une graisse est définie par sa consistance (dureté).

f \* Lubrifiants divers : le bisulfure de molybdène et le Téflon réduits en poudre, le graphite sont souvent employés. La paraffine, le talc et certains sous-produits de distillation de la houille sont utilisés dans des cas particuliers.

#### 11.2.7 Dispositifs de graissage

Le choix du mode de graissage et de leurs dispositifs dépend essentiellement de la puissance absorbée par le frottement :

$$P = p.v.f$$

p : pression de contact (bars)

v : vitesse de glissement (m/s)

f : coefficient de frottement

Plus le produit p.v est important plus la lubrification doit être efficace.



Dans une lubrification les qualités recherchées sont l'efficacité, la sûreté de fonctionnement, la continuité, l'automatisme, l'économie et pour cela il faut :

- a) Constituer une réserve de lubrifiant avec remplissage et vidanges faciles.
- b) Assurer l'arrivée et répartition du lubrifiant sur les surfaces frottantes.
- c) Assurer la mise en marche du graissage au démarrage, le réglage et le contrôle du débit d'huile en marche, l'interruption à l'arrêt.
- d) Assurer si possible la récupération d'huile.
- e) Eviter les fuites, donc assurer l'étanchéité.

Selon l'importance de la lubrification ou du produit p.v on distingue :

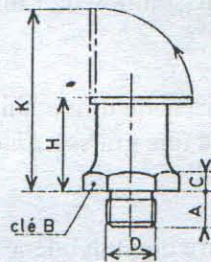
- Dispositifs à lubrification perdu
- Dispositifs à récupération d'huile

#### 11.2.7.1 Dispositifs à lubrification perdu

Ils sont utilisés pour une alimentation continue on distingue ; avec un débit faible ; donc pour un graissage onctueux destinés uniquement pour les mouvements à faible vitesse et amplitude.

Dans le cas d'une alimentation discontinue le lubrifiant est contenu dans un graisseur à l'huile on a graisse tels que :

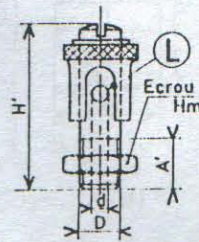
- a) Graisseur à couvercle (fig.349)



(fig 349)

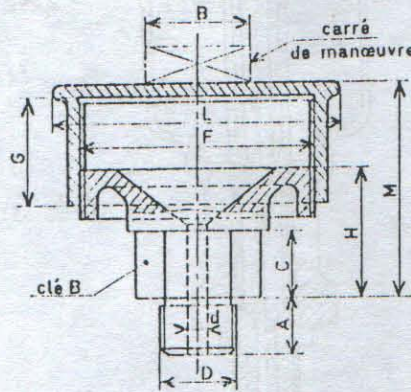


b) Graisser à chapeau tournant (fig.350)



(fig.350)

c) Graisser Stauffer (à graisse) (fig.351)



(fig.351)

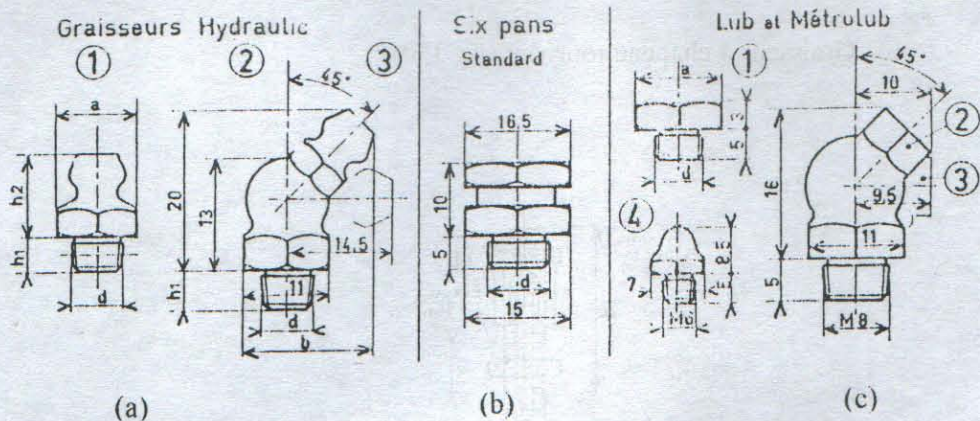
Le vissage du couvercle provoque une pression qui chasse le graisse vers les surfaces à lubrifier.

d) Graisseurs tecalémit

Il existe trois types tels que :

- Graisers « hydraulic » (fig.352.a)  
Pour le graissage haute pression, à la graisse, au moyen d'une pompe s'accrochant sur la tête du graisseur.
- Graisser « six pans » (fig.352.b)  
Pour le graissage moyenne pression.
- Graisseurs « Lub » ou « Metrolub » (fig.352.c)  
Pour le graissage basse pression, à l'huile ou à la graisse légère.

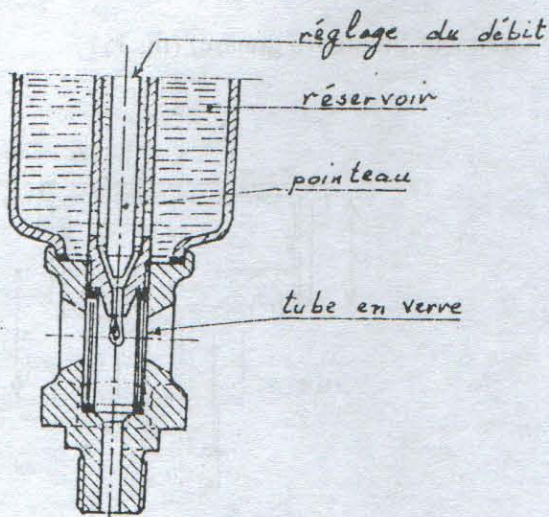




(fig.352)

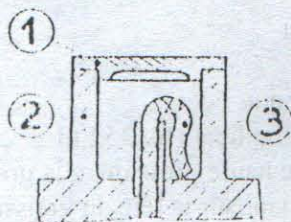
Dans le cas d'une alimentation continu l'huile peut être amenée :

- par gravité : c'est le cas d'un graisseur compte-gouttes par ex (fig.353)



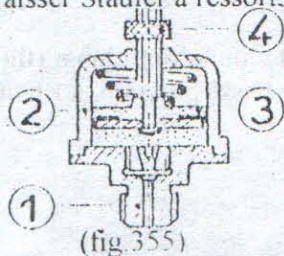
(fig. 353)

- par capillarité ( graisseur à mèche, fig.354)



(fig. 354)

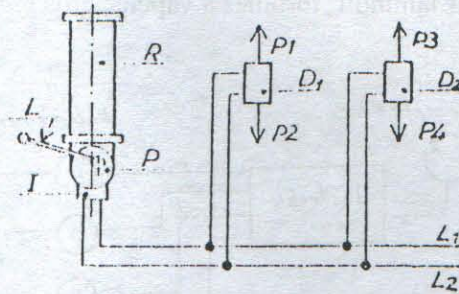
- par ressort (graisseur Stauffer à ressort. fig.355)





- par commande mécanique (fig.356)

Une pompe  $P$ , à commande manuelle ou mécanique, envoie le lubrifiant par l'une des deux canalisations  $L_1$  et  $L_2$  vers les distributeurs  $D$  placés au voisinage des points  $P_1$  et  $P_2$  à lubrifier. Un robinet inverseur permet de faire débiter la pompe alternativement dans  $L_1$  et  $L_2$ . Chaque distributeur est donc alimenté alternativement par  $L_1$  et  $L_2$ .

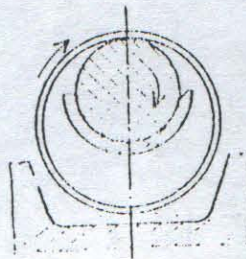


(fig.356)

#### 11.2.7.2 Dispositifs à récupération d'huile

##### a) Graissage par barbotage (fig.357)

L'huile est entraînée vers les surfaces à lubrifier par l'organe mobile lui-même qui baigne dans une réserve d'huile (engrenages de boîte à vitesse par ex), soit par un organe auxiliaire (graisseur à bague). On doit prévoir un renouvellement périodique de l'huile, pour cela il faut un réservoir avec trou de remplissage et de vidange et éventuellement un indicateur du niveau d'huile.



(fig.357)

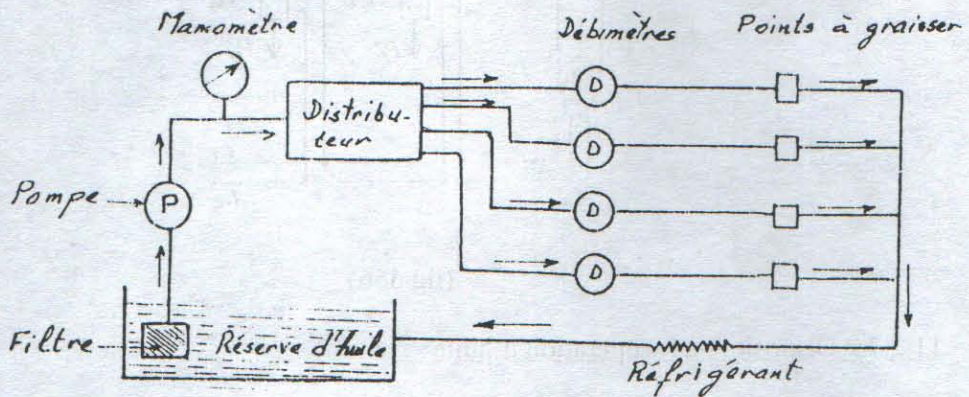
##### b) Par circulation d'huile (graissage sous pression)

L'huile est envoyée sous pression vers les différents points à lubrifier, puis est ramenée au réservoir après sa réfrigération (fig.358), l'installation comprend :



- Un groupe de commande (réservoir, pompe, refroidisseur, filtres, etc...).
- Des organes de distribution (canalisations, distributeur, appareil de contrôle de débit et du niveau en chaque point).
- Des organes de contrôle (manomètre, thermomètre, débitmètre etc...).

Ce type de graissage est employé sur machines importante où le débit est de  $2 \div 24 \text{ m}^3/24 \text{ h}$  ( laminoir, turbines à vapeur, gros réducteurs etc...)



(fig.358)



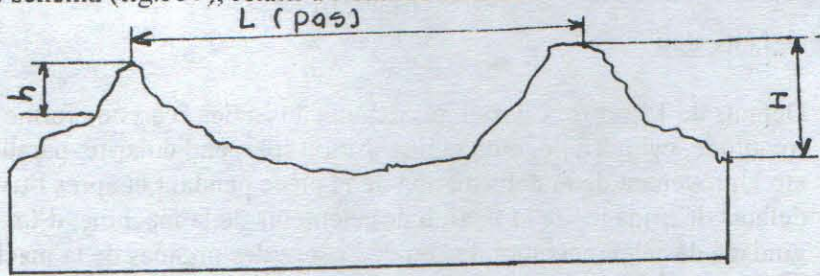
## 12. ETATS DE SURFACE

### 12.1 Définition

Une surface réelle usinée n'est jamais parfaite, elle présente toujours des défauts par suite des erreurs admissibles dans la fabrication.

Les défauts peuvent être de forme (défauts macrogéométrique, ondulation) déjà étudiés dans la partie « contrôle du plan » ou de petits défauts (défauts microgéométriques) désigné plus communément sous le nom de rugosité.

Ces deux types de défauts peuvent être distingués de la manière suivantes, en considérant le schéma (fig.359), relatif à l'état de surface



(fig.359)

L : Longueur

H : hauteur d'onde

h : hauteur de rugosité

Si  $L/H = 50 \div 1000$  on a une ondulation

$L/H < 50$  on a une rugosité

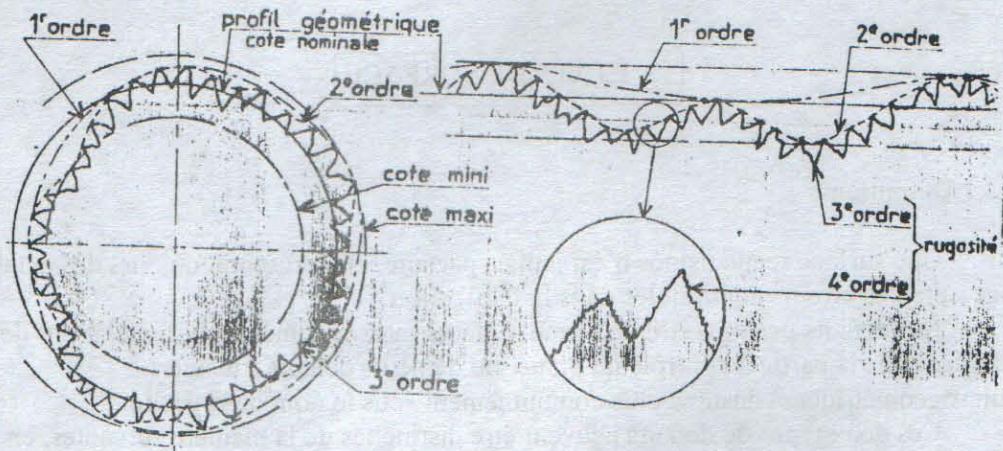
Donc la rugosité ou l'état de surface est caractérisée par des défauts de surfaces de faibles amplitudes.

### 12.2 Défauts de rugosité

Les défauts de rugosité possèdent une grande influence sur les fonctions de surfaces. L'état de rugosité dépend en effet des caractéristiques très diverses tels que : le frottement de glissement et de roulement, la résistance au matage, l'étanchéité, la résistance à l'écoulement des fluides, la facilité d'accrochage des revêtements et la résistance aux efforts alternés.

Une coupe longitudinale ou transversale d'une surface réelle donne un profil sur lequel on relève des défauts de plusieurs ordres de grandeur (fig.360).





(fig.360)

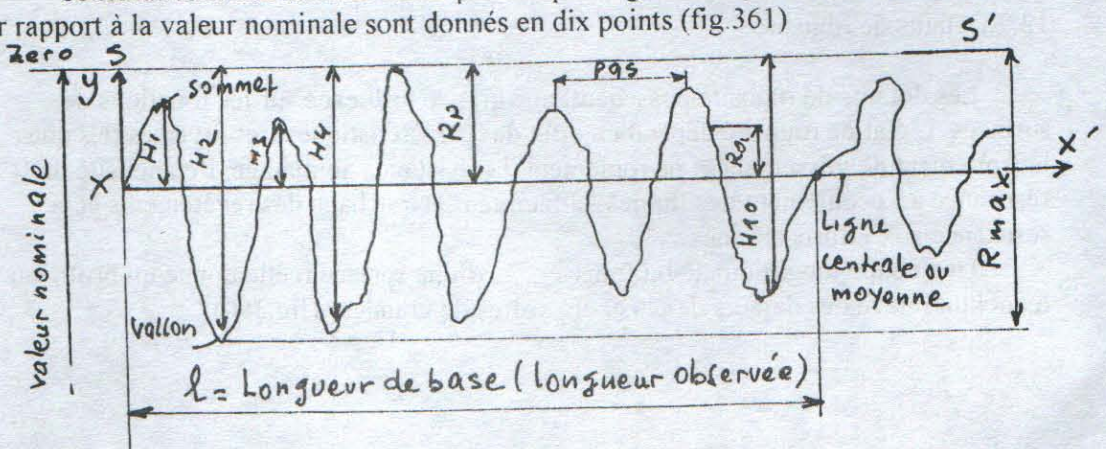
Ces défauts sont :

1. Défauts de 1<sup>er</sup> ordre. Ce sont des défauts dus à des écarts de forme (rectitude, cylindricité, etc.) et de position (perpendicularité, parallélisme, etc.), provenant de la déformation de la pièce pendant et après l'usinage, des défauts de bridage, de la flexion des éléments de la machine, d'un mauvais guidage des éléments mobiles ou de l'usure des organes de la machine-outil.
2. Défaut de 2<sup>e</sup> ordre. Défauts plus petits, ayant l'aspect général d'une ondulation, et provenant de l'avance par tour en en fraisage, de vibrations de basse fréquence de la ou de l'outil.
3. Défauts de 3<sup>e</sup> ordre. Stries et sillons dus à l'avance de l'arête coupante de l'outil, ou à l'avance per tour de la pièce, ou à des vibrations haute fréquence.
4. Défauts de 4<sup>e</sup> ordre. Fentes et piquûres dues à des marques d'outil ou à des vibration haute fréquence.

L'ensemble des défauts de 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> ordre constitue la rugosité de la surface.

### 12.3 Critère de rugosité

Schématisons une surface réelle par son profil géométrique dont les écarts  $H_i$  par rapport à la valeur nominale sont donnés en dix points (fig.361)



(fig.361)



L'observation d'une telle surface permet de la caractériser par :

- Le profil géométrique SS', plan de section théorique passant par les sommets les plus élevés.
- La ligne centrale ou moyenne XX' équilibrant sommets et vallons située de part et d'autre dans la longueur de base l, elle sert de zéro à Ra dans les profilomètres.
- l : est la longueur de base qui est choisie de telle façon qu'elle ne doit pas comprendre d'autres défauts. Elle est normalisée et fonction de la valeur  $R_p$ .

L en mm	$R_p$ en micron
0,08	0 à 0,5
0,25	0,5 à 0,6
0,80	1,5 à 10
2,50	10 à 40
8,00	40 à 63
25,00	63 à 320

Une rugosité est définie par trois valeurs fondamentales appelées critères de rugosité ou :

- $R_{max}$  : profondeur maximale. C'est la distance entre le plus haut sommet et le plus bas vallon ou creux.
- $R_p$  : profondeur moyenne, entre SS' et XX'

$$R_p = \frac{(H1 + H3 + H5 + H7 + H9) - (H2 + H4 + H6 + H8 + H10)}{5}$$

- Ra : écart moyen arithmétique, des ordonnées y par rapport à XX'

$$Ra = \frac{1}{l} \int_0^l |y| dx = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

Ra en micron	$R_p$ en micron
80	320
...	...
2,50	10
1,25	6,25
...	...
0,01	0,05



La fabrication d'une surface est d'autant plus coûteuse que la rugosité est faible. Chaque procédé de fabrication est limité dans l'obtention de la rugosité.

#### 12.4 Indication de rugosité

La rugosité est symbolisée par  $\sqrt{\quad}$

Ce signe doit être porté sur la ligne représentative de la surface ou sur son prolongement.

A l'intérieur du signe, on inscrit la valeur en microns du critère de rugosité retenu choisi comme limite admissible.

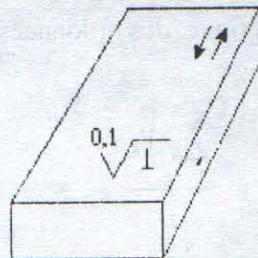
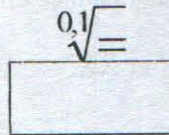
$$R_m 300 \sqrt{\quad} \quad R_p 40 \sqrt{\quad} \quad Ra 1,6 \sqrt{\quad} \quad \text{ou} \quad 1,6 \sqrt{\quad} \quad \overset{\text{Rode'}}{0,08 \sqrt{\quad}}$$

Les indications  $R_m$  ou  $R_p$  doivent être inscrites par contre  $Ra$  peut être omis ou non.

Dans le cas où ne doit pas être inférieure à une certaine valeur, on indique deux valeurs limites superposées.

$$0,04 < Ra < 0,10 \quad \overset{0,1}{0,04} \sqrt{\quad}$$

Si la valeur de la rugosité doit être complétée par le mode ou direction d'usinage, ils seront indiqués sur la ligne prolongeant le signe de la rugosité.



Parfois au lieu des critères de rugosité, on indique les signes de façonnage.



## 12.5 Les indices de façonnage

Dans ce paragraphe nous aborderons l'état géométrique des surfaces des pièces mécaniques. L'état de surface possède une grande influence sur les propriétés physiques et mécaniques des pièces, tels que frottement de glissement et de roulement, résistance à l'usure, résistance à l'écoulement des fluides, adhérence des revêtements etc...

Tous ces défauts peuvent être contrôlés par des méthodes d'exploration aussi bien électriques qu'optiques.

Les surfaces des ébauches des pièces mécaniques sont réalisées en prévoyant des surépaisseurs de métal, l'enlèvement de ces surépaisseurs, permet d'obtenir des surfaces possédant les qualités géométriques et dimensions exigées.

L'amélioration de l'état de surface est très coûteuse, le dessin doit préciser quel degré de finissage doit être exigé. A cet effet on utilise des symboles caractérisants l'état de surface comme indiqués ci-dessous.

### 12.5.1 Surface sans surépaisseurs d'usinage

- Si on ne porte aucun symbole sur les surfaces, son aspect peut être quelconque.



- Le symbole  $\sim$  signifie que la surface peut rester brute ou subir une retouche grossière à l'outil.

Ra = 100 à 200 microns

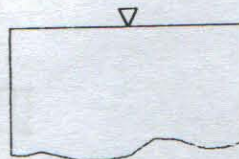


### 12.5.2 Surfaces avec surépaisseurs d'usinage

Le symbole utilisé est un triangle équilatéral.

- Un triangle  $\nabla$  signifie que les surfaces sont utilisées comme surfaces de contact d'assemblage et doivent avoir un bon aspect, elles peuvent être obtenues par tournage, meulage, rabotage, perçage et grattage.

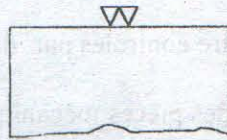
Ra = 12,5 à 50 microns





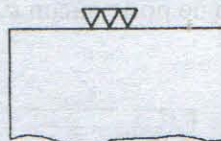
- Deux triangles  $\nabla\nabla$  , les surfaces doivent être géométriquement très correctes. Elles sont utilisées surtout pour les faces d'assemblage fixes précis. Un parachèvement tels que le tournage de finition, le fraisage de face, le grattage, le brochage, la rectification et l'alésage, peut être nécessaire.

$Ra = 1,6$  à  $6,3$  microns



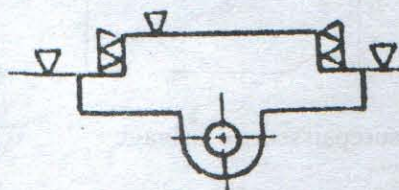
- Trois triangles  $\nabla\nabla\nabla$  , ces surfaces doivent être géométriquement très correctes et posséder en outre de bonne qualités frottantes telle que surfaces d'assemblage mobile précis. Le parachèvement est obligatoire, tels que la super finition, le polissage, le rodage à la pierre, la rectification de précision, l'alésage au diamant, le tournage au diamant etc...

$Ra = 0,05$  à  $0,8$  microns



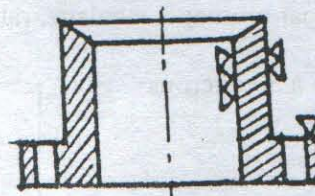
## 12.6 Mise en place des symboles sur le dessin

- Les symboles sont placés sur les lignes représentatives des surfaces ou sur leur prolongement, autant que possible près des lignes de cotes correspondantes.
- Pour une même surface le symbole ne doit figurer qu'une seule fois quel que soit le nombre de vues.
- Si la pièce possède des surfaces symétriques les symboles sont placés sur chacune d'elles (fig.362).



(fig.362)

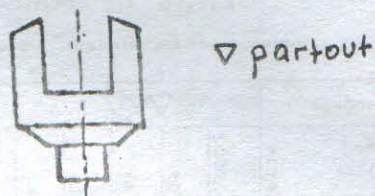
- Le symbole n'est placé que sur une seule génératrice des surfaces de révolution (fig.363).



(fig.363)

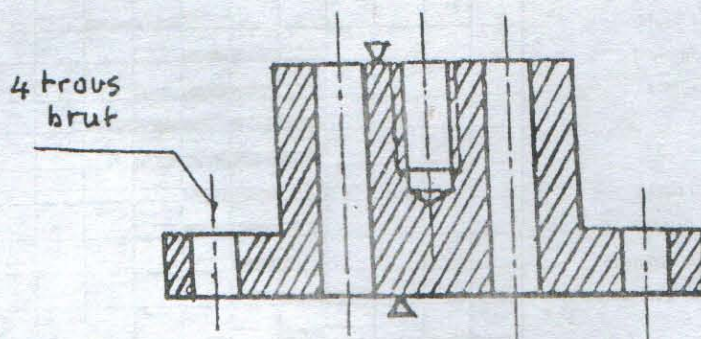


- Si toutes les surfaces d'une pièce sont usinées avec le même degré de finissage, le symbole est porté à côté du repère en ajoutant, s'il y a lieu, la mention « façonné partout » (fig.364)



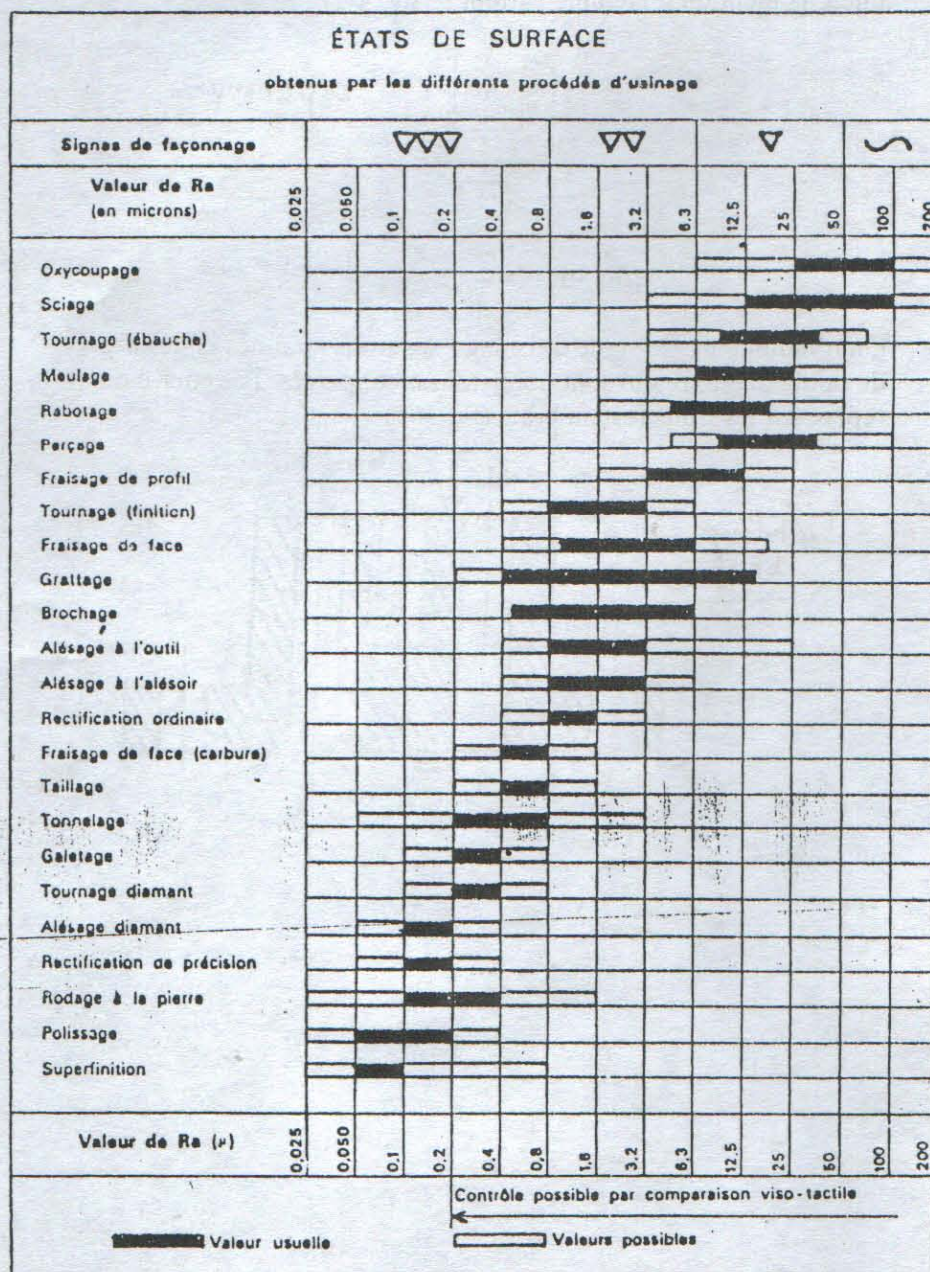
(fig.364)

- On n'indique pas le signe d'usinage des trous taraudés et des trous de faible diamètre qui sont obligatoirement percés. Par contre on repère sur les trous restant bruts (fig.365)



(fig.365)







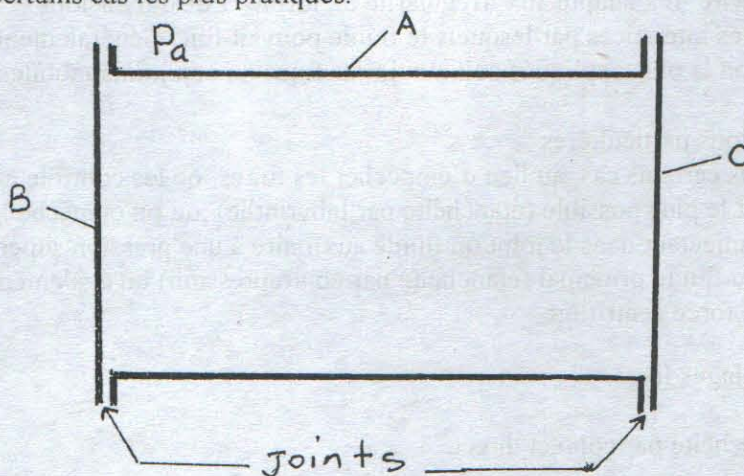
## 13. ETANCHEITE

### 13.1 Problème

Si un fluide (liquide, gaz ou vapeur) immobile ou en mouvement, contenu dans une enceinte (constituée de plusieurs éléments assemblés A, B, C) fig.366. Le fluide a tendance à passer du milieu où la pression est la plus forte à celui où la pression est la plus faible.

Donc on aura dans les surfaces de contact des éléments assemblés ou joints, une fuite dans l'atmosphère si  $P_{fe} > P_a$  ou une rentrée d'air si  $P_{fe} < P_a$ . Le problème que l'on se propose dans ce chapitre est d'empêcher toute fuite ou rentrée non prévue du fluide ou d'air, donc de rendre les points (fixes ou mobiles) étanches. Ce problème se pose très souvent dans les différentes machines et équipements.

Il existe des solutions possibles et très nombreuses et nous passerons en revue certains cas les plus pratiques.



(fig.366)

Ainsi de nombreux facteurs interviennent dans le choix d'une solution possible tels que :

- L'état du fluide (liquide, vapeur ou gaz).
- Propriétés physiques du fluide ( $T^{\circ}C$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  etc...).
- Propriétés chimiques du fluide (action sur les différents matériaux).
- Sa pression ( $P - P_a$ ) ou ( $P_a - P$ ).
- Nature des matériaux en contact.
- Forme des surfaces en contact (plane ou cylindrique).
- Mouvement relatif des pièces assemblées.
- L'état des surfaces.

Donc l'étanchéité est l'ensemble des moyens techniques mis en œuvre pour supprimer totalement ou partiellement les fuites aux divers joints d'une enceintes fermée.

Les solutions possibles sont :



#### a) Contact direct ou étanchéité directe

Un bon ajustement des deux surfaces de liaison, vis à vis de leurs formes et dimensions paraît être la solution la plus simple, mais les irrégularités de forme peuvent contribuer à la formation d'interstices par lesquels le fluide peut fuir. Même si les pièces sont fortement serrées l'une contre l'autre, une autre difficulté peut surgir des variations de températures de fonctionnement. Si les matériaux en contact ont des coefficients de dilatation différents, ou si les deux pièces sont à des températures différentes, l'ajustement initial peut être modifié et il peut en résulter des fuites. Les déformations dues aux efforts mécaniques produisent le même effet. Ce type de solution est difficile à obtenir, car un contact parfait est difficile à réaliser et à maintenir.

#### b) Interposition d'un élément déformable entre les surfaces en contact.

Au lieu de serrer les pièces à assembler directement l'une contre l'autre, on peut les serrer après interposition d'un élément déformable appelé joint d'étanchéité. Il s'adapte aux irrégularités de forme et de dimensions et comble les interstices par lesquels le fluide pouvait fuir. Généralement c'est la solution la plus appliquée soit aux joints fixes ou aux joints mobiles.

#### c) Solutions particulières

Dans certains cas, au lieu d'empêcher les fuites, on les contrôle en les réduisant le plus possible (étanchéité par labyrinthe) ; où on empêche la fuite en injectant dans le joint un fluide auxiliaire à une pression supérieure à celle du fluide principal (étanchéité par contrepression) ou également on utilise la force centrifuge.

### 13.2 Assemblages fixes

#### 13.2.1 Etanchéité par contact direct

Dans ce type d'étanchéité pour éviter toute fuite entre les pièces en contact il faut :

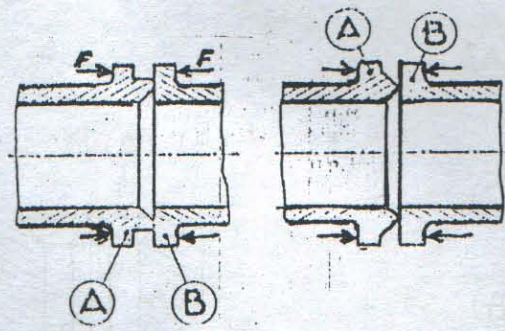
- D'abord que la forme géométrique des surfaces soit aussi parfaite que possible, afin de pouvoir coïncider sur toute leur étendue.
- Que l'état de surface soit excellent.
- La pression de serrage soit importante.
- En résumé il faut que les tolérances de forme soient faibles, surfaces en contact soient de faible étendue et bien polies et la force de serrage soit importante.

On distingue :

#### a) contact plan sur plan (fig.367)

L'une des surfaces est une couronne de faible largeur et l'étanchéité est obtenue par le serrage de A et B, d'où pénétration de A dans B.

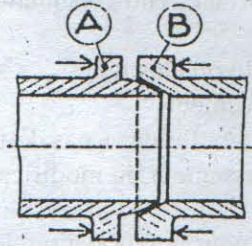




(fig.367)

b) Contact sphère sur cône (fig.368)

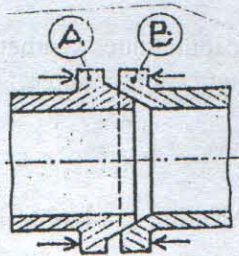
Dans ce cas il y a coincement de la sphère dans le cône ce qui assure ainsi une étanchéité désirée.



(fig.368)

c) Contact cône sur cône (fig.369)

Dans ce cas la surface de contact est assez grande et un serrage important détermine le coincement des deux surfaces en améliorant l'étanchéité.

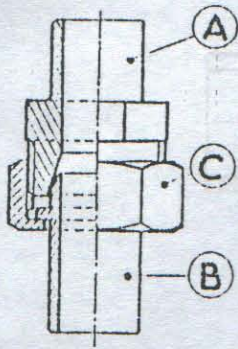


(fig.369)

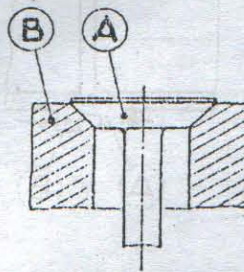
Ce type d'étanchéité est employé dans le cas où la différence de pression n'est pas très grande, la viscosité du fluide est assez élevée.

Par exemple : assemblage de tubes par raccords (fig.370), soupapes (fig.371) etc...





(fig.370)



(fig.371)

### 13.2.2. Interposition d'un joint.

Le joint est destiné à remédier aux défauts de surfaces de contact. Un serrage relativement faible suffit à déformer le joint et à lui faire épouser les irrégularités des formes des surfaces entre lesquelles il est interposé. Donc le joint doit posséder :

- Une bonne plasticité ou élasticité.
- Résistance à l'écrasement.
- Inertie par rapport aux fluides ( pas d'attaque chimique par le fluide, pas de durcissement, ni modification des propriétés.

Les matériaux utilisés pour la fabrication des joints sont :

#### a) Matériaux plastiques

Amiante et tissus de fibres d'amiante, filasse de chanvre imprégnée de blanc de Zinc, mastic de différentes composition etc...

#### b) Matériaux élastiques

Caoutchouc naturel, caoutchoucs synthétiques, matériaux composés (tissus gommés, amiante caoutchoutée ) etc...

#### c) Résines synthétiques

La plus utilisée est le Téflon ( polyté-trafluoréthylène).

#### d) Métaux

Plomb, cuivre, argent, nickel, acier inoxydable etc...

### 13.2.2.1 Différents types de joints

Il existe un nombre considérable de type de joints et le choix de l'un ou de l'autre s'effectue en fonction de la température, de la pression, des propriétés chimiques du fluide.

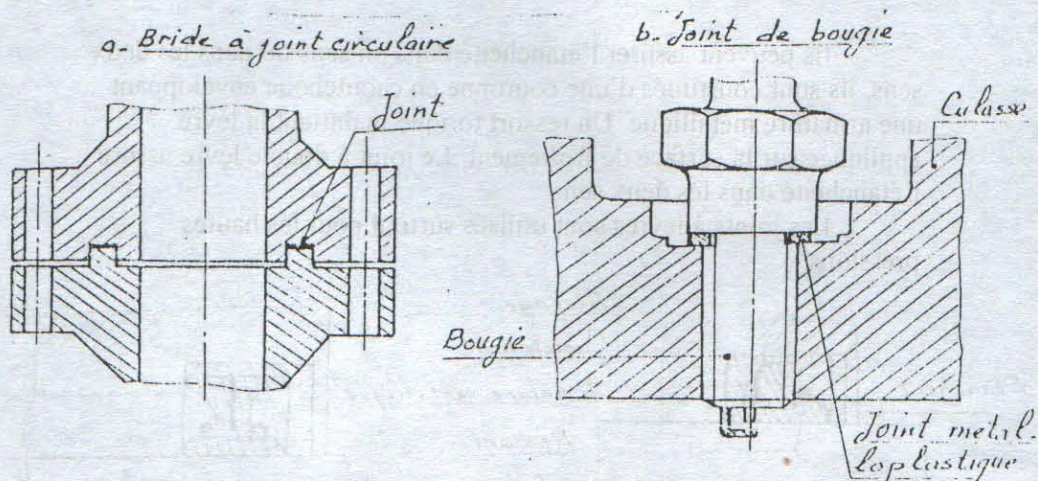


Par exemple :

- Fluides froids ou tièdes : Mastics, caoutchouc, cuir, fibre.
- Fluides chauds : silicones, Téflon, amiante.
- Pression faible : amiante, caoutchouc, cuir.
- Pression élevée : métal écrasé, joint métalloplastique.
- Produits chimiques corrosifs : amiante, Téflon.

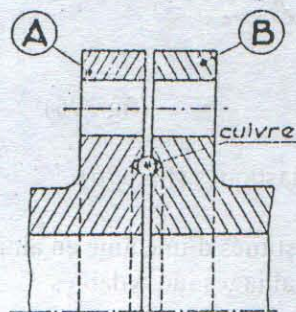
#### a) Joints plats

Ce sont les joints les plus simples, découpés à la demande sur une feuille, ils sont de forme très variée et ils sont réalisés en élastomère, élastomère-amiante, plastique, composés métalloplastique, feuille de métaux (fig.372).



(fig.372)

#### b) Fil écrasé (fig.373)

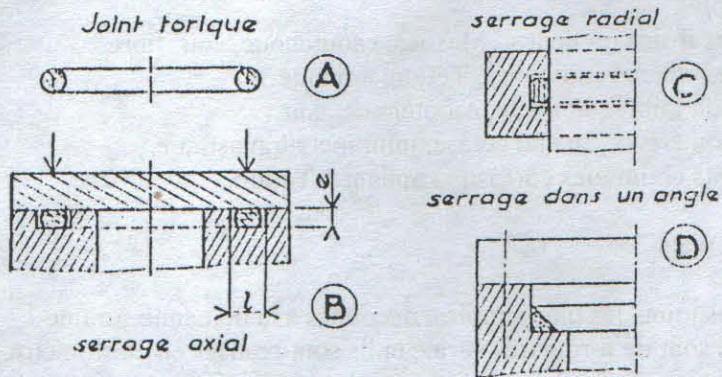


(fig.373)

#### c) Joints toriques

C'est un anneau de section généralement circulaire réalisé en élastomère (caoutchouc synthétique) plusieurs montages sont possibles (fig.374)



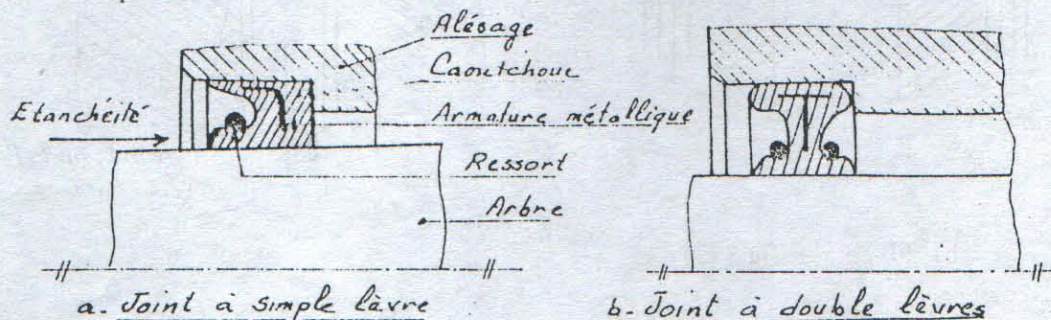


(fig.374)

d) Joints à lèvres

Ils peuvent assurer l'étanchéité dans un sens ou dans les deux sens, ils sont constitués d'une couronne en caoutchouc enveloppant une armature métallique. Un ressort torique maintient la lèvre appliquée sur la surface de frottement. Le joint à double lèvre assure l'étanchéité dans les deux sens.

Les joints à lèvres sont utilisés surtout pour les hautes pressions.



(fig.375)

e) Joints métalloplastiques (fig.376)

Ils sont constitués d'une âme en amiante enveloppée d'un métal mince tels que Cu, alliages inoxydables.

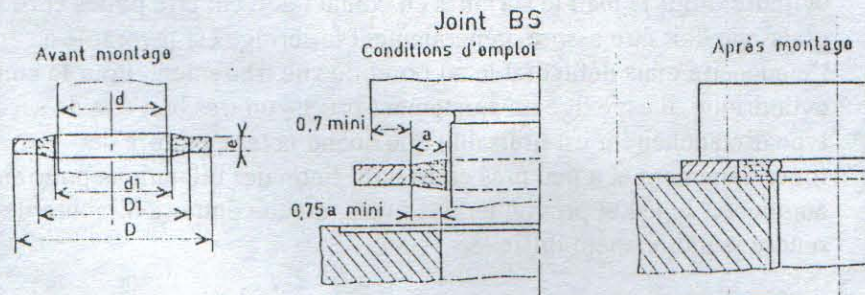


(fig.376)



f) joints B.S (Le joint français) (fig.377)

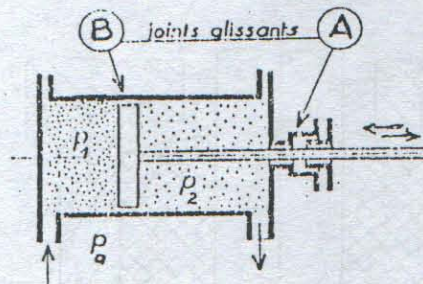
C'est une rondelle métallique comportant un anneau intérieur en caoutchouc synthétique. Ils sont employés sans têtes de vis et de boulons, raccords de tuyauteries etc...



(fig.377)

### 13.3 Assemblages glissants

Il s'agit de réaliser l'étanchéité soit au passage d'une tige animée d'un mouvement de translation au travers d'une paroi qui sépare deux milieux à des pressions différentes (fig.378 en A).



(fig.378)

Soit lors du déplacement d'une cloison mobile qui sépare deux milieux à des pressions différentes (fig.378 en B).

L'étanchéité peut être obtenue soit :

- Par contact direct.
- Par joint porté par la pièce fixe (presse garniture).
- Par joint porté par la pièce mobile (segments).
- Par joints de formes diverses portés par la pièce fixe ou par la pièce mobile.
- Par détentes successives (fuite contrôlée).
- Par membrane ou soufflet.



### 13.3.1 Étanchéité par contact direct

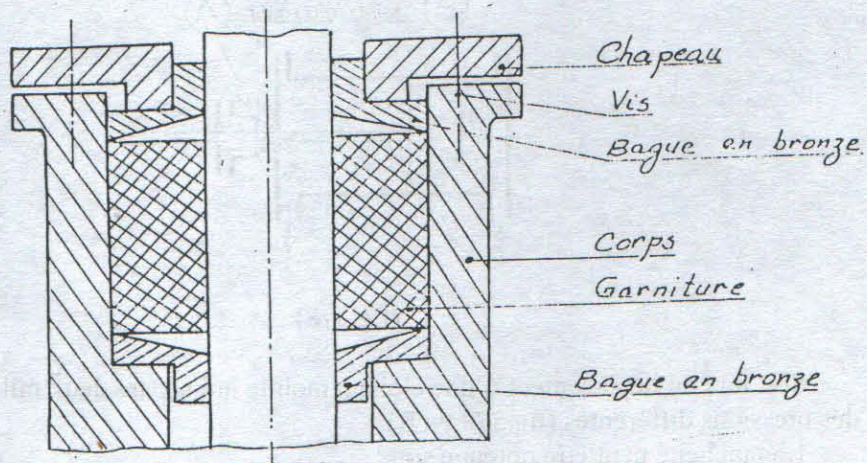
Ce moyen d'étanchéité exige que les surfaces de contact doivent avoir une forme géométrique aussi parfaite que possible, et un très bon état de surface.

Le serrage devra être modéré, sinon le mouvement relatif des pièces serait impossible, les formes géométriques utilisables sont le plan et le cylindre. Pour le plan les surfaces en contact doivent être polies et rodées ; le graissage doit être assuré, généralement le serrage est favorable à l'étanchéité mais défavorable au point de vue frottement. Pour le contact cylindrique, il est exigé un ajustement précis, un très bon état de surface. Ce type d'étanchéité n'est utilisable que quand la température de fonctionnement est à peu près constante, sinon des dilatations pourraient augmenter le jeu et provoquer des fuites, ou au contraire diminuer le jeu et rendre le mouvement difficile.

### 13.3.2 Presse garniture

Il s'agit d'assurer l'étanchéité d'une tige cylindrique animée d'un mouvement de translation et qui traverse une paroi séparant deux milieux à des pressions différentes. A cet effet une matière plastique ( la garniture) placée dans une cavité solidaire de la paroi fixe ( la garniture est solidaire de l'alésage) ensuite pressée contre l'arbre mobile par un chapeau ou fouloir (fig.379) qui participe au guidage de l'arbre.

Ce procédé est de plus en plus utilisé notamment pour les pompes.



(fig.379)

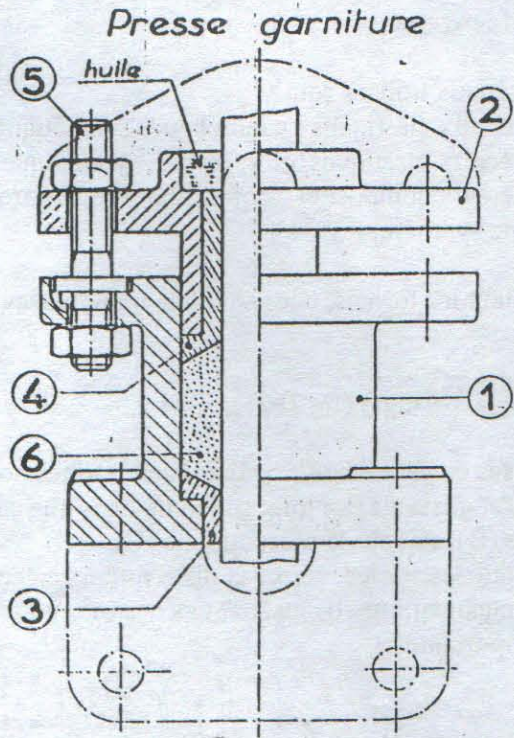
Le choix de la garniture s'effectue en fonction de la pression du fluide, de sa température, de ses propriétés :

- eau froide ou chaude : garniture de coton, de chanvre.
- Huile minérale amiante, caoutchouc synthétique.
- Produits chimiques : amiante, Téflon
- Fluides jusqu'à 10 bars, 200°C : amiante, tresse de cuivre, Téflon.



- Fluides jusqu'à 15 bars, 300°C : antifriction.
- Pression et température plus élevées : graphite

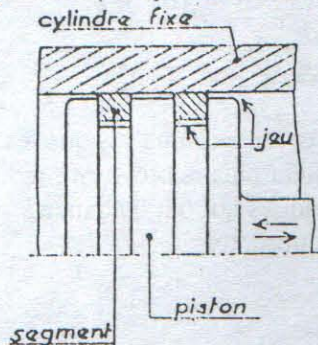
Une boîte à garniture est une boîte faisant corps avec la paroi, ou rapportée sur elle ; elle comporte un corps renfermant la garniture, éventuellement une semelle de fixation sur la paroi, un dispositif de serrage, un dispositif de graissage si le lubrifiant n'est pas incorporé à la garniture (fig.380).



(fig.380)

### 13.3.3 Segments métalliques

La garniture portée par la pièce mobile généralement un piston, est constituée par des anneaux métalliques élastiques qui s'appliquent contre la paroi intérieure de la glissière ( le cylindre) (fig.381).



(fig.381)



Le cylindre étant le plus souvent en fonte grise de moulage, et les segments sont réalisés en fonte plus douce, à haute teneur en graphite ; d'où faible frottement (avec graissage) usure faible et supportée surtout par les segments. Le piston n'étant pas ajusté dans le cylindre, ce sont les segments qui assurent le guidage en translation (cas des moteurs à explosion) ; d'où nécessité d'adopter plusieurs segments, assez écartés l'un de l'autre ; le piston est alors relativement long.

#### 13.3.4 Etanchéité par joints

Les matériaux utilisés sont :

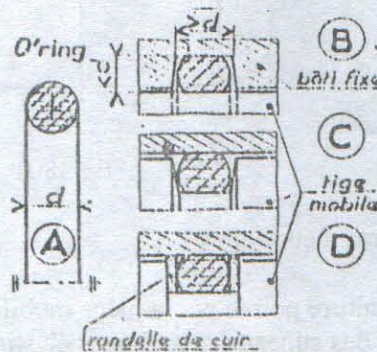
- Matériaux élastiques : caoutchoucs synthétiques.
- Matériaux plastiques : cuir, résines synthétiques et surtout Téflon.
- Matériaux composites : coton, chanvre, lin, tressés et imbriqués de résine synthétiques.

Concernant les formes, elles sont très nombreuses et nous indiquerons quelques une.

##### a) Joints toriques (O-Rings) (fig.382)

Ils sont réalisés en caoutchouc synthétique, destinés pour assemblages fixes, tournants et glissants. Le joint se monte dans une cavité ménagée soit sur la pièce fixe (B), soit sur la pièce mobile (C).

Ils sont très utilisés sur les vérins et distributeurs en commande hydraulique et pneumatique. Ils ne sont pas destinés pour des vitesses de déplacement importantes.

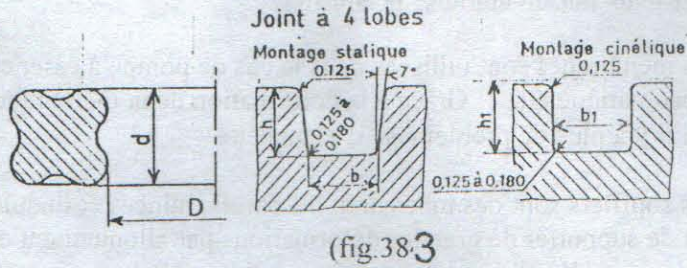


(fig.382)

##### b) Joints à 4 lobes (fig.383)

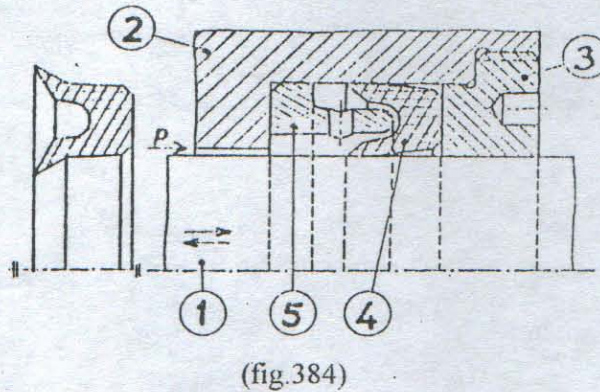
Mêmes matériaux et mêmes emplois que les joints toriques, leurs avantages sont : frottement plus faible, usure réduite et ils ne tiennent mieux que les joints toriques qui ont tendance à se rouler et à se tordre lorsque la vitesse est importante.





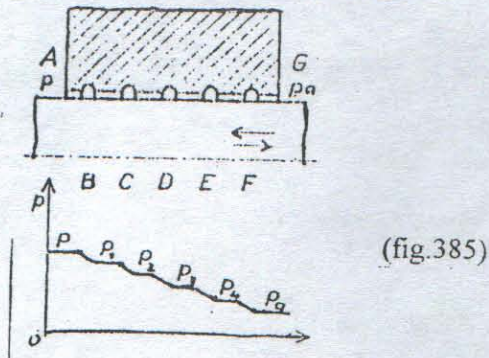
c) Bagues à section en U (fig.384)

Elles se font en cuir embouti (pour l'eau) ou en caoutchouc synthétique moulé (pour l'huile). Elles se logent dans la pièce fixe ou dans la pièce mobile. La bague s'appuie contre la pièce fixe et contre la pièce mobile grâce à son élasticité propre et sous l'effet de la pression du fluide ; une armature métallique ou fibreuse, maintient la bague dans son logement.



13.3.5 Etanchéité par détentes successives

Autour de la tige mobile, dans l'épaisseur de la paroi traversée, on prévoit une succession de gorges séparées par des étranglements (fig.385) ; le fluide subit une perte de charge importante dans les étranglements, se détend dans les gorges de  $p$  à  $p_1$ , de  $p_1$  à  $p_2$ , etc... de sorte qu'en fin de parcours sa vitesse est faible et sa pression est voisine de  $p_a$  ; la fuite est insignifiante ; la courbe donne la variation de la pression au travers de la paroi. Ce procédé est applicable aux fluides liques et gazeux.





### 13.3.6 Etanchéité par membranes et soufflets

a) Les membranes sont utilisées dans le cas de pompe à essence, servo-moteur, pneumatique etc.... Grâce à la déformation de la membrane élastique il n'y a plus de problèmes d'étanchéité.

b) Les soufflets sont des tubes dont les parois, minces et ondulées, leur permettent de supporter de grandes déformations par allongement ou raccourcissement ; l'une des extrémités est solidaire de la pièce mobile. Le déplacement de la pièce mobile se traduit donc par une déformation du soufflet et il n'y a plus de problèmes d'étanchéité.



### 14.1 Définition

Un engrenage est constitué par l'ensemble de deux roues dentées engrenant ensemble (dont l'une est par l'autre par contact des dents). On dit que les deux roues sont conjuguées. La petite des deux roues est appelée pignon, l'autre la roue.

Une roue de rayon infini est une crémaillère. Un engrenage est destiné à transmettre la puissance entre deux arbres rapprochés avec modification du couple transmis et de la vitesse de rotation.

Quel que soit le type d'engrenages et la forme de la denture, le rapport des vitesses est toujours égal au rapport inverse des nombres de dents, il est aussi égal au rapport inverse des diamètres primitifs.

### 14.2 Classification

- a) Axes des arbres parallèles : engrenage parallèle (ou engrenage à roues cylindriques).
- b) Axes concourants : engrenage concourant (roues coniques).
- c) Axes non dans le même plan (engrenage gauche).

### 14.3 Engrenage cylindrique à denture droite

#### 14.3.1 Définitions (fig.386).

a) Cylindres primitifs : cylindres fictifs, solidaires des roues, qui roulent sans glisser l'un sur l'autre pendant le mouvement.

( les cylindres primitifs de deux roues d'engrenage à denture normale sont tangent l'un à l'autre suivant une génératrice ; leur diamètre est celui des roues de friction donnant le même rapport de vitesses.

b) Surface active : Portion de la surface d'une dent dont les éléments entrent en contact avec une dent de l'autre roue. La partie de cette surface située au dessus du cylindre primitif est la face ; l'autre partie est le flanc.

c) Profil : Intersection d'une surface active et d'un plan perpendiculaire à l'axe de la roue ; le profil des engrenages normaux est une développante du cercle.

d) Cercle de base : ou cercle développé. Celui dont la développante est le profil de la roue considérée.

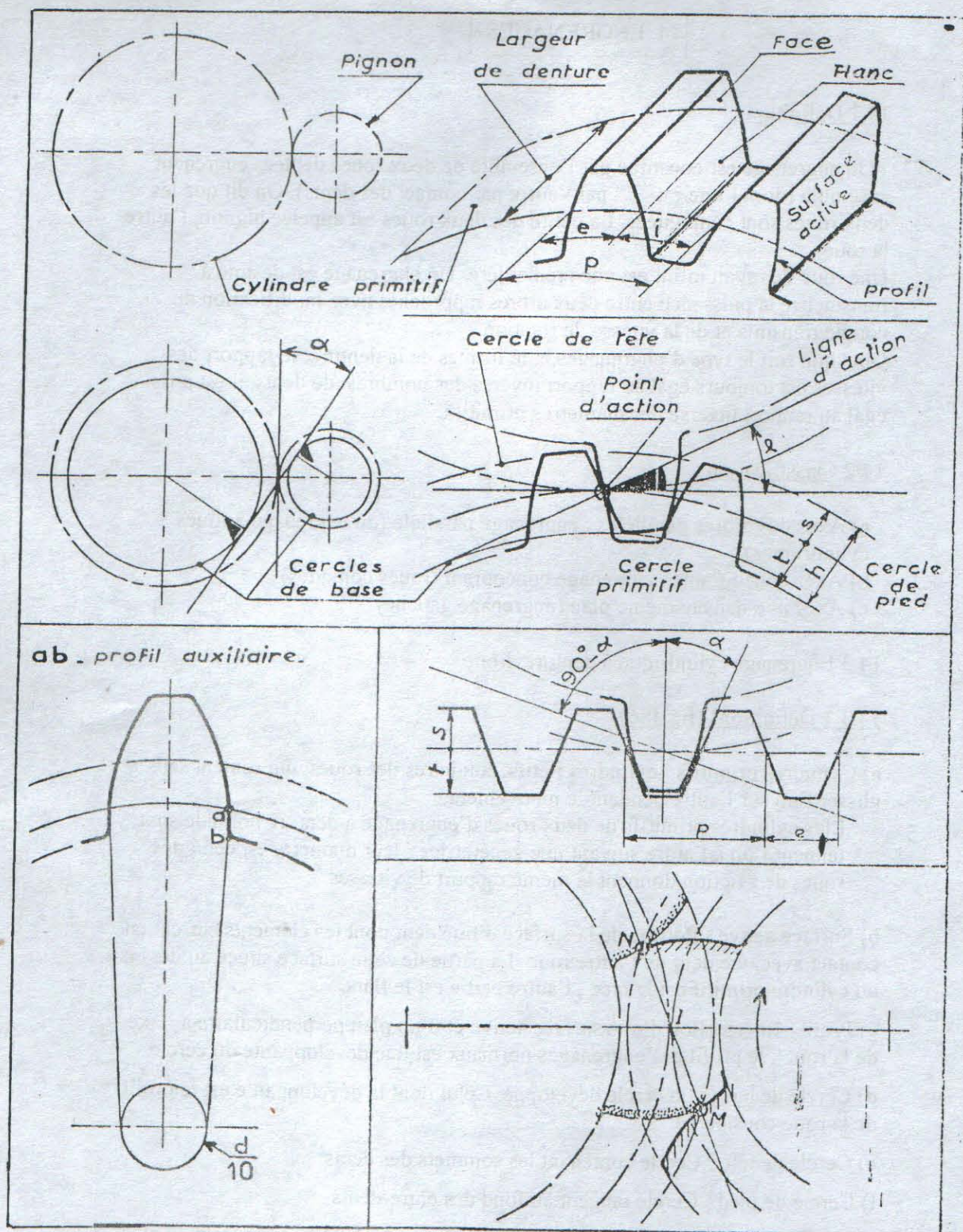
e) Cercle de tête : Cercle contenant les sommets des dents.

f) Cercle de pied : Cercle tangent au fond des entre-dents.

g) Hauteur de dent h : distance radiale entre le cercle de tête et le cercle de pied. Elle comprend la saillie S et le creux t.

h) Pas circonférentiel P : longueur de l'arc du cercle primitif compris entre deux profils homologues consécutifs (deux dents consécutives) il comprend une épaisseur curviligne e et un intervalle curviligne i (voir figure 386.a)  $P = \pi.m$





(Fig. 386)



en effet la longueur de la circonférence primitive est égale à  $\pi.d$  ou  $p.Z$  d'où  $P = \pi.d/Z = \pi.m$ .

i) Point d'action : Point de contact de deux profils conjugués.

j) Lignes d'action : ligne sur laquelle se déplace le point d'action. Dans un engrenage à développante elle est la droite tangente aux deux cercles de base et se confond avec la normale commune aux profils conjugués. La poussée d'une dent sur la dent de la roue conjuguée s'exerce suivant cette ligne. Sur la figure 386.c les points encadrés limitent le segment d'action MN.

k) Angle de pression  $\alpha$  : angle formé par la ligne d'action avec la tangente commune aux cercles primitifs.

l) Module M : Quotient du diamètre primitif  $d$  par le nombre de dents  $Z$ .

m) Rapport d'engrenage  $\rho$  : Quotient du nombre de dents de la roue par le nombre de dents du pignon, il est toujours  $>1$ . C'est un rapport de réduction si le pignon est menant, un rapport de multiplication si la roue est menante.

n) Crémaillère (fig.386.b) : Barre dentée engrenant avec une roue. C'est une portion de roue cylindrique de diamètre infini. Les surfaces actives sont planes ; le profil est une droite faisant avec la ligne des centres un angle égal à l'angle de pression.

o) Arc de conduite : Arc parcouru par un point de l'un des cercles primitifs depuis le commencement jusqu'à la fin de l'action. L'arc de conduite doit être supérieur à un pas ; il est d'autant plus grand que la saillie des dents est plus grande, que l'angle de pression est plus faible.

p) Tracé du profil de la dent (fig.386.d) : Si le cercle de pied est plus petit que le cercle de base, le profil est complété par une portion de droite telle que  $ab$  appelée profil auxiliaire. L'arrondi au fond des entre-dents a pour rayon maximum  $0,4M$ . Un dégagement au sommet des dents est prévu pour les roues fortement chargées et tournant à grande vitesse.

Saillie  $S = \text{module } m$

Creux  $t = 1,25 m$

Epaisseur de la dent = demi-pas =  $m.\pi/2$ .

#### 14.3.2 Calcul et représentation de la denture droite (normale)

Angle de pression :  $20^\circ$



**MODULES**

Principaux : 0,5 - 0,6 - 0,8 - 1 - 1,25 - 1,5 - 2 - 2,5 - 3 - 4 - 5 - 6 - 8 - 10 - 12 - 16 - 20 - 25.  
Secondaires : 0,55 - 0,7 - 0,9 - 1,125 - 1,375 - 1,75 - 2,25 - 2,75 - 3,5 - 4,5 - 5,5 - 7 - 9 - 11 - 14 - 18 - 22  
Exceptionnels : 0,75 - 3,25 - 3,75 - 6,5.

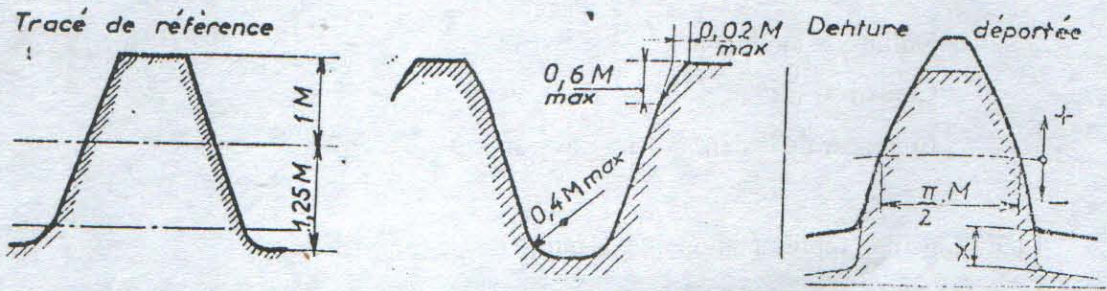
Dimensions des dents :

	Saillie S	Creux t	Hauteur h	Epaisseur e
Denture normale.....	1 M	1,25 M	2,25 M	$\pi \frac{M}{2}$
Denture déportée.....	M (1 ± x)	M (1,25 ± x)	—	$M (\frac{\pi}{2} \pm 2 \times \text{tg } 20^\circ)$

Largeur de denture : l = kM  
k = 10 (valeur recommandée) - 6,4 - 8 - 12,5 - 16.

Nombre de dents

Série		
Recommandée	Complémentaire	Exceptionnelle
12 - 16 - 20	14 - 18 - 22	13 - 15 - 19
25 - 32 - 40	28 - 36 - 45	26 - 27 - 30 - 38
50 - 63 - 80	56 - 71 - 90	53 - 60 - 75
100 - 125 - 160	112 - 140	106 - 118 - 150



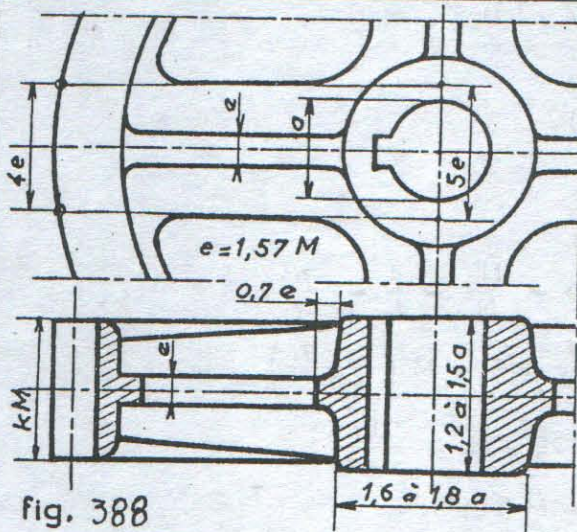
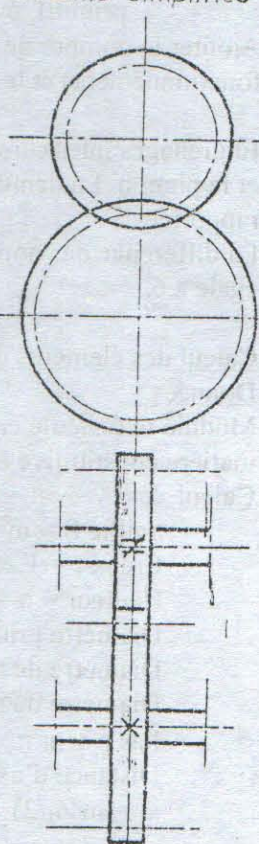
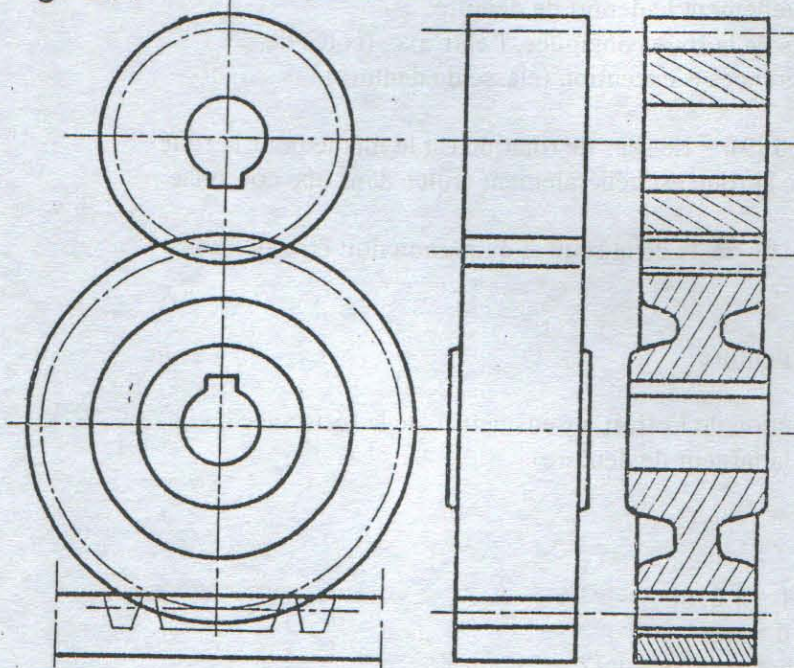
(fig.387)



Fig. 387

Dessins d'ensemble

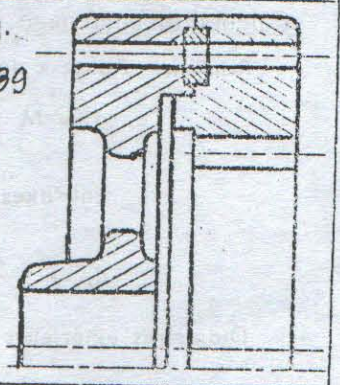
Dessins simplifiés


Pignon  $z_p =$   
Entraxe =

 $z =$   
 $M =$   
 $d =$   
 $\alpha =$ 

Déport:  $x$ 

fig. 389



Dans les vues autres que la coupe axiale, on représente la pièce commune une pièce pleine non dentée en ajoutant le tracé de la surface primitive ; la denture et la surface de pied ne sont tracées que dans des cas exceptionnels : crémaillère, secteur denté, (utiliser le trait continu fin en vue de face).

Dans le dessin d'un engrenage, chaque élément non coupé est représenté comme s'il était seul.

Dessins simplifiés - Les détails n'intéressant pas la surface active sont supprimés.

Schéma - voir représentation schématique.



Cotation (fig.387 et 388). – Indiquer seulement les dimensions de la roue avant taillage.

Indiquer en légende :

- le nombre de dents, le module, l'angle de pression, le diamètre primitif, éventuellement le déport de denture.

Ajouter le nombre de dents de la roue conjuguée, l'entr'axe, (cotes de fonctionnement) et les tolérances d'exécution (classe de denture).

Engrenages intérieurs (fig.389). – Le sens de rotation est le même pour la roue et le pignon. La denture de la roue est généralement taillée dans une couronne rapportée.

La différence des nombres de dents de la roue et du pignon doit être au moins égale à 6.

### Calcul des éléments de la denture

#### Données :

Module  $m$  (calculé en fonction de l'effort à transmettre, de la résistance de la matière constitutive et de la largeur de denture).

#### Calcul :

Saillie  $S = m$

Creux  $t = 1,25m$

Hauteur  $h = s + t = 2,25m$

Diamètre primitif  $d = m, Z$

Diamètre de tête  $d_s = d + 2m = m(Z + 2)$

Diamètre de pied  $d_i = d - 2,5m = m(Z - 2,5)$

Pas  $p = m.\pi$

Distance d'axes de deux roues en prise :

$a = (m.Z_1/2) + (m.Z_2/2) = m(Z_1 + Z_2)/2$

### Calcul d'un engrenage

Relations. Roue:  $z$  dents. Pignon:  $z_1$  dents

$$d = M \times z \quad (1) \quad \rho = \frac{N_1}{N} = \frac{d}{d_1} = \frac{z}{z_1}$$

$$\text{Entr'axes} \quad E = \frac{d + d_1}{2} = M \left( \frac{z + z_1}{2} \right)$$

$$d_1 = \frac{2E}{\rho + 1} \quad (4) \quad d = 2E - d_1 = \frac{2E\rho}{\rho + 1}$$

Diamètres extérieurs:  $D = d + 2M = M(z + 2)$

$D_1 = M(z_1 + 2)$

Effort tangentiel:  $T = \frac{716 P}{N \times r} \text{ kg}$

$P$  = puissance transmise en chevaux

$r$  = rayon primitif en mètres.

Vitesse linéaire:  $V = \frac{\pi r N}{30} \text{ m/s}$

Module. Pour une largeur de denture  $l = kM$

$$M = 2,3 \sqrt{\frac{T}{k.f.v.}}$$

$R$  = contrainte admissible à la flexion en  $\text{kg/mm}^2$ .

$f_v$  = facteur de vitesse faisant intervenir les efforts dynamiques appliqués à la denture.



Valeurs de R

Fonte - Celoron	Acier moulé	Acier forgé	Aciers spéciaux	Bronze
4	8	12	20 à 30	6

Valeurs de  $f_v$ 

V m/s	0,5	1	2	3	4-5	6-7	8-9	10-11	12-13	14-15
$f_v$	0,9	0,85	0,75	0,70	0,60	0,55	0,5	0,45	0,40	0,35

Données. — On connaît généralement : E,  $\rho$  (N et  $N_1$ ) et la puissance P chevaux.  
Les formules permettent de calculer dans l'ordre :  $d - d_1 - T - v - M - z$  et  $z_1 - D - D_1$ .

**Diamètre de l'alésage.** — Le diamètre de l'arbre est calculé comme il est indiqué plus loin en tenant compte du couple de torsion  $C = T \times r$  et du moment de flexion calculé avec  $F' = \frac{T}{\cos \alpha}$  (fig.390). On arrondi le résultat trouvé à la valeur immédiatement supérieure figurant dans le tableau des diamètre d'alésages normaux donnés ci-dessous :

Série principale : 20-22-24-27-30-33-36-39-42-45-48-52-56-60-64-68.  
Série complémentaire : (à n'utiliser que pour des arbres de transmission) 25-35-40-50-70

**Interférence.** — Les dents de la roue ont tendance à entailler le profil auxiliaire de la denture du pignon : c'est le phénomène d'interférence (fig.391). Le fonctionnement n'est possible qu'avec un certain jeu qui entraîne une usure rapide des dents, ou bien en adoptant un profil concave, ce qui affaiblit la racine de la dent.

Avec un angle de pression de  $20^\circ$ , le nombre minimum de dents  $z_1$  que doit avoir le pignon pour que l'interférence ne se produise pas est donné par les tableaux ci-dessous :

Engrenages extérieurs

$z/z_1 = \rho$ (maximum)	1	2	2,5	3	4	6	> 7	Crémaillère
$z_1$ (dent. normale) .....	12	14	15	16	16	16	17	18

Engrenages Intérieurs

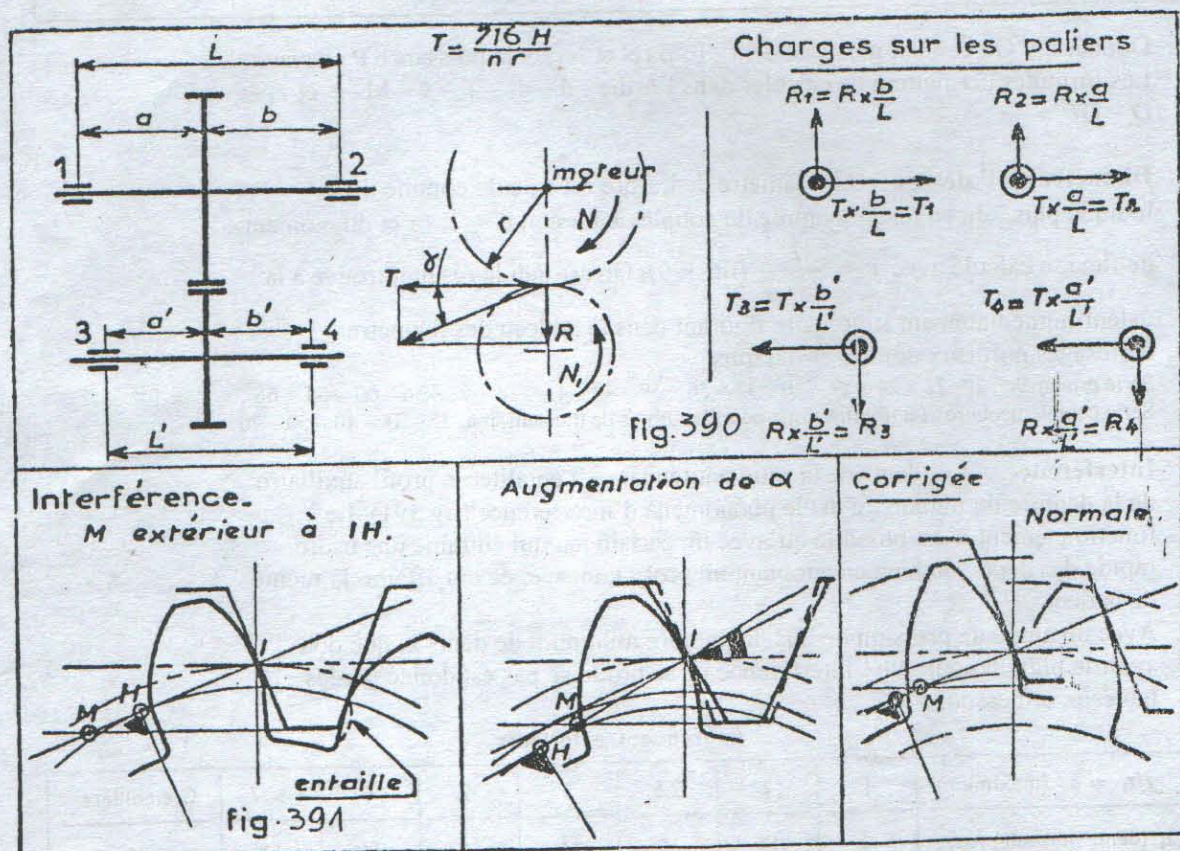
$z/z_1 = \rho$ (minimum)	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,8	2	2,5	3	4	9
$z_1$ (dent. normale) .....	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18

**Dentures corrigées.** — S'il est nécessaire d'utiliser un pignon dont le nombre de dents est inférieur au minimum indiqué, l'interférence est évitée en modifiant le profil normal par une méthode de tracé éliminant le profil auxiliaire.

1° Augmentation de l'angle de pression  $\alpha$ . — La valeur choisie est telle que le diamètre du cercle de base soit au plus égal à celui du cercle de pied (fig. ).



2° Déplacement des cercles de tête et de pied. – La taille des dents de la roue est diminuée ; le creux est augmenté de façon que la hauteur de la dent conserve la même valeur. La correction inverse est faite sur la denture du pignon (fig. ). Le déport de denture  $x$  s'exprime en fraction de module (fig. ). Cette méthode ne peut s'utiliser si le rapport d'engrenage est égal à 1, puisque les dents sont identiques dans ce cas.



#### 14.4. Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

##### 14.4.1 Définition (fig. 392)

**Hélice primitive.** – Intersection de la surface active (flanc d'une dent) et du cylindre primitif. La surface active est un hélicoïde développable. Son intersection avec un plan perpendiculaire à l'axe de la roue est une développante de cercle.

**Pas axial  $H$ .** – Pas de l'hélice primitive, ou pas hélicoïdal.

**Pas apparent  $p_a$ .** – Longueur de l'arc du cercle primitif comprenant une dent et une entre-dent.



**Pas réel  $p_r$ .** – Longueur de l'arc d'une hélice du cylindre primitif orthogonale aux hélices primitives.

**Inclinaison  $\alpha$ .** – Angle aigu formé par la tangente à l'hélice primitive avec l'axe de la roue.

**Module apparent  $M_a$ .** – Quotient du diamètre primitif par le nombre de dents.

**Module réel  $M_r$ .** – Quotient du pas réel par  $\pi$ .

**Angle de pression réel  $\alpha$  ou  $\beta$ .** – Angle aigu formé par les lignes d'intersection du plan d'action et d'un plan tangent aux cylindres primitifs avec un plan orthogonal aux hélices primitives.

Relation.

$$p_a = \frac{\pi d}{2} = M_a \cdot \pi \quad p_r = p_a \times \cos \alpha = M_r \cdot \pi$$

$$M_a = \frac{d}{z} = \frac{p_a}{\pi} = \frac{M_r}{\cos \alpha} \quad M_r = M_a \times \cos \alpha = \frac{p_r}{\pi}$$

$$H = \pi \cdot d \times \cot g \alpha$$

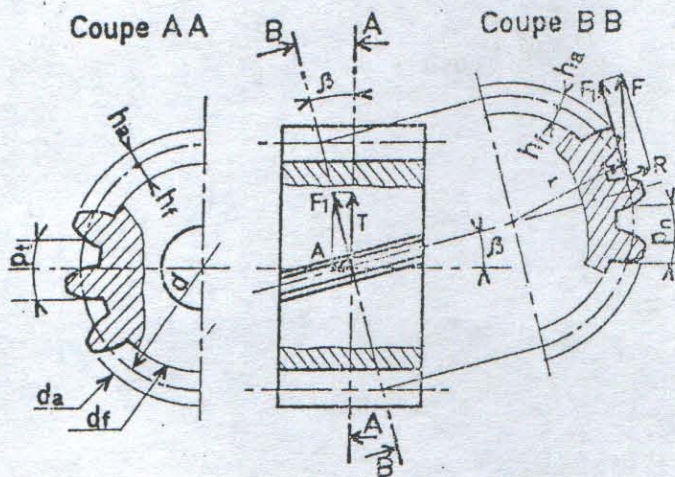
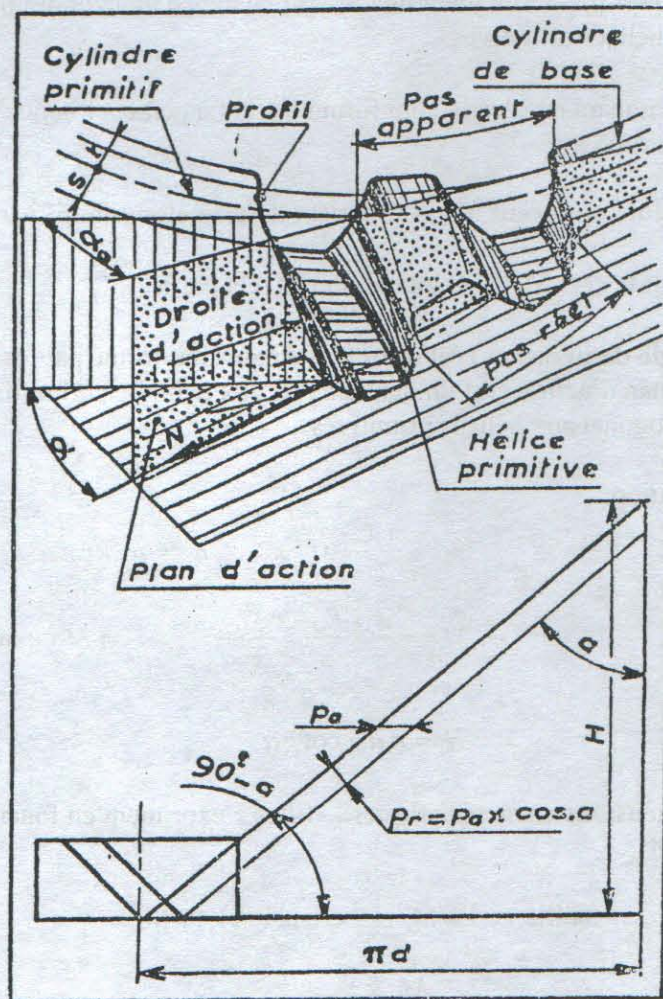
**Dimensions caractéristiques.** – Elles s'expriment en fonction du module réel de M.

$$\text{Saillie } S = M_r \quad \text{creux } t = 1,15 M_r$$

$$d = M_a \times z = \frac{M_r \times z}{\cos \alpha}$$

$$D = M_r \left( \frac{z}{\cos \alpha} + 2 \right)$$





(fig.392)

Diamètre primitif  $d = M_a \times z = M_r \times Z / \cos \alpha$   
 Diamètre de tête  $d_a = d + 2 M_r$   
 Diamètre de pied  $d_f = d - 2,5 M_r$   
 Distance d'axes  $a$  = somme des rayons primitifs.



**Nombre fictif de dent  $z'$ .** – Utilisé pour le taillage à la fraiseuse. La section droite d'une dent est contenue dans un plan perpendiculaire aux hélices ; la section du cylindre primitif par ce plan oblique est une ellipse. Le profil des dents est assimilé à celui des dents d'une roue droite ayant pour rayon primitif le rayon de courbure  $R$  de l'ellipse à l'extrémité de son petit axe (fig.393).

$$R = \frac{r}{\cos^2 \alpha}$$

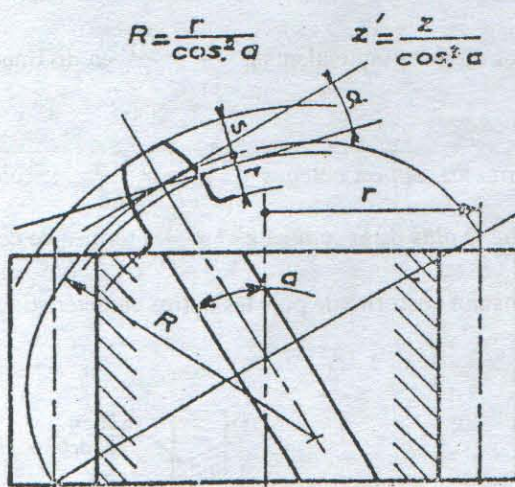
Le taillage nécessite une fraise au module réel  $M_r$  correspondant à un nombre de dent fictif :

$$z' = \frac{z}{\cos^2 \alpha}$$

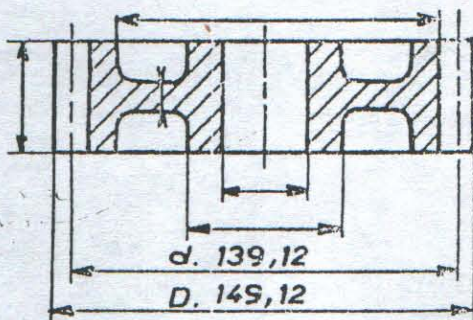
**Représentation. Cotation (fig.394).** – En coupe la représentation est la même que celle d'une roue droite. Si la roue n'est pas coupée, on représente généralement une hélice primitive. Les cotes générales sont complétées par un tableau donnant les caractéristiques de la denture.

**Calcul du module.** – Le module réel se calcule comme celui d'une roue droite.

$$M_r = 2,3 \cdot \sqrt{\frac{F}{k \cdot R \cdot f_v}} \quad \text{avec} \quad F = \frac{T'}{\cos \alpha}$$



(fig.393)



24 dents.  $M_r = 5$   $M_a = 5,30$   
Inclinaison:  $21^\circ 44'$  à droite.  
Angle de pression réel:  $\alpha = 20^\circ$

(fig.394)



#### 14.4.2 Relation entre les éléments de deux roues en prise

##### a) Roues à axes parallèles (fig.395)

Les hélices primitives sont de sens contraire ; elles ont même inclinaison  $\alpha$ .  
Les modules réel et apparent sont les mêmes pour les deux roues, donc les mêmes pas réel et apparent.

$$\text{On a la relation : } E = \frac{d + d_1}{2} = \frac{M(z + z_1)}{2 \cos \alpha}$$

##### **Calcul d'un couple.**

Données : E et  $p$  (N et  $N_1$ ), puissance transmise P.

Le début du calcul est identique à celui effectué pour les engrenages droits. On utilise les mêmes pour déterminer successivement :

$$d - d_1 - T \text{ et } M_r.$$

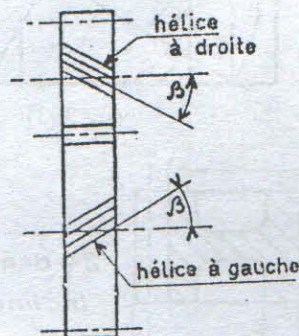
Pour le calcul de  $M_r$ , on suppose  $\hat{a} = 30^\circ$ , c'est à dire un effort tangentiel égal à 1,15 T.  
La détermination des nombres de dents  $z$  et  $z_1$  se fait de la manière suivante :  
En supposant  $\hat{a} = 30^\circ$  (roues droites), calculer la somme des nombres de dents approximatifs :

$$z' + z'_1 = \frac{2E}{M_r} \times 0,866$$

Chercher les rapports équivalents à  $\frac{z}{z_1} = \frac{N_1}{N}$  en divisant les deux termes par un même nombre.

Choisir parmi les rapport obtenus  $\frac{z}{z_1} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots$  celui dont la somme des termes se rapproche le plus de la somme  $z' + z'_1$  ; les termes de ce rapport sont les nombres  $z$  et  $z_1$ .

Calculer ensuite  $\cos \alpha$  tiré de puis les autres caractéristiques :  $a$ ,  $M_a$ , etc...



(fig.395)



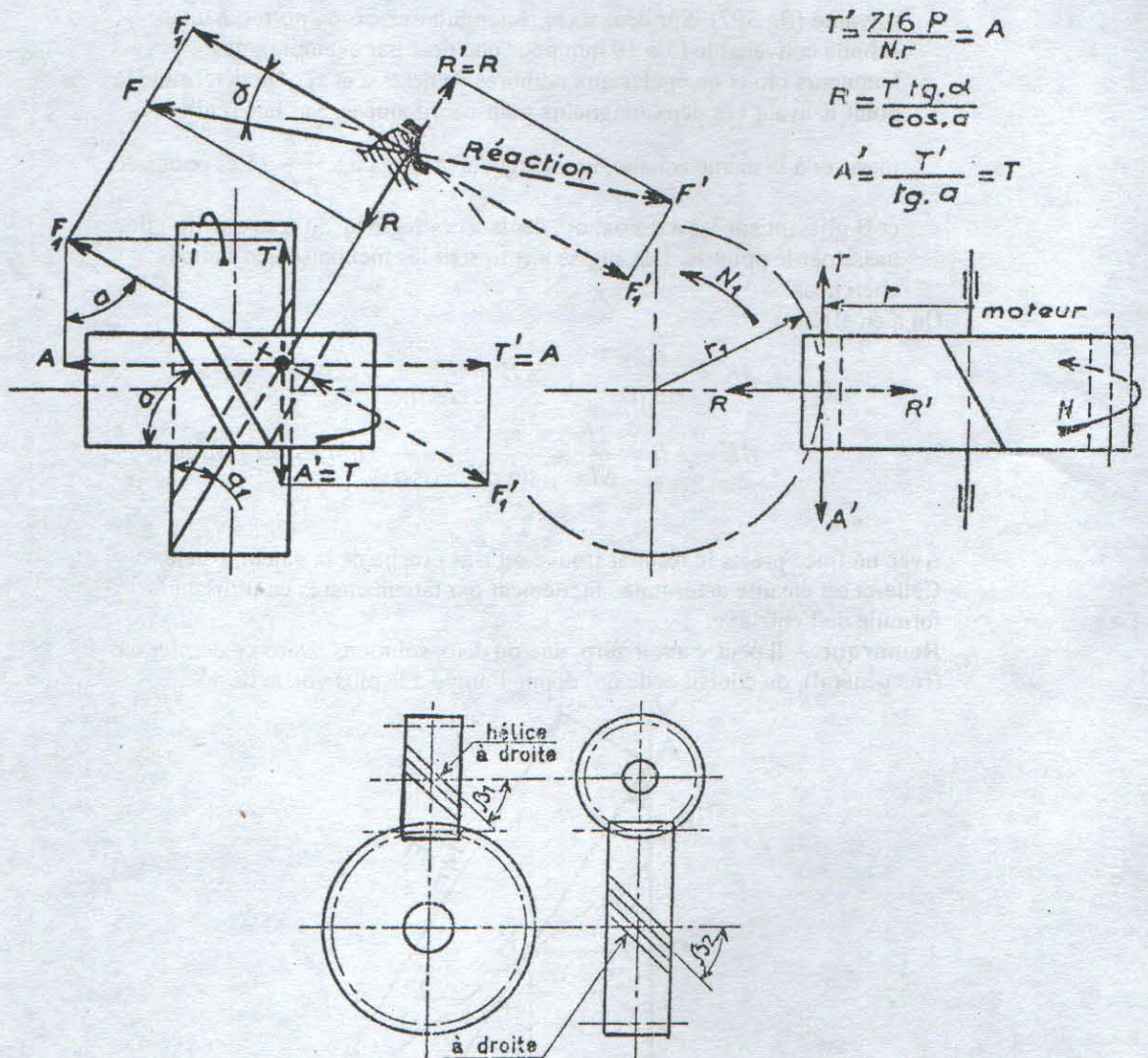
b) Roues à axes perpendiculaires (fig.396)

Les hélices sont de même sens ; les angles  $\alpha$  et  $\alpha_1$  de ces hélices sont complémentaires. Le module réel  $M_r$  est le même pour les deux roues, les modules apparents diffèrent, sauf si l'inclinaison est de  $45^\circ$ . Le rendement, assez faible, de ce genre d'engrenage est maximum lorsque  $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1 = 45^\circ$ .

Relations :  $\hat{\alpha} + \hat{\alpha}_1 = 90^\circ$  (18)  $M_r = M_a \cos \alpha = M_{a1} \cos \alpha_1$

$$d = \frac{M_r \times z}{\cos \alpha} \quad (20) \quad d_1 = \frac{M_r \times z_1}{\cos \alpha_1} = \frac{M_r \times z_1}{\sin \alpha}$$

$$\text{Entr'axe} \quad E = \frac{M_r}{2} \left( \frac{z}{\cos \alpha} + \frac{z_1}{\sin \alpha} \right)$$



(fig.396)



### Calcul d'un couple.

Données.  $E$  et  $\rho$  ( $N$  et  $N_1$ ). Puissance transmise  $P$  ch.

- Calculer  $d$  et  $d_1$  comme pour deux roues droites, puis  $M_r$  en supposant  $\hat{a} = \hat{a}_1 = 45^\circ$  c'est à dire un effort tangentiel égal à  $1,414T$ .
- En déduire  $M_a = \frac{M_r}{\cos \alpha} = 1,414 M_r$ .
- Calculer les nombres de dents :

$$z = \frac{d}{M_a} \quad \text{et} \quad z_1 = \frac{d_1}{M_a}$$

- Prendre les valeurs entières immédiatement voisines des résultats trouvés tels que la relation  $\frac{z}{z_1} = \rho$  soit satisfaite.

- Déterminer la valeur exacte des angles  $\alpha$  et  $\alpha_1$  avec la construction suivante (fig.397). Sur deux axes rectangulaires  $ox$ ,  $oy$  porter, à une échelle convenable (5 à 10 mm pour une dent par exemple), des longueurs  $om$  et  $on$  égales aux nombres de dents  $z$  et  $z_1$ . On détermine le point  $K$  ayant ces deux longueurs pour coordonnées. Sur une règle,

mesurer à la même échelle, une longueur  $AB$  égale à  $\frac{2E}{M_r}$ . Les points  $A$

et  $B$  glissant sur les axes  $ox$ ,  $oy$ , déplacer la règle jusqu'à ce que qu'elle passe par le point  $K$ . Les angles  $\alpha$  et  $\alpha_1$  sont les inclinaisons d'hélice cherchées.

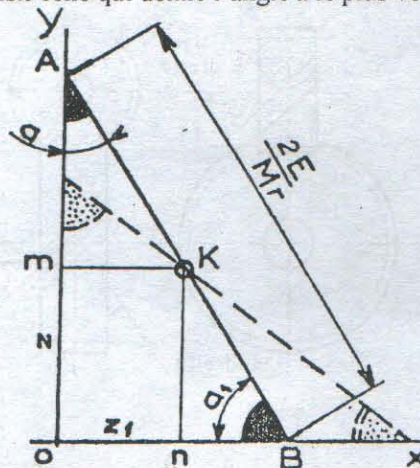
On a en effet :

$$AK = \frac{z_1}{\sin \alpha} \quad KB = \frac{z}{\cos \alpha}$$

$$AK + KB = \frac{2E}{M_r} = \frac{z_1}{\sin \alpha} + \frac{z}{\cos \alpha} \quad \text{qui est la relation}$$

Avec un tracé précis le résultat trouvé est très proche de la valeur exacte. Celle-ci est ensuite déterminée facilement par tâtonnements en utilisant la formule de l'entr'axe.

**Remarque.** — Il peut y avoir zéro, une ou deux solutions. Dans ce dernier cas (cas général), on choisit celle qui donne l'angle  $\alpha$  le plus voisin de  $45^\circ$ .



(fig.397)



### 14.4.3 Diamètre de l'alésage d'une roue

a) roues à axes parallèles. On a :

$$T = \frac{716P}{N \times r} = T'; A = T \cdot \tan \alpha = A'; R = \frac{T \cdot \tan \alpha}{\cos \alpha} = R'$$

Les éléments du calcul de l'arbre sont :

- le couple  $C = T \times r$ .
- le moment de flexion calculé avec l'une des réactions des paliers, égales aux charges appliquées.

$M_1 = S_1 \times a = S_2 \times b$  pour l'arbre moteur.  $M'_1 = S_3 \times a' = S_4 \times b'$  pour arbre mené.

### b) Roues à axes perpendiculaires

Roue menante. Couple  $T' \times r$ .

Moment de flexion calculé avec  $S_2$  ou  $S_1$ .

Roue menée. Couple  $T \times r$ .

Moment de flexion calculé avec  $S_3$  ou  $S_4$ .

### 14.4.4 Charges sur les paliers

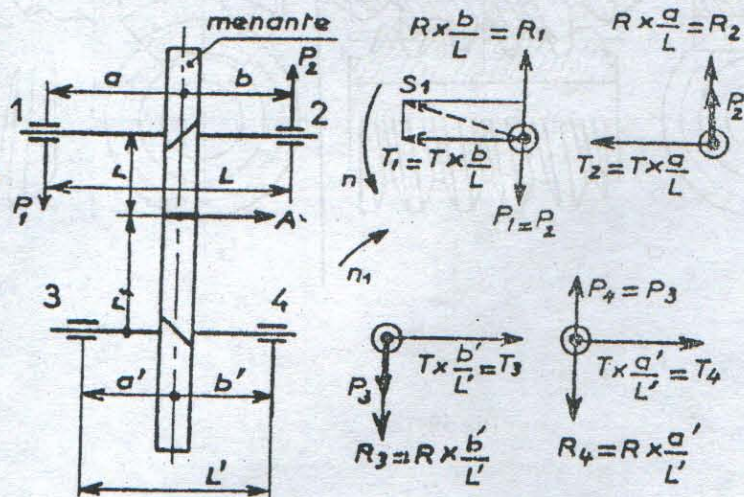
On tient compte des forces d'action sur la roue menée, des réaction sur la roue menante.

La figure 398 indique les valeurs de ces charges ; le sens du couple  $A \times r$  créé par l'effort axial est déterminé en tenant compte du sens de rotation et de l'inclinaison des hélices. On a :

Un) Roues à axes parallèles (fig.398).

$$A' \times r = P_1 \times L = P_2 \times L \quad \text{d'où} : P_1 = P_2 = \frac{A' \times r}{L}$$

$$A \times r = P_3 \times L' = P_4 \times L' \quad \text{d'où} : P_3 = P_4 = \frac{A \times r}{L'}$$



(fig.398)



- Roues à axes perpendiculaires (fig.396)

Menante. Couple  $T \times r$  d'où  $P_1 = P_2 = \frac{T \times r}{L}$

Menée. Couple  $A \times r_1$  d'où  $P_3 = P_4 = \frac{A \times r_1}{L_1}$

La charge radiale sur un palier est de la forme :  $R \pm P$ .

La charge totale sur un palier, tel que I par exemple, est égale à :

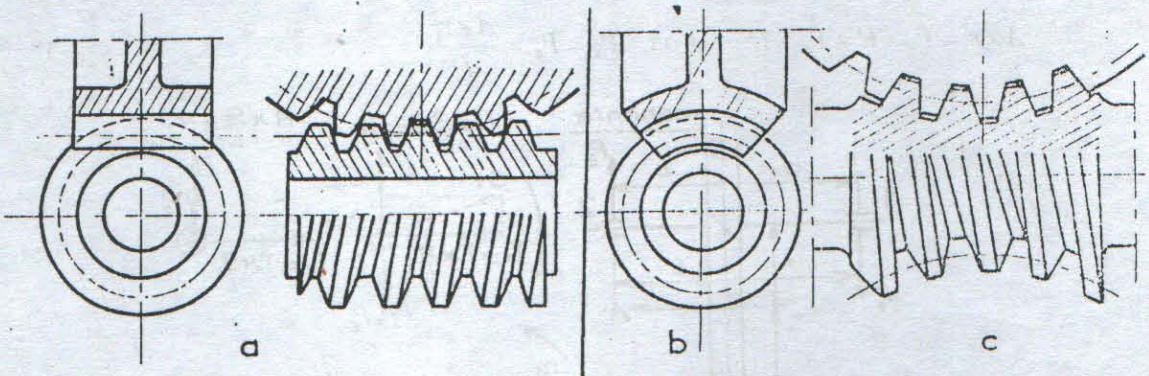
$$S_1 = \sqrt{T_1^2 + (R_1 - P_1)^2}$$

**Sens de rotation des roues à axes perpendiculaires.** – La roue menante est assimilée à une vis, à droite ou à gauche, fixe en translation ; la roue menée est considérée comme étant un écrou. Cette dernière roue étant vue de face, le sens du déplacement de l'écrou fictif fixe le sens de rotation de la roue menée.

#### 14.5 Roue et vis

Ce système présente l'avantage d'assurer un rapport d'engrenage élevé (de 10 à 70). On peut avoir les couples suivants :

- **Roue droite et vis sans fin** (fig.399a). – Le contact, théoriquement ponctuel entraîne une usure rapide des dents. Convient pour la transmission de faibles efforts.
- **Roue creuse et vis tangente** (fig.399b). – Emploi général. Exige un excellent graissage.
- **Roue et vis globique** (fig.399c). – L'exécution de la vis est délicate. Convient pour la transmission à faible vitesse d'efforts importants.



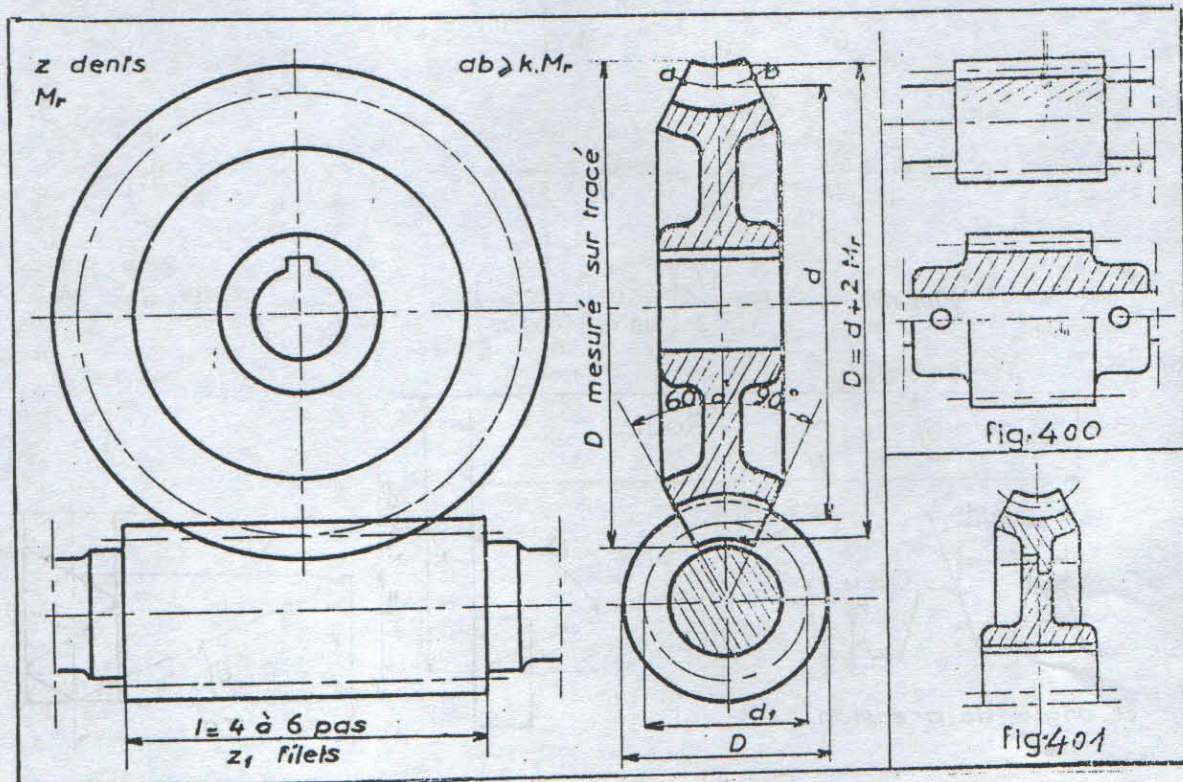
(fig.399)



**Construction.** – Vis : En acier mi-dur, dur, ou cémenté et trempé. Elle est taillée directement dans l'arbre ou rapporté sur celui-ci par clavetage ou goupillage (fig.400).

Une vis peut être à un ou plusieurs filets.

- **Roue** : On l'exécute en fonte ou en bronze à frottement. Dans ce dernier cas il est économique de prévoir une roue de grandes dimensions en deux pièces : couronne dentée fixée sur un centre en fonte ou en acier moulé (fig.401).



**Caractéristiques (fig.402).** – L'inclinaison  $a_1$  des filets de vis est mesurée par rapport à la base.

La section des filets par un plan passant par l'axe est une crémaillère dont le pas est égal au pas apparent  $p_a$  de la roue.

L'inclinaison des hélices de la roue est égale à l'angle  $a_1$ .

$Z_1$  étant le nombre de filets de la vis et  $z$  le nombre de dents de la roue, on a les relations :



Vis

Pas de l'hélice  $H_1 = z_1 \times p_a$

$$\operatorname{tg} a_1 = \frac{H_1}{\pi d_1}$$

$$d_1 = \frac{M_a \times z_1}{\operatorname{tg} a_1}$$

Roue

$$H = \frac{\pi d}{\operatorname{tg} a_1}$$

$$P_a = \pi M_a$$

$$d = M_a \times z$$

$$M_a = \frac{M_r}{\cos a_1}$$

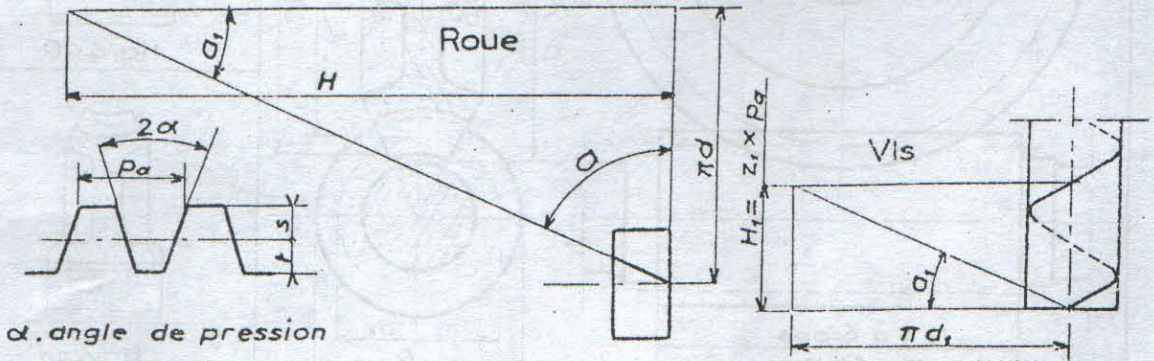
Couple

$$\rho = \frac{z}{z_1} = \frac{N_1}{N}$$

$$\frac{d}{d_1} = \frac{z_1}{z \operatorname{tg} a_1}$$

Entr'axe

$$E = \frac{M_r}{2} \left( \frac{z_1}{\sin a_1} + \frac{z}{\cos a_1} \right)$$



(fig. 402)

**Réversibilité.** – L'entraînement de la vis par la roue ne peut avoir lieu que si l'inclinaison des filets de vis est telle que l'on ait :  $\operatorname{tg} a_1 > f$ ,  $f$  étant le coefficient de frottement.  $f = \operatorname{tg} \varphi = 0,08$  environ. Pratiquement la réversibilité n'est obtenue que pour une valeur nettement supérieure ( $\operatorname{tg} \varphi$  de l'ordre de 0,2) par suite des frottements existant dans le mécanisme.

**Rendement.** – Il est égal à  $\eta = \frac{\operatorname{tg} a_1}{\operatorname{tg} (a_1 + \varphi)}$  et maximum pour  $a_1 \approx 45^\circ$ .

**Sens de rotation de la roue.** Il est déterminé, comme pour les roues à axes perpendiculaires, en considérant la roue comme un écrou.

**Calcul d'un couple**

Données.  $E$ ,  $\rho$  ( $N$  et  $N_1$ ), puissance transmise  $P$  en chevaux.

Le calcul du module de la roue n'est possible que si l'on connaît son diamètre dont la valeur est utilisée pour la détermination de l'effort tangentiel.

On se fixe le nombre de filets  $z_1$  de la vis et leur inclinaison.



Pour un système irréversible on peut adopter  $z_1 = 1$  et  $\text{tg. } a_1 = 0,1$ .

Calculer alors :

- $z$  avec la relation (30).
- Le rapport  $d_1/d$  avec la relation
- Les diamètres  $d$  et  $d_1$ .
- L'effort tangentiel  $T$  et le module réel  $M_r$  (pour ce dernier calcul prendre  $k = 6$  à  $8$ ). Choisir le module normal voisin de la valeur donnée par le calcul.

**Nota.** – Si l'entr'axe  $E$  doit être respecté, rectifier la valeur de  $a_1$  de telle sorte que la relation de l'entr'axe soit satisfaite. La construction graphique indiquée pour les couples de roues à axes perpendiculaires peut être utilisée pour réduire les tâtonnements. On peut alors déterminer toutes les caractéristiques de la roue et de la vis. La longueur de cette dernière est prise égale à : 4 à 6 fois la pas apparent.

#### Vérifications.

1. L'angle d'ouverture de la roue creuse est généralement pris égal à  $60^\circ$  ; on vérifiera que la longueur du primitif intercepté par cet angle est au moins égale à  $kM$ , valeur adoptée pour le calcul du module.
2. Après détermination de l'effort radial sur l'arbre de la vis, on vérifiera que le diamètre de celui-ci est suffisant.

Éléments de calcul : Couple de torsion  $C = T \times r_1$

Moment de flexion calculé avec :  $S_1$  ou  $S_2$ .

3. La perte de puissance par frottement est égale à  $(1 - \eta).P$ . On doit vérifier la condition d'échauffement :

$$(1 - \eta) P \pi K z_1 p_a^2$$

Valeurs de  $K$  (catalogue Plat)

$N_1$ (vis)	Fonctionnement							
	15 minutes		30 minutes		45 minutes		Continu	
	$z_1 = 1$	$z_1 = 2$	$z_1 = 1$	$z_1 = 2$	$z_1 = 1$	$z_1 = 2$	$z_1 = 1$	$z_1 = 2$
350	0,35	0,40	0,26	0,35	0,19	0,26	0,14	0,19
550	0,45	0,55	0,35	0,41	0,26	0,31	0,19	0,23
750	0,49	0,55	0,42	0,48	0,29	0,34	0,22	0,26
1 000	0,51	0,60	0,45	0,54	0,33	0,36	0,25	0,27
1 500	0,52	0,63	0,46	0,57	0,34	0,37	0,26	0,28

#### Diamètre de l'alésage de la roue.

Les éléments de calcul de l'arbre sont :

- le couple de torsion  $C = A \times r$ .
- le moment de flexion calculé avec  $S_3$  ou  $S_4$ .

**Charges sur les paliers.** – Leurs valeurs sont indiquées sur la figure 403.

Elles sont déterminées par les forces d'action sur les paliers de la roue, par les réactions sur les paliers de la vis.



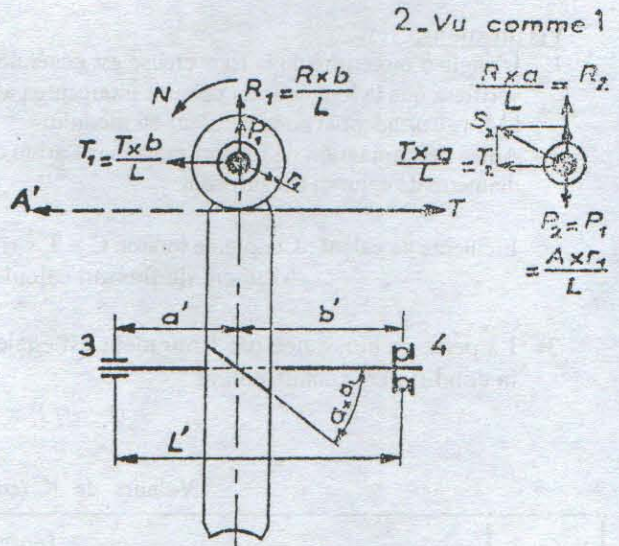
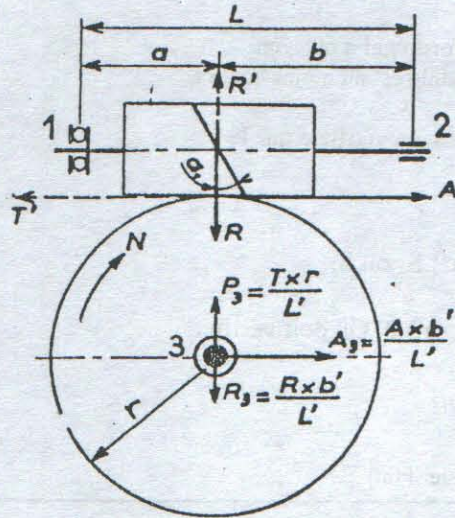
Les poussées axiales A et T donnent naissance aux couples  $A \times r_1$  (vis) et  $T \times r$  (roue). On a :

$$P_1 = P_2 = \frac{A \times r_1}{L}, \quad P_3 = P_4 = \frac{T \times r}{L'}$$

La charge radiale sur un palier est de la forme  $R \pm P$ .

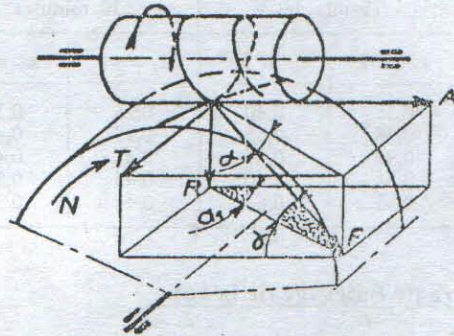
La charge totale sur un palier, tel que 2 par exemple, est égale à :

$$S_2 = \sqrt{T_2^2 + (R_2 - P_2)^2}$$



4. Vu comme 3

$$\begin{aligned} \frac{R \times a'}{L'} &= R_4 \quad A_4 = \frac{A \times a'}{L'} \\ P_4 &= P_3 \\ T &= \frac{716 P}{N_1 \times r_1} = A' \quad A = \frac{T}{\lg. a_1} = T' \\ R &= \frac{A \cdot \lg. \alpha}{\cos. a_1} = \frac{T \cdot \lg. \alpha}{\sin. a_1} \end{aligned}$$



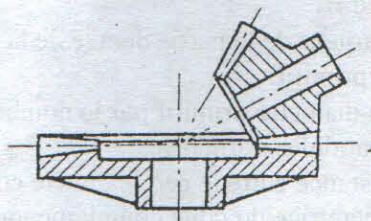
(fig.403)

#### 14.6 Engrenages coniques à denture droite

Ils assurent la transmission entre deux arbres concourants. Les surfaces primitives de roulement sont deux cônes de même sommet ou un cône et un

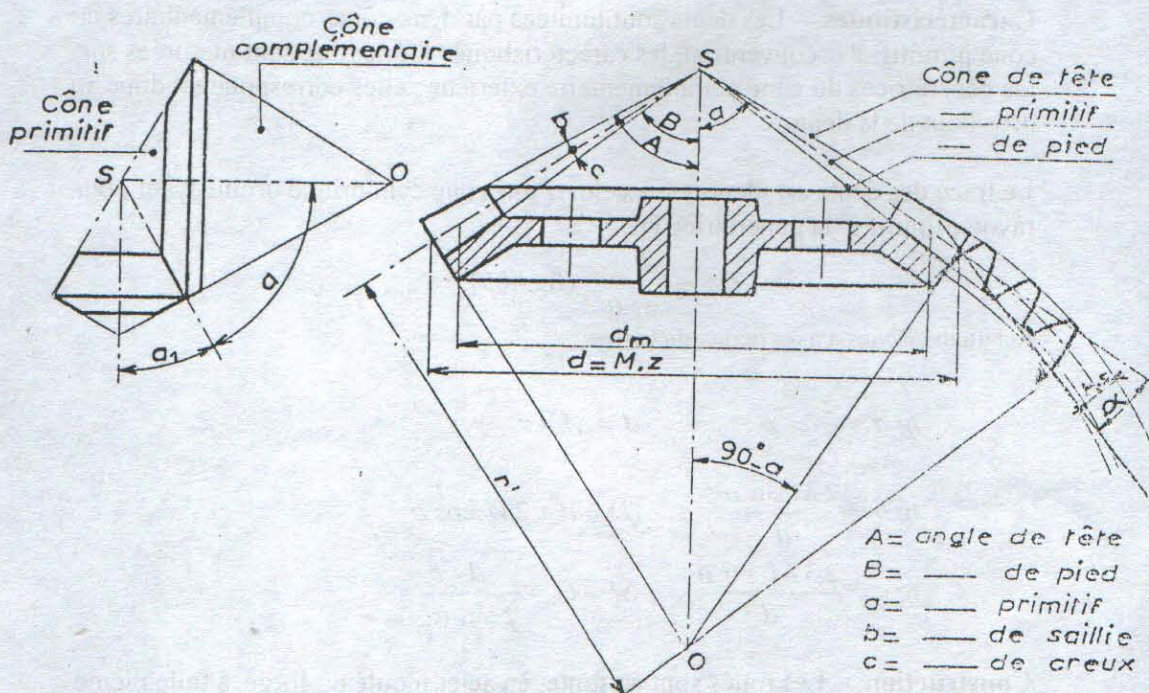


plan (fig 404). Dans ce dernier cas les surfaces actives de la roue plane sont planes, le profil des dents est celui d'une crémaillère.



(fig.404)

#### 14.6.1 Définitions (fig.405)



(fig.405)

- **Cône primitif** de fonctionnement d'une roue d'engrenage : cône décrit par l'axe instantané du mouvement relatif de la roue conjuguée par rapport à la roue considérée ; les cônes primitifs de deux roues d'engrenage à denture normale sont tangents l'un à l'autre suivant une génératrice ; chacun de ces cônes est caractérisé par son diamètre primitif  $d$  (diamètre de base du cône primitif), l'angle primitif (demi angle au sommet) et la longueur de génératrice  $R$ .
- **Cône complémentaire** : cône dont les génératrices sont perpendiculaires à celles du cône primitif, à l'extrémité externe de la denture.



- **Cône de tête** : cône contenant les sommets des dents ; le demi-angle au sommet et l'angle de tête A ; le diamètre de la base est le diamètre de tête  $d_a$ .
- **Cône de pied** : cône tangent au fond des entre-dents ; le demi-angle au sommet et l'angle de pied B.
- **Largeur de denture** : largeur de la partie dentée de la roue, mesurée suivant une génératrice du cône primitif.
- **Module m** : quotient du diamètre primitif par le nombre de dents ; il est choisi dans la série des modules normalisés.
- **Hauteur de la dent** : distance entre le cercle de tête et le cercle de pied, mesurée suivant une génératrice du cône complémentaire ; elle comprend la saillie S et le creux t ; comme dans les engrenages cylindriques, on prend  $S = m$  et  $t = 1,25m$ .
- **Angle de saillie b** : différence entre l'angle de tête et l'angle primitif.
- **Angle de creux c** : différence entre l'angle primitif et l'angle de pied.

**Caractéristiques.** – Les dents sont limitées par deux cônes complémentaires du cône primitif. Par convention, les caractéristiques d'une roue sont mesurées sur les génératrices du cône complémentaire extérieur ; elles correspondent donc au gros bout de la denture.

Le tracé des dents est identique à celui d'une roue cylindrique droite ayant pour rayon primitif  $r'$  la génératrice OI.

$$r' = \frac{d}{2 \cos \alpha} \quad (\text{fig. 405})$$

Relations. Roues à axes perpendiculaires.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{z}{z_1} = \rho & d &= M \times z \\ \operatorname{tg} b &= \frac{2M \sin \alpha}{d} & D &= d + 2M \cos \alpha \\ \operatorname{tg} c &= \frac{2,3M \sin' \alpha}{d} & SI = G &= \frac{d}{2 \sin \alpha} \end{aligned}$$

**Construction.** – Les roues sont en fonte, en acier moulé ou forgé, à toile pleine ou évidée, ou avec bras.

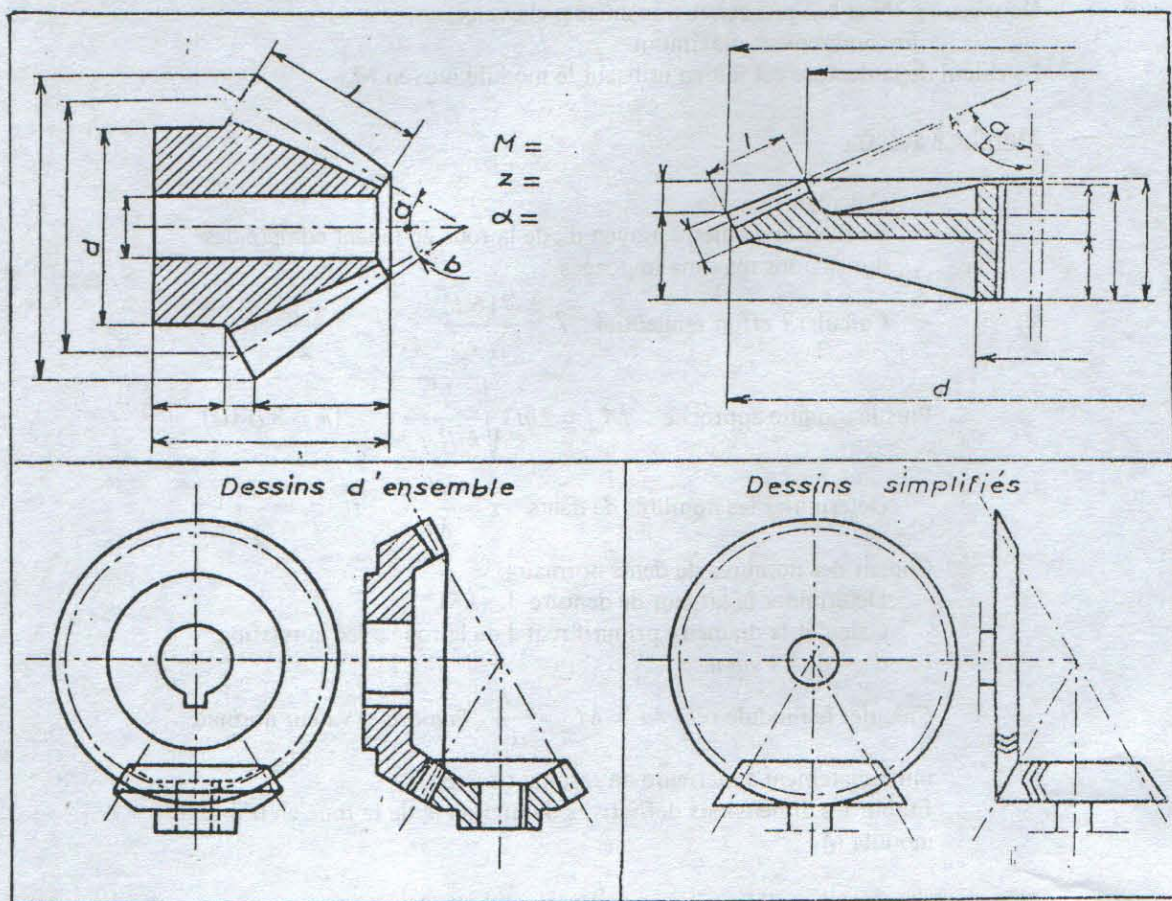
Les pignons se font en fonte, en acier, en cuir ou céleron. Ils peuvent être taillés directement dans l'arbre.

**Représentation. Cotation** (fig. 406). les cotes caractéristiques sont :

M – z – d – I – â. Angle de pression  $\alpha$ .

Les cotes de fabrication à fournir sont indiquées sur la figure.





(fig.406)



### Calcul d'un couple.

Données :  $\rho$  ( $N$  et  $N_1$ ) puissance transmise  $p$  chevaux.

Encombrement maximum.

Le calcul de la denture est fait en utilisant le module moyen  $M_m$ .

### Marche à suivre.

- Calculer  $\text{tg } a = \rho$ .
- Se fixer le diamètre moyen  $d_m$  de la roue en tenant compte des dimensions maxima imposées.

$$- \text{ Calculer l'effort tangentiel : } T = \frac{716 \cdot P}{N \cdot r_m} \quad r_m = \frac{d_m}{2}$$

$$\text{Puis le module approché : } M_n = 2m3 \sqrt{\frac{T}{k \cdot R \cdot f_v}} \quad (k = 8 \text{ à } 10).$$

$$- \text{ Déterminer les nombres de dents : } z = \frac{d_m}{M_m} \quad \text{et} \quad z_1 = \frac{z}{\rho}$$

Choisir des nombres de dents normaux.

- Déterminer la largeur de denture  $l = kM$ .

- Calculer le diamètre primitif réel  $d$  de la roue avec la relation  $d = d_m + l \sin a$ .

Calculer le module réel  $M = M_m \times \frac{d}{d_m}$ . Prendre la valeur normale

immédiatement supérieure au résultat trouvé.

Etablir les dimensions définitives du pignon et de la roue en utilisant le module  $M$ .

**Diamètre de l'alésage.** – Les éléments du calcul de l'arbre sont :

- Arbre du pignon. Couple de torsion :  $C_1 = T \times r_1$ .
- Moment de flexion calculé avec  $Q = \sqrt{T^2 + R^2}$ , effort appliqué en dehors des appuis.
- Arbre de la roue. Couple de torsion :  $C = T \times r$ .
- Moment de flexion calculé avec  $S_4$ .

**Charges sur les paliers.** Leurs valeurs sont indiquées sur la figure 407. Les poussées parallèles à l'axe,  $A'$  et  $R$ , donnent naissance aux couples  $A' \times r$  et  $R \times r$ . On a :

$$P_1 = P_2 = \frac{A' \times r_1}{L} \quad \text{et} \quad P_3 = P_4 = \frac{R \times r}{L'}$$

La charge radiale sur un palier est de la forme  $R \pm P$ .

La charge totale sur un palier, tel que 4 par exemple, est égal à :

$$S_4 = \sqrt{T_4^2 + (A_4 + P_4)^2}$$

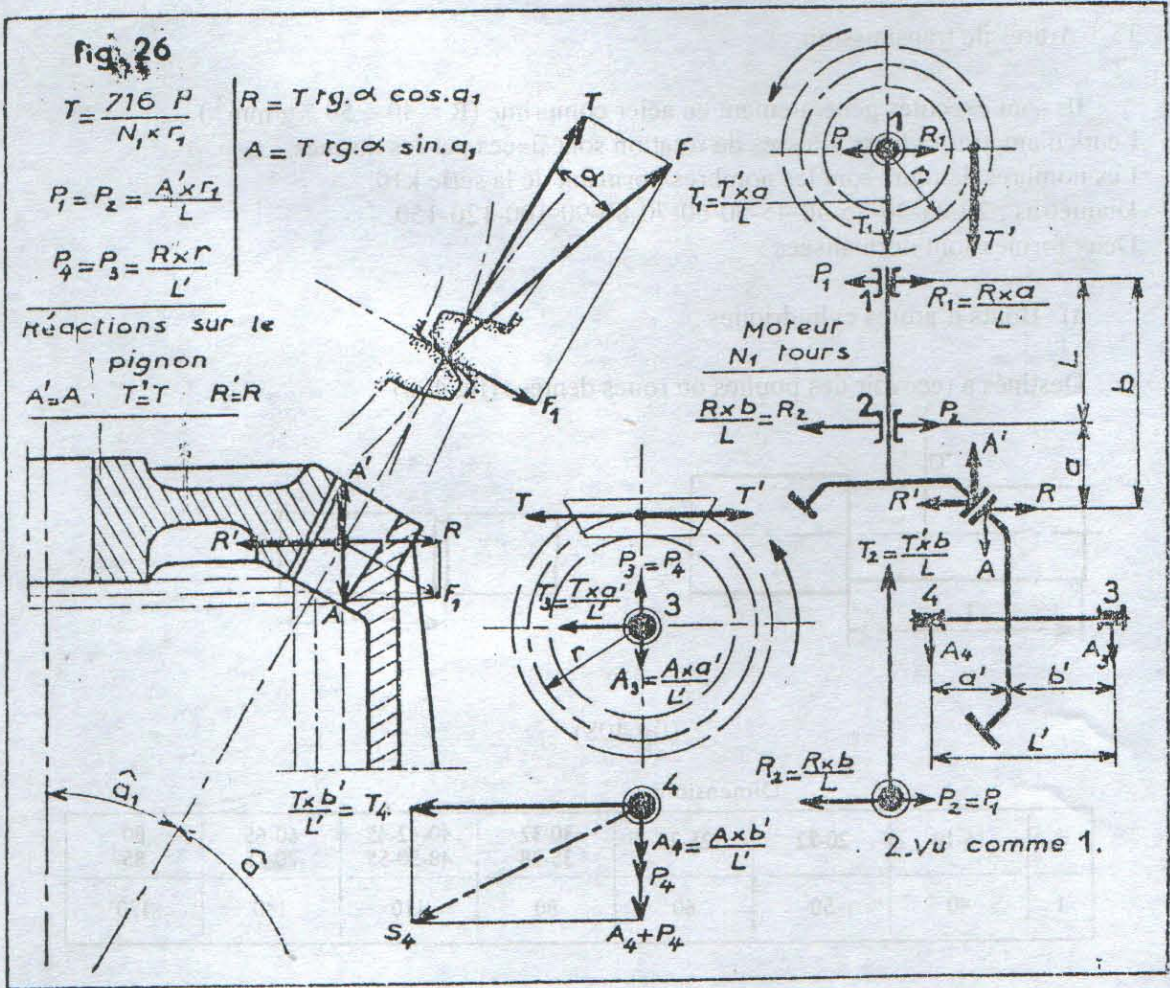
### **Rendement des engrenages.**

Pour les engrenages cylindriques et coniques, il est de l'ordre de 0,9 avec paliers lisses, de 0,95 avec roulements.

Le rendement d'un couple roue et vis sans fin, calculé avec la formule  $\eta = \frac{\text{tg } a_1}{\text{tg } (a_1 + \varphi)}$



Varie de 0,4 à 0,7.





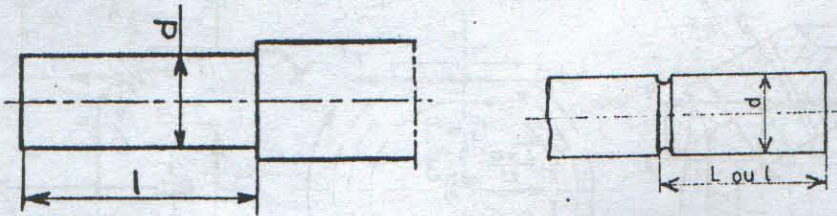
## 15. ARBRES

### 15.1 Arbres de transmission

Ils sont exécutés généralement en acier comprimé ( $R = 40 \div 50 \text{ Kg/mm}^2$ ).  
 Leurs diamètres et leurs vitesses de rotation sont fixées par les normes.  
 Les nombres de tours sont les nombres normaux de la série k10.  
 Diamètres : 20-25-30-35-40-45-50-60-70-80-90-100-120-150.  
 Deux formes sont normalisées :

#### a) Bouts d'arbres cylindriques

Destinés à recevoir des poulies ou roues dentées (fig.408)



(fig.408)

Dimensions

d	16-18	20-22	25-28	30-32 35-38	40-42-45 48-50-55	60-65 70-75	80 85
l	40	50	60	80	110	140	170

Avec tolérance de jeu sur d :

j6 de 6 à 30

k6 de 32 à 50

m6 au delà de 50

#### b) Bouts d'arbres coniques

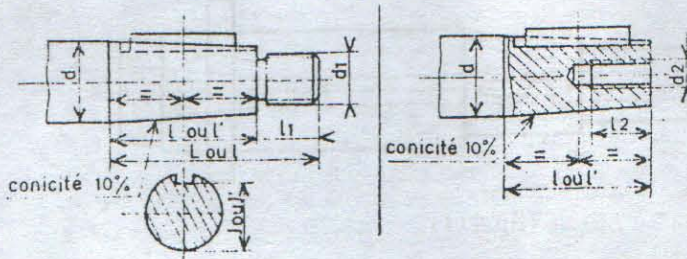
De conicité 10%, à bout fileté, pour serrage par rondelle et écrou, ou taraudé, pour serrage par rondelle et vis (fig.409).

Pour chaque forme série longue, usuelle (L) ou série courte (I).

Les deux formes peuvent être avec ou sans clavetage.



## Bouts d'arbres coniques



(fig.409)

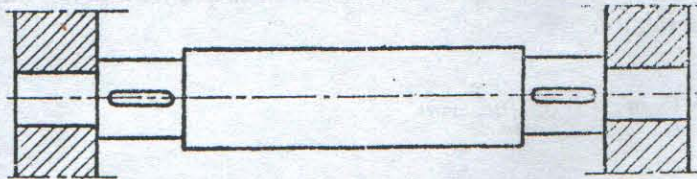
### BOUTS D'ARBRES (E 22-050 à 055)

d	L	l	l'	Clavette	j (pour l)	j' (pour l')	d <sub>1</sub>	l <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	l <sub>2</sub>
10	23	15	—	—	—	—	M 6	8	—	—
12	30	18	—	2 x 2	9,9	—	M 8 x 1	12	M 4	10
14	30	18	—	3 x 3	11,3	—	M 8 x 1	12	M 4	10
16	40	28	16	3 x 3	12,8	13,4	M 10 x 1,25	12	M 4	10
18	40	28	16	4 x 4	14,1	14,7	M 10 x 1,25	12	M 5	13
20	50	36	22	4 x 4	15,7	16,4	M 12 x 1,25	14	M 6	16
22	50	36	22	4 x 4	17,7	18,4	M 12 x 1,25	14	M 6	16
24	50	36	22	5 x 5	19,2	19,9	M 12 x 1,25	14	M 6	16
25	60	42	24	5 x 5	19,9	20,8	M 16 x 1,5	18	M 8	19
28	60	42	24	5 x 5	22,9	23,8	M 16 x 1,5	18	M 8	19
30	80	58	36	5 x 5	24,1	25,2	M 20 x 1,5	22	M 10	22
32	80	58	36	6 x 6	25,6	26,7	M 20 x 1,5	22	M 10	22
35	80	58	36	6 x 6	28,6	29,7	M 20 x 1,5	22	M 10	22
38	80	58	36	6 x 6	31,6	32,7	M 24 x 2	22	M 12	28
40	110	82	54	10 x 8	30,9	32,3	M 24 x 2	28	M 12	28
42	110	82	54	10 x 8	32,9	34,3	M 24 x 2	28	M 12	28
45	110	82	54	12 x 8	35,9	37,3	M 30 x 2	28	M 16	36
48	110	82	54	12 x 8	36,9	40,3	M 30 x 2	28	M 16	36
50	110	82	54	12 x 8	40,9	42,3	M 36 x 3	28	M 16	36
55	110	82	54	14 x 9	45,4	46,8	M 36 x 3	28	M 20	42
60	140	105	70	16 x 10	48,75	50,5	M 42 x 3	35	M 20	42
65	140	105	70	16 x 10	53,75	55,5	M 42 x 3	35	M 20	42
70	140	105	70	18 x 11	57,75	59,5	M 48 x 3	35	M 24	50
75	140	105	70	18 x 11	62,75	64,5	M 48 x 3	35	M 24	50
80	170	130	90	20 x 12	66	68	M 56 x 4	40	M 30	60
85	170	130	90	20 x 12	71	73	M 56 x 4	40	M 30	60
90	170	130	90	22 x 14	74,5	76,5	M 64 x 4	40	M 30	60
95	170	130	90	22 x 14	79,5	81,5	M 64 x 4	40	M 36	71
100	210	165	120	25 x 14	82,75	85	M 72 x 4	45	M 36	71

### 15.2 Arbres de machines

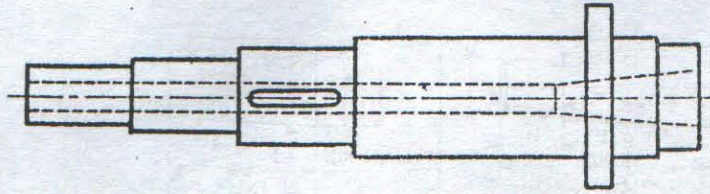
Ils sont fabriqués en acier Martin ( $R = 60$  à  $75 \text{ Kg/mm}^2$ ) traité ou non, ou en acier au Nickel-chrome.

Ils sont pleins (fig.410) ou creux (fig.411).



(fig.410)





(fig.411)

### 15.3 Calcul des arbres

#### 15.3.1 Arbres de transmission (grande longueur)

Leur diamètre est calculé en fonction de la puissance transmise  $P$  ch et la vitesse de rotation  $N$  tr/mn par l'une des formules :

$$d = 120 \sqrt[4]{\frac{P}{N}} \text{ mm} \quad (\text{transmission à charge variable}).$$

$$d = 96 \sqrt[4]{\frac{P}{N}} \text{ mm} \quad (\text{transmission économique, renvoi})$$

#### 15.3.2 Arbres de machines.

a) Arbres très courts. – Calculés à la torsion. Le couple de torsion est  $m_t = T \times r$  et l'on a :

$$d = \sqrt[3]{\frac{5m_t}{R_s}}$$

La contrainte admissible au cisaillement est prise égale au quart seulement de celle à l'extension pour tenir compte des efforts alternés, soit  $4\text{kg/mm}^2$  pour l'acier mi-dur.

b) Arbres chargés et relativement longs (cas général). – On tient compte des contraintes de torsion et de flexion. L'arbre est calculé à la flexion à l'aide d'un moment idéal de flexion :

$$m_i = 0.35.m_f + 0.65\sqrt{m_f^2 + m_t^2}$$



et l'on a :

$$\sqrt[3]{\frac{10m_1}{R}}$$

Dans ce cas, la contrainte admissible  $R$  est de  $8 \text{ kg/mm}^2$  pour l'acier mi-dur.

Calcul du moment idéal. — On fait intervenir toutes les charges appliquées à l'arbre : tension des courroies, poussées dues aux engrenages, poids des organes, réactions des appuis, (forces d'action sur l'arbre mené, de réaction sur l'arbre menant).

Déterminer (fig. 412) :

- le moment de torsion ;
- les forces agissant dans le plan horizontal ;
- les forces agissant sur le plan vertical ;
- les réactions horizontales et verticales des appuis et leurs résultante
- la valeur des moments fléchissant aux points d'application des charges (formule des poutres appuyées) et, si des parties de l'arbre sont en porte-à-faux, les moments fléchissants aux appuis servant d'encastrement (formules des poutres encastrees) ;
- le moment idéal de flexion en choisissant pour  $m_1$ , dans le cas de plusieurs charges, la plus grande des valeurs trouvées.

Ce dernier calcul peut être remplacé par la construction graphique indiquée (fig. 413).

Nota : Les moments de flexion donnés par les poussées des engrenages sont calculés avec les forces  $S$  dont les valeurs sont indiquées, pour chaque type dans le chapitre précédent.

Calcul des tourillons (fig. 414). — On se fixe le rapport  $l/d = k$ . Prendre  $k$  parmi les valeurs recommandées E22-004.

La pression de contact admissible étant  $p = \frac{S}{l \times d} \text{ kg/cm}^2$  on a :  $l = k.d$

Et :

$$d = \sqrt[3]{\frac{S}{k.p}} \text{ cm}$$

valeur de  $p$  :

10  $\text{kg/cm}^2$   
10 à 10  $\text{kg/cm}^2$   
15 à 25  $\text{kg/cm}^2$   
25 à 90  $\text{kg/cm}^2$   
90 à 150  $\text{kg/cm}^2$

tourillons acier sur fonte

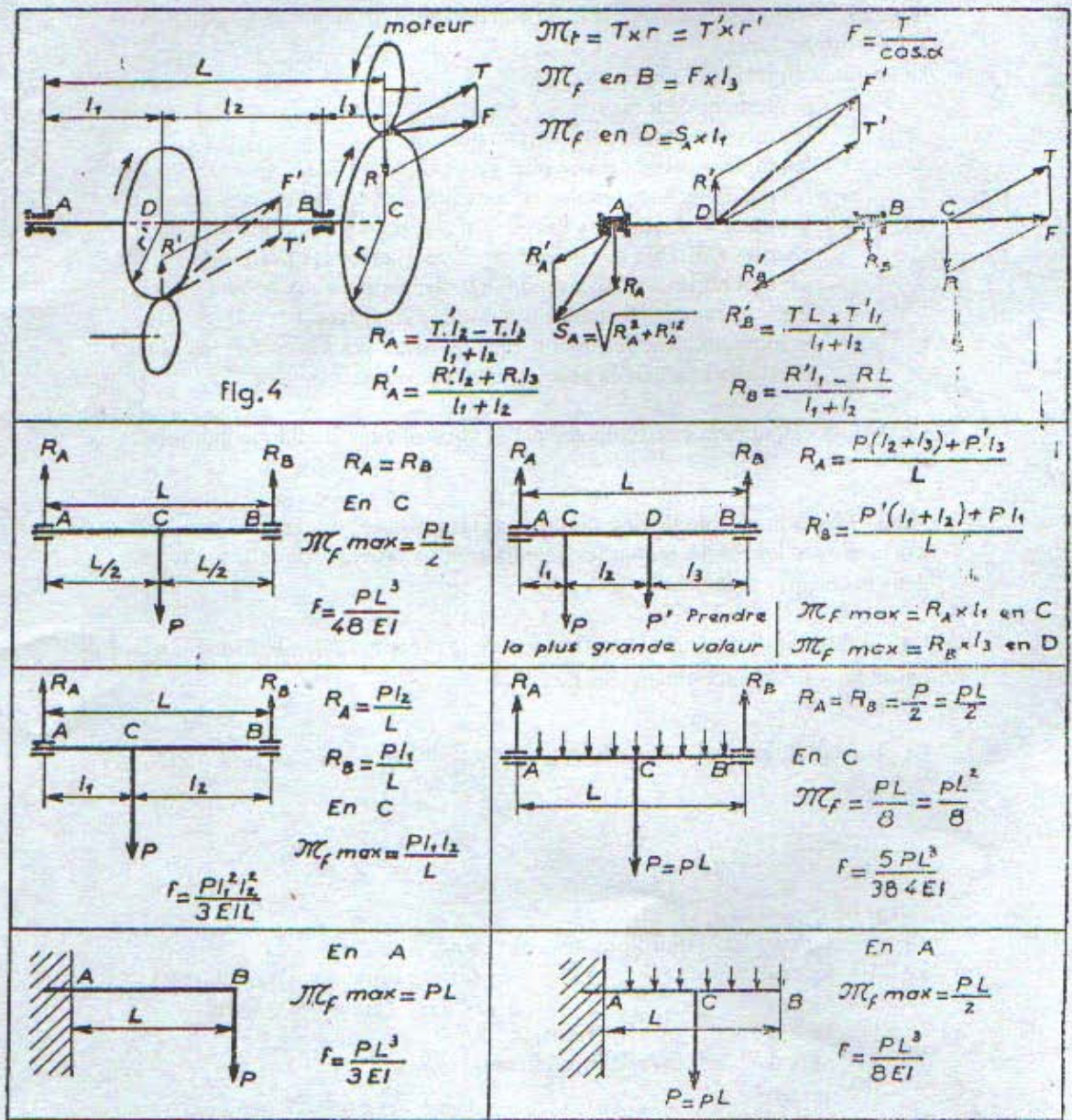
« « « bronze ( graissage intermittent),  
« « « « (graissage continu).  
« rectifiés.  
pour faibles vitesses.



On doit s'assurer que la valeur trouvée vérifie la condition de résistance. Le taux de travail  $n$  doit être au plus égal à  $R$  :

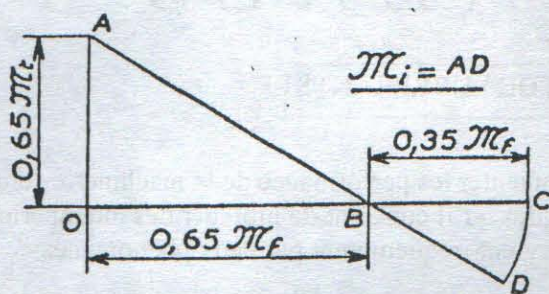
$$n = \frac{10m_f}{d^3} \leq R \quad \text{avec} \quad m_f = \frac{S \times I}{2}$$

Régime de graissage. – Si le graissage doit être parfait, vérifier que le coefficient :  $\frac{10^4 ZN}{p}$  atteint une valeur suffisante (voir plus loin : paliers).

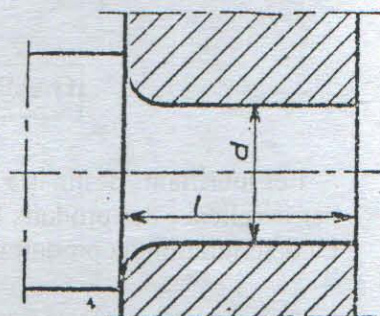


(fig. 412)





(fig.413)



(fig.414)



# ANNEXES

## GAMME DE LUBRIFIANTS

Les lubrifiants destinés à augmenter les performance de la machinerie sont par excellence des produits fragiles qu'il convient de protéger des intempéries. La détérioration du produit intervient fréquemment par deux phénomènes :

- Soit par introduction d'eau de pluie accumulée sur le fond supérieur du fût stocké debout.
- Soit par crackage (décomposition) des additifs incorporés au produit trop longtemps exposé au soleil.

Il est recommandé pour éviter de tels accidents de :

- Stocker les fûts en position couchée dite encore "roulée" les bouchons sur un axe horizontal. Ce mode de stockage est surtout appliqué pour les produits dont la demande est occasionnelle, spontanée.
- Veiller en cas de demande à livrer toujours du lot le plus longtemps emmagasiné.
- Les graisses doivent être stockées sous abris.

Appellation produits	Densité moyenne	Applications
NAFTILIA Super 20W50	0,895	Huile répondant aux spécifications MiL-L 46 152 ET API SE. Tous moteurs à essence quelles que soient les exigences d'utilisation, en toute saisons
NAFTILIA SAE 30	0,885	Huile répondant aux spécifications américaines MiL-46152 ET APC SE-CCCC-MC Tous moteurs à essence et tous services lorsque l'on souhaite utiliser une huile monograde.
NAFTILIA SAE 40	0,890	
TAMILA 30/40	0890	Tous moteurs deux temps à essence refroidi par air
TAMILA	0880	Tous moteurs deus temps à essence refroidi par eau hors bord
CHIFFA SAE20	0,880	Huile répondant aux spécifications américaines MiL- 2104B et API CC. Tous moteurs diesel à aspiration naturelle utilisés dans des conditions sévères, particulièrement adaptées aux services urbains.
CHIFFA SAE 30	0,885	
CHIFFA SAE 40	0,890	
CHIFFA SAE 50	0,895	



CHELIA SAE10W	0,880	Huile répondant aux spécifications américaines MiL-2104C, API C-D et CATERPILLAR. Tous moteurs diesel suralimentés fonctionnant dans les conditions les plus sévères.
CHELIA SAE 30	0,885	
CHELIA SAE 40	0,890	
CHENOUA SAE 40	0,910	Huile répondant aux spécifications générales MOTORS GM-EMD. Tous les moteurs diesel turbocharge locomotive.
TASSILIA SAE 90	0,900	Huile répondant aux spécifications américaines API GL-1 GL3. Toutes boîtes à vitesse et points de véhicules lorsqu'une huile extrême pression n'est pas recommandée
TASSILIA 140	0,905	
TASSILIA EP SAE 80	0890	Huile répondant aux spécifications américaines MiL-2105 B et C et API GLS. Toutes boîtes à vitesses, ponts arrières des véhicules et ponts Hypoides lorsqu'une huile extrême pression est recommandée.
TASSILIA EP SAE 90	0,905	
TASSILIA EP SAE 140	0,910	
TASSILIA N	0,960	Huile non miscible avec les huiles minérales, répondant aux spécifications Peugeot. Tous ponts à vis sans fin de véhicules.
TASSILIA ATF DEXRON	0,875	Huile répondant aux spécifications DEXRON GM/ZF. Toutes boîtes à vitesse automatique et semi-automatique.
CHELLALA	0,860	Huile pour rinçage. Huile pour usage domestique machines à coudre, appareils ménagers Liquide répondant aux spécifications SAE. J1703E et FMVSSN°116 DOT3. Pour circuits de freinage et d'embrayage de véhicules utilisant un liquide synthétique.
CHELLALA M	0,870	
CHELLALA BRAKE FLUID	1,030	



CHELLALA ANTI FREEZE	1,050	Protection contre le gel des circuits de refroidissements de tous moteurs essence et diesel. Au taux de 30% volume protection jusqu'à - 17°C.
CHELLALA LHS 2	1,010	Liquide répondant aux exigences Citroën. Pour toute centrales hydrauliques des véhicules Citroën ID et DS sortis avant 1966.
CHELLALA LHM	0,850	Liquide répondant aux exigences Citroën. Pour toute centrales hydrauliques des véhicules Citroën sortis depuis 1966.
TORADA 188 ISO VG 220	0,890	Huile répondant aux spécifications ingersol Rand-Atlas copco. Graissage des mouvements des compresseurs à air
TORADA 233 ISO VG 320	0,895	
TORADA 333,1	0,900	Huile compoundée. Graissage des cylindres des machines à vapeurs travaillant sans récupération de condensât.
TORADA 55,2	0,910	
TORADA 77,2	0,920	
TORADA 88,2	0,910	
TORADA S 22,1 ISO VG 22	0,850	Huile spindle pour rinçage des machines industrielles. Huile répondant à la spécification DIN 51506 V-D-L. Graissage des engrenages, mouvements sous carters, des vilebrequins des moteurs à combustion interne, des pompes alternatives et des compressions à air.
TORADA 66 (SAE20) ISO VG 68	0,880	
TORADA 77 (SAE30)	0,890	
TORADA 100 (SAE40) ISO VG 150	0,890	
TORADA spéciale 144,1 ISO VG 220	0,890	Graissage par circulation des paliers MORGOL.
TORADA spéciale 244,1 ISO VG 320	0,900	
TORADA spéciale 388,1 ISO VG 680	0,910	
TORADA spéciale 66,2	0,910	



TISKA 11 ISO VG 10	0,850	Graissage de tous systèmes hydrauliques fonctionnant dans des conditions très sévères de pression, de température et d'utilisation.
TISKA 22 ISO VG 15	0,860	
TISKA 33 ISO VG 22	0,875	
TISKA 44 ISO VG 46	0,875	
TISKA 55 ISO VG 68	0,880	
TISKA 88 ISO VG 100	0,880	
TISKA 100 ISO VG 150	0,885	
TISKA 155 ISO VG 220	0,890	
TISKA 1022 ISO VG 15	0,875	Graissage de tous circuits hydrauliques fonctionnant dans les conditions les plus sévères (très hautes pressions, grandes variations de températures de fonctionnement, températures de fonctionnement élevées.
TISKA 1044 ISO VG 46	0,880	
TISKA EP1033 ISO VG 32	0,875	
TISKA FR 44 ISO VG 46	1,085	Graissage de tous système hydrauliques nécessitant l'utilisation d'un fluide résistant au feu
TORBA 33 ISO VG 32	0,870	Graissage de tous paliers, réducteurs, circuits de régulation de turbines à vapeur, à gaz ou hydrauliques
TORBA 44 ISO VG 46	0,875	
TORBA 55 ISO VG 68	0,880	
TORBA 66 ISO VG 100	0,880	



TILIA B 22	0,875	Graissage de tous paliers et organes fonctionnant à basse température des compresseurs frigorifiques utilisant du Fréon R12, Ammoniac, chlorure de méthyle, anhydride sulfureux, gaz carbonique.
TILIA B 33	0,880	
TILIA B 55	0,880	
TILIA B 233	0,920	Graissage de tous paliers et organes fonctionnant à basse température des compresseurs frigorifiques utilisant de Fréon R22.
TILIA B 255	0,920	
FODA 55,1 ISO VG 68	0,890	Graissage de tous engrenages cylindriques, coniques ou à vis, des réducteurs fonctionnant sous des charges élevées et graissées par bain ou circulation.
FODA 55,1 ISO VG 68	0,890	
FODA 55,1 ISO VG 68	0,895	
FODA 55,1 ISO VG 68	0,900	
FODA 200,1 ISO VG 320	0,900	Graissage de tous engrenages cylindriques, coniques ou à vis, des réducteurs fonctionnant sous des charges élevées et graissées par bain ou circulation.
FODA 300,1 ISO VG 460	0,900	
FODA 400,1 ISO VG 680	0,920	
FODA 66,2 ISO VG 1000	0,920	
FODA S 100,2	0,970	Graissage de tous engrenages nus et câbles.
FODA S 300,2	0,960	
FODA S 555,25		
TAS FALOUT 11A	0,890	Huiles non solubles. Huile de coupe pour la transformation des métaux <i>Tasfalout 12B est recommandée pour l'usinage sévère des aciers.</i>
TAS FALOUT 12B	0,885	
TASFALOUT 13C	0,865	
TASFALOUT 22B	0,940	Huile soluble. Huile d'arrosage pour usinage des métaux sur machine.

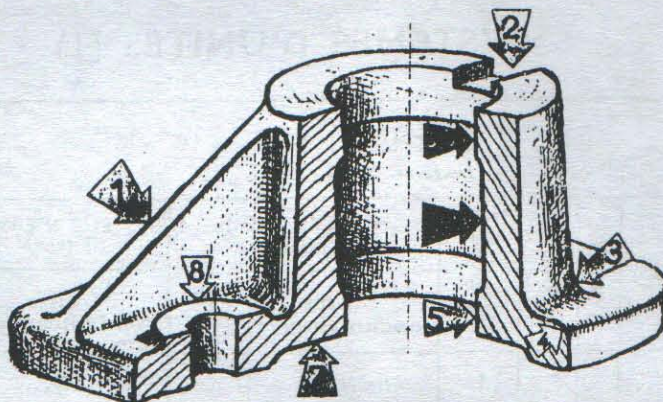


RUMELA C 133	0,930	Pour perforateurs et autres <i>matériels pneumatique.</i>
RUMELA 55 RUMELA 155	0,880 0,900	Pour glissière des machines outils
BEIDA CODEX 22 BEIDA CODEX 55	0,840 0,865	Huile blanche CODEX, utilisée dans les industries pharmaceutiques et alimentaires.
BEIDA 22	0,840	Huile blanche technique.
BORAK 22	0,880	Huile isolante pour transformateurs et disjoncteurs.
STORA 88 SAE 30	0,890	Produit à base de pétrolatum. Protection interne des moteurs des compresseurs et ensemble mécaniques.
STORA 33,2	0,910	Protection des pièces usinées d'assemblage mécanique pouvant être manipulés.
TASFALOUT 31 T TASFALOUT 41 G FODA K 122,1	0,945 0,860 0,900	Huile de démoulage. Ensimage de fibres textiles. Graissage des essieux de locomotives.
TORADA T.C	0,870	Fluide caloporteur 280/300°C pour tous systèmes de transfert de chaleur.
TASSADIT A.2	280	Graissage de tous les organes de véhicules
TESSALA 9	235	Graissage multifonctionnel (paliers à roulements et lisses articulation).
TESSALA Ep 1 TESSALA Ep 2	330 270	Graissage des roulements chargés et soumis aux chocs.
TESSALA M2	275	Graissage des organes fortement chargés.
TESSALA Ep0	370	Graissage des engrenages sous carters incomplètement étanche
TESSALA Ep3		Graissage des roulements chargés et soumis aux chocs.

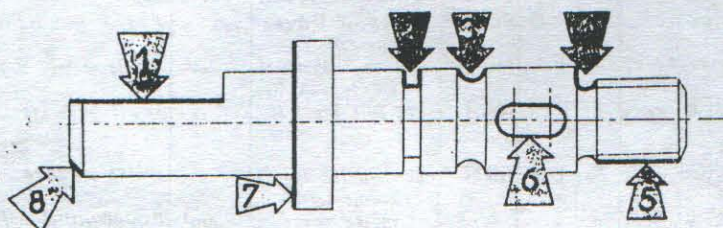
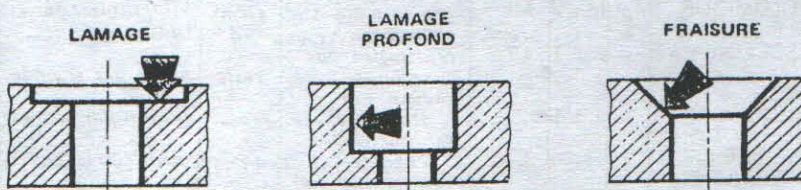


TESSALA F3	235	Graissage graphité, graissage des paliers à température modérée
TESSALA ME	280	Graissage à base de bisulfure de molybdène graissage des roulements travaillant à haute température.
TESSALA O	370	Graissage des engrenages
TESSALA V	180	Vaseline pour préparation des produits cosmétiques et pharmaceutiques. Industrie alimentaire.





- |            |            |              |              |
|------------|------------|--------------|--------------|
| 1. NERVURE | 3. CONGÉ   | 5. ALÉSAGE   | 7. ÉVIDEMENT |
| 2. RAINURE | 4. ARRONDI | 6. CHAMBRAGE | 8. BOSSAGE   |



- |            |               |             |               |
|------------|---------------|-------------|---------------|
| 1. MÉPLAT  | 3. GORGE      | 5. FILETAGE | 7. ÉPAULEMENT |
| 2. SAIGNÉE | 4. DÉGAGEMENT | 6. RAINURE  | 8. CHANFREIN  |



# SYSTÈMES D'UNITÉS (1)

## SYSTÈMES L. M. T.

Longueur. Masse. Temps.

GRANDEURS	SYMB. LE	FORMULE	DIMENSION	SYSTÈME C.G.S. (physiciens)		SYSTÈME INTERNATIONAL SI (ex. M.K.S.)	
				Unités fondamentales	SYMB.	Unités fondamentales	SYMB.
LONGUEUR .....			L	centimètre .....	cm	mètre .....	m
MASSE .....			M	gramme .....	g	kilogramme .....	kg
TEMPS .....			T	seconde .....	s	seconde .....	s
				<b>Unités dérivées</b>		<b>Unités dérivées</b>	
AIRE .....	S	L.L	L <sup>2</sup>	centimètre carré	cm <sup>2</sup>	mètre carré .....	m <sup>2</sup>
VOLUME .....	V		L <sup>3</sup>	centimètre cube.	cm <sup>3</sup>	mètre cube .....	m <sup>3</sup>
MASSE VOLUMIQUE...	$\rho$	M : V	ML <sup>-3</sup>	gramme par cm <sup>3</sup>	g/cm <sup>3</sup>	kilogramme par m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
ANGLE .....	$\alpha$			radian .....	rd	radian .....	rd
VITESSE LINÉAIRE	v	L : T	LT <sup>-1</sup>	centimètre par seconde .....	cm/s	mètre par seconde.	m/s
VITESSE ANGULAIRE ..	$\omega$	$\alpha : T$		radian par seconde .....	rd/s	radian par seconde	rd/s
ACCELERATION LINÉAIRE .....	$\gamma$		LT <sup>-2</sup>	centimètre par (s) par (s) ..	cm/s/s	mètre par (s) par (s)	m/s/s
ACCELERATION ANGULAIRE ..	$\omega'$			radian par (s) par (s) .....	rd/s/s	radian par (s) par (s)	rd/s/s
FORCE .....	F	M.Y	MLT <sup>-2</sup>	dyne .....		Newton .....	N
PRESSION .....	p	F : S	ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>	barye = 1 dyne par cm <sup>2</sup>		Pascal = 1 N/m <sup>2</sup> ..	Pa
TRAVAIL .....	$\tau$	F.L	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	erg = 1 dyne $\times$ 1 cm .....		Joule = 1 N $\times$ 1 m	J
PUISSANCE .....	$\Phi$	$\tau : T$	ML <sup>2</sup> T <sup>-3</sup>	erg par seconde		Watt = 1 J/s ...	W
MOMENT DE FORCE .....	$\pi$	L.F	ML <sup>2</sup> T <sup>-2</sup>	centimètre-dyne		mètre-Newton ....	m.N
MOMENT D'INERTIE .....	J		ML <sup>2</sup>	gramme-centi- mètre carré ..	g.cm <sup>2</sup>	kilogramme-mètre carré .....	kg.m <sup>2</sup>
VISCOSITE DYNAMIQUE...	$\mu$		ML <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup>	poise = $\frac{1 \text{ dyne} \times 1 \text{ s}}{1 \text{ cm}^2}$	P.	Poiseuille = $\frac{1 \text{ N} \times 1 \text{ s}}{1 \text{ m}^2}$	PI
VISCOSITE CINÉMATIQUE ..	$\nu$	$u : \rho$	L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup>	stoke = $\frac{1 \text{ poise}}{1 \text{ g/cm}^3}$ $= \frac{1 \text{ barye} \times 1 \text{ s}}{1 \text{ g/cm}^3}$ $= 1 \text{ cm}^2 \times 1 \text{ s}$	sh	$\frac{1 \text{ P} \times 1 \text{ s}}{1 \text{ kg/m}^3}$ soit 1 m <sup>2</sup> $\times$ 1 s	

### UNITÉS USUELLES ET AUXILIAIRES

(voir aussi DOC. 3)

Travail : kilowatt-heure (kWh), hWh, Wh

Puissance : Cheval (ch)

Pression : bar, millibar, kg/cm<sup>2</sup>

Energie calorifique :

thermie (th), calorie-kilogramme (kcal), calorie-gramme (gcal)

ou grande calorie

ou millithermie (mth)

ou petite calorie

ou microthermie ( $\mu$ th)

### Unités de masse

1 unité de masse M kp S

= 9,81 kg (unité MKS)

= 9,81  $\times 10^5$  (unité CGS)

1 kg = 10<sup>3</sup> g



# **SYSTÈMES D'UNITÉS (2)**

SYSTÈME INTERNATIONAL SI (ex. M.K.S.)	SYSTÈME L. F. T. <i>Longueur. Force. Temps.</i>			
	SYSTÈME M. Kp. S. <i>(Mécaniciens)</i>			
	GRANDEURS	Unités fondamentales	SYMB	DIMEN- SION
<p>L'importance du décret du 3 mai 1961 a rendu nécessaire la rédaction des pages nouvelles 150 et 151 auxquelles le lecteur voudra bien se reporter.</p>	LONGUEUR.....	mètre	m	L
	FORCE .....	kilogramme-force	kgf	F
	TEMPS .....	seconde	s	T
		<i>Unités dérivées</i>		
	AIRE .....	mètre carré	m²	L²
	VOLUME.....	mètre cube	m³	L³
	POIDS VOLUMIQUE ..	$\frac{P}{V}$ kgf par m³	kgf/m³	FL⁻³
	ANGLE .....	radian	rd	
	VITESSE LINEAIRE	mètre par seconde	m/s	LT⁻¹
	VITESSE ANGULAIRE ...	radian par seconde	rd/s	
	ACCELERATION			
	LINEAIRE.....	mètre par(s) par (s)	m/s/s	LT⁻²
	ACCELERATION			
	ANGULAIRE.....	radian par(s) par(s)	rd/s/s	
	MASSE .....	$\frac{F}{\gamma}$ (unité sans nom)		FL⁻¹T⁻²
	PRESSION .....	(unité sans nom)	kgf/m²	FL⁻²
	TRAVAIL .....	kilogrammètre	kgm	FL
	PUISSANCE .....	kilogrammètre par seconde	kgm/s	FLT⁻¹
	MOMENT DE FORCE	mètre-kilogramme-force	m.kgf	FL
	MOMENT D'INERTIE	(unité sans nom)		FLT²
	VISCOSITE DYNAMIQUE...	Poiseuille = $\frac{1 \text{ kgf} \times 1 \text{ s}}{1 \text{ m}^2}$	Pf	FL⁻¹T⁻¹
	VISCOSITE CINEMATIQUE....	en m²/s		L²T⁻¹
<p align="center"><b>ÉQUIVALENCE ENTRE CERTAINES UNITÉS</b> (à savoir par cœur)</p> <p><b>Force</b>  <math>10^5 \text{ dynes} = 1 \text{ sn} = 10^5 \text{ N} \approx 102 \text{ kgf}</math> (1 kgf = 9,81 N)</p> <p><b>Travail</b>  <math>10^8 \text{ ergs} = 1 \text{ kJ} = 10^8 \text{ J} \approx 102 \text{ kgm}</math>  soit : 1 kgm = 9,81 J 1 Wh = 3 600 J</p> <p><b>Puissance</b>  <math>10^{10} \text{ ergs/s} = 1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W} \approx 102 \text{ kgm/s}</math>  soit : 1 kgm/s = 9,81 W; 1 ch = 75 kgm/s = 736 W</p> <p><b>Pression</b>  <math>10^6 \text{ baryes} = 1 \text{ pz} = 10^6 \text{ P} \approx 102 \text{ kgf/cm}^2</math>  soit : 1 kgf/cm² = 9,81 P 1 kgf/cm² = 10⁴ kgf/m²</p> <p>1 bar = 10⁵ millibars = 10⁵ baryes = 1 kps ≈ 1,0194 kgf/cm²  1 atm. (système métrique) = 1 kgf/cm²  1 atm. (unité anglaise) = 760 mm de Hg = 1,033 kgf/cm²</p> <p><b>Énergie calorifique</b>  1 kcal = 4 180 J = 427 kgm.</p>				
<p><b>Remarque.</b> Un même nombre <i>x</i> peut indiquer soit la masse (en kg) d'un corps dans le système MKS soit le poids (en kgp ou kgf) du même corps dans le système M kp S.</p> <p><b>Conséquence.</b> Lorsque dans un problème on donne une force ou un poids (le corps pèse) en kg (ou en t) il s'agit de kgf ou de kgp (ou de tf). Il faut donc diviser le nombre donné en kg par 9,81 pour avoir la masse en unités du système M kp S.</p>				



## LES UNITES DE MESURE

La désignation des unités est comme suit:

- l'appellation est en français
- la traduction en anglais est entre parenthèses
- les symboles de mesure sont entre crochets

### Mesures linéaires

- 1 micron = 1/1000 de millimètre [mm] = 0,001 mm
- 1 pouce (inche) [in] = 25,40 mm
- 1 pied (foot) [ft] = 304,80 mm
- 1 yard [yd] = 0,914 mètre [m] = 914 mm
- 1 mille terrestre (mile) [mi] = 1,609 kilomètre [km]
- 1 mille marin (nautical mile) = 1,853 km

### Mesures de surface

- 1 pouce carré (square inche) [in<sup>2</sup>] = 645,2 mm<sup>2</sup>
- 1 pied carré (square foot) [ft<sup>2</sup>] = 0,0929 m<sup>2</sup>
- 1 yard carré [yd<sup>2</sup>] = 0,836 m<sup>2</sup>
- 1 mille carré (square mile) [mi<sup>2</sup>] = 2,59 km<sup>2</sup>

### Mesures de volume

- 1 pouce cube (cubic inche) [in<sup>3</sup>] = 16,39 cm<sup>3</sup>
- 1 pied cube (cubic foot) [ft<sup>3</sup>] = 28,32 dm<sup>3</sup> ou litres[l]
- 1 yard cube (cubic yard) [yd<sup>3</sup>] = 0,765 m<sup>3</sup>
- 1 US gallon [US gal] = 3,785 litres [l]
- 1 UK gallon [UK gal] = 4,5461 litres [l]
- 1 barille de pétrole (barrel petroleum) [br] = 159 l

### Mesures de masse, poids et force

- 1 grain = 64,8 milligramme [mg]
- 1 once (ounce) [oz] = 28,35 gramme [g]
- 1 livre (pound) [lb] = 0,4536 kg
- 1 kilogramme force [kgf]:
  - 1 kgf = 9,806 Newton [N]
  - 1 kgf = 0,9806 décanewton [daN]
- 1 (hundred weight) [cwt] = 50,80 kg
- 1 tonne américaine(short ton)[Sh tn] = 0,9072 tonne [t]
- 1 tonne britannique(long ton)[UK ton] = 1,0160 t
- 1 livre force-pied (pound force-foot) [lbf ft]:
  - 1 lbf ft = 1,3558 Nm



### Mesures de pression et contrainte

- 1 kg/cm<sup>2</sup> = 0,9807 bar [b]  
= 0,9678 atmosphère [atm]  
= 10,01 m H<sub>2</sub>O
- 1 pascal [Pa] = 1 Newton par m<sup>2</sup> [N/m<sup>2</sup>]
- 1 mégapascal [MPa] = 1 Newton par mm<sup>2</sup> [N/mm<sup>2</sup>]
- 1 bar [b]:
  - 1 b = 1 décanewton par cm<sup>2</sup> [daN/cm<sup>2</sup>]
  - 1 b = 1,013 x 10<sup>5</sup> pascal [Pa]
  - 1 b = 10,21 m H<sub>2</sub>O
- 1 hectobar [hbar] = 1 daN/mm<sup>2</sup>
- 1 livre force par pouce carré (pound force per square inch) [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI]:
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,0069 N/mm<sup>2</sup> ou MPa
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,069 daN/cm<sup>2</sup> ou b
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,0703 kg/cm<sup>2</sup>
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 51,715 mm de mercure [mm Hg]
  - 1 [lbf/in<sup>2</sup>] ou [PSI] = 0,70307 mm H<sub>2</sub>O
- 1 livre force par pied carré (pound force per foot inch) [PSF] = 4,88 kg/m<sup>2</sup>
- 1 tonne américaine par pouce carré (Short ton per square inch) [Sh tn/in<sup>2</sup>] = 13,79 Mpa = 1,406 kg/mm<sup>2</sup>
- 1 tonne britannique par pouce carré (UK ton per square inch) [UK ton/in<sup>2</sup>] = 15,44 Mpa = 1,575 kg/mm<sup>2</sup>

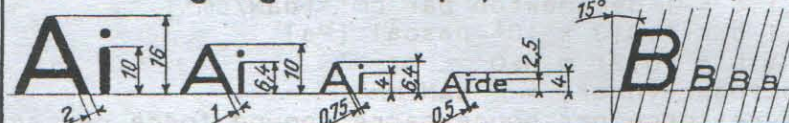


# LETTRES - CHIFFRES

## ① Alphabet latin -

(extrait de NF.E.04.105)

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz



## ② Alphabet grec -

ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΚΛΜΝΞΟΠΡΣΤΥΦΧΨΩ  
αβγδεζηθικλμνξοπρστυφχψω

alpha beta gamma delta epsilon zeta eta theta iota kappa lambda mu nu xi omicron pi rho sigma tau upsilon phi chi psi omega

## ③ Chiffres arabes -

(extrait de NF.X.02.005).

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

### RÈGLES D'ÉCRITURE

### EXEMPLES

1. Séparer les nombres en tranches de trois chiffres par un espace inférieur à la largeur d'un chiffre.

NOMBRES ENTIERS : à partir de la droite 3 850 363

NOMBRES DÉCIMAUX : à partir de la virgule 0,000 485

Exception pour les dates 2 octobre 1956

2. Écrire les symboles d'unité sans point d'abréviation, ni jamais la marque du pluriel

131,5 cm

2,75 h ou

2 h 45 mn

Exceptions { Nombres complexes 2 h 45 mn

F 170

Écritures commerciales

## ④ Chiffres romains -

I V X L C D M  
1 5 10 50 100 500 1000

### RÈGLES D'ÉCRITURE

### EXEMPLES

1. Plusieurs chiffres égaux écrits à la suite s'ajoutent

XXX = 30

2. Tout chiffre écrit à la droite d'un chiffre plus fort s'ajoute à celui-ci

DLV = 555

3. Tout chiffre écrit à la gauche d'un chiffre plus fort se retranche de celui-ci

XC = 90

4. Tout nombre surmonté d'un trait exprime des mille, de deux traits des millions

$\overline{X}$  = 10 000



# NOMBRES NORMAUX

① SÉRIES RENARD															
1 à 10				10 à 100					100 à 1000						
ORDRE DE PRÉFÉRENCE				ORDRE DE PRÉFÉRENCE					ORDRE DE PRÉFÉRENCE						Valeurs exactes R 20
1	2	3	4	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	
Valeurs recommandées Ra 5   Ra 10   Ra 20				Valeurs recommandées Ra 5   Ra 10   Ra 20			Valeurs à éviter		Valeurs recommandées Ra 5   Ra 10   Ra 20			Valeurs à éviter			
1	1	1		10	10	10			100	100	100	105			100
		1,1				11					110		115		112,20
	1,2	1,2			12	12				125	125	120			125,89
		1,4	1,5			14	13				140	130	135		141,25
							15					150	145		
1,6	1,6	1,6		16	16	16			160	160	160		155		158,49
		1,8				18	17					170	165		177,83
	2	2			20	20	19			200	200	180	175		199,53
		2,2				22	21	23			220	190	185		223,87
							24					210	195		
												240	230		
2,5	2,5	2,5		25	25	25	26		250	250	250	260			251,19
		2,8				28	30				280	270	290		281,84
	3	3			32	32	34			315	315	300	310		316,23
		3,5				36	38	35			355	340	350	330	354,81
												380	370		
4	4	4		40	40	40	42	44	400	400	400		390		398,11
		4,5				45	48	46				420	410		446,68
	5	5			50	50	52	55		500	500	480	430	440	501,19
		5,5				56	60	58			560		460	470	562,34
													490		
6	6	6		63	63	63	68	62	630	630	630				630,96
		7				70	75	72					710		707,95
	8	8			80	80	85	78		800	800		800		794,33
		9				90	95	88			900				891,25
10	10	10		100	100	100	92	98	1000	1000	1000				1000

Dans la cotation des dessins on adopte de préférence les termes des séries

Ra 5, Ra 10, Ra 20 indiqués dans le tableau ci-dessus.

Sauf pour les filetages S.I. dont les valeurs sont données ci-dessous (Diamètre-Pas).

②

The diagram illustrates the geometry of a thread. It shows a series of peaks and valleys. The distance between two corresponding points on adjacent threads is labeled 'Pas: P'. The outer diameter is labeled 'Diamètre: Ø'. The diameter at the pitch line is labeled 'Diamètre: Øp'.

# SYSTÈME INTERNATIONAL DE FILETAGE

3 - 0,5 (3,5) - 0,6	6 - 1 (7) - 1	12 - 1,75 14 - 2	24 - 3 27 - 3	48 - 5 52 - 5	M
4 - 0,7 (4,5) - 0,75	8 - 1,25 (9) - 1,25	16 - 2 18 - 2,5	30 - 3,5 33 - 3,5	56 - 5,5 60 - 5,5	
5 - 0,8 6 - 1	10 - 1,5 (11) - 1,5	20 - 2,5 22 - 2,5	36 - 4 39 - 4	64 - 6 68 - 6	
	12 - 1,75	24 - 3	42 - 4,5 45 - 4,5	72 - 6 76 - 6	
			48 - 5	80 - 6	
<div>( ) Valeurs à éviter</div> <div>Progn. arith. 2<sup>es</sup></div>					
r = 0,5		r = 1	r = 2	r = 3	r = 4

③

# MASSES NORMALES DE PESÉE (1 à 1000)

1, 2	5, 10, 20	50, 100, 200	500, 1000
------	-----------	--------------	-----------



# ÉQUIVALENCES

① SYMBOLES <span style="float: right;">extrait de F.D.X02.005</span>					
Symbole	SIGNIFICATION	Symbole	SIGNIFICATION	Symbole	SIGNIFICATION
+	plus	$\neq$	différent de	$l, L$	longueur
-	moins	$\approx$	égal environ à	$r, R$	rayon
$\pm$	plus ou moins	$\sim$	équivalent à	$d, D$	diamètre
$\times$ ou $\cdot$	multiplié par	$=$	égal	$\widehat{AOB}$	angle
$:$ ou $/$	divisé par	$<$	inférieur à	$\widehat{AOB}$	arc
%	pour cent	$\leq$	ou au plus égal à	$\sin$	sinus
‰	pour mille	$>$	supérieur à	$\cos$	cosinus
$a^2$	puiss. <sup>es</sup> exposant 2	$\geq$	ou au moins égal à	$\lg$	tangente
$a^n$	puiss. <sup>es</sup> exposant n	$\nearrow$	croît	$\cotg$	cotangente
$a_n$	indice n	$\searrow$	décroît	$\pi$	3,1416
$\sqrt{a}$	racine carrée	$\parallel$	parallèle	$h$	hauteur
$\sqrt[n]{a}$	racine n <sup>ème</sup>	$\perp$	perpendiculaire	etc..	et la suite

Nota - Le signe "multiplié par" entre deux nombres (x); entre deux lettres (•)




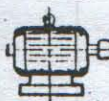



② TABLEAU DES PRÉFIXES				
FACTEUR <small>par lequel est multiplié l'unité</small>	SYMBOLE	PRÉFIXE	EXEMPLES D'UTILISATION	
$10^3$ ou 1 000	k	kilo	kg	kilogramme
$10^2$ ou 100	h	hecto	hm	hectomètre
$10^1$ ou 10	da	déca	dag	décagramme
$10^0$ ou 1				
$10^{-1}$ ou 0,1	d	déci	dm	décimètre
$10^{-2}$ ou 0,01	c	centi	cm	centimètre
$10^{-3}$ ou 0,001	m	milli	mm	millimètre
$10^{-4}$ ou 0,000 1	dm	décimilli	dmm	décimillimètre
$10^{-5}$ ou 0,000 01	cm	centimilli	cmm	centimillimètre
$10^{-6}$ ou 0,000 001	$\mu m$	micro	$\mu m$	micromètre

Nota - Micromètre ( $\mu m$ ) s'écrit ( $\mu$ ) micron -

③ CONVERSION DES FRACTIONS DE POUCE EN mm							
fr. de pouce	mm	fr. de pouce	mm	fr. de pouce	mm	fr. de pouce	mm
1/32	0,79	9/32	7,14	17/32	13,49	25/32	19,84
1/16	1,59	5/16	7,94	9/16	14,29	13/16	20,64
3/32	2,38	11/32	8,73	19/32	15,08	27/32	21,43
1/8	3,17	3/8	9,52	5/8	15,87	7/8	22,22
5/32	3,97	13/32	10,32	21/32	16,67	29/32	23,02
3/16	4,76	7/16	11,11	11/16	17,46	15/16	23,81
7/32	5,56	15/32	11,91	23/32	18,26	31/32	24,60
1/4	6,35	1/2	12,70	3/4	19,05	1 pouce = 25,4 mm	



# PRINCIPALES UNITÉS

	GRANDEUR		MKSA (Giorgi)		UNITÉS MÉCANIQUES <i>autorisées à titre provisoire</i>				
	UNITÉS GÉOMÉTRIQUES				FORCE				
	LONGUEUR	L	mètre	m	kgp = kilogramme-poids				
	SUPERFICIE	S	mètre carré	m <sup>2</sup>	kgf = kilogramme-force				
	VOLUME	V	mètre cube	m <sup>3</sup>	kgp = kgf = 9,81 N				
	ANGLE		angle droit	D	ÉNERGIE ou TRAVAIL				
	ANGLE PLAN		radian	rd					
	ANGLE SOLIDE	Ω	stéradian	sd					
	UNITÉ DE MASSE				kgm = kilogrammètre				
	MASSÉ	m	kilogramme	kg	kgm = 9,81 J				
	UNITÉ DE TEMPS				ch = cheval-vapeur.				
	TEMPS	t	seconde	s	ch = 75 kgm/s = 736 W				
	UNITÉS MÉCANIQUES				PRESSION				
	VITESSE	v	mètre par seconde	m/s	kgf/cm <sup>2</sup> = 0,98 bar = 98.10 <sup>3</sup> P				
	ACCÉLÉRATION	γ	mètre par seconde par seconde	m/s <sup>2</sup>					
	VITESSE ANG. <sup>2</sup>	ω	radian par s	rd/s	La pression atmosphérique normale de 760 mm de mercure correspond à 1,013 bar ou à 1,03 kgf/cm <sup>2</sup>				
	FORCE	F	newton	N					
	ÉNERGIE	W	joule	J					
	PUISSANCE	P	watt	W					
	PRESSION	p	pascal	P					
	UNITÉS ÉLECTRIQUES				Les électriciens emploient pour mesurer les puissances apparentes le volt-ampère (VA) et son multiple le kilovolt-ampère (kVA).				
	INTENSITÉ	i	ampère	A					
	FORCE ÉLECTROSTATIQUE	e	volt	V					
	RÉSISTANCE	R	ohm	Ω					
	QUANTITÉ	Q	coulomb	C					
	UNITÉS CALORIFIQUES				L'unité légale de quantité est la thermie (th) = 1000 kcal. La kilocalorie (kcal) permet d'élever 1 dm <sup>3</sup> d'eau de 1°C.				
	TEMPÉRATURE	t	degré	°C					
	QUANTITÉ	Q	joule	J					
	UNITÉS OPTIQUES				Lu = flux de 1B par stéradian. Lx = éclairciment 1lu par m <sup>2</sup> .				
	INTENSITÉ		bougie nouvelle	B					
	FLUX		lumen nouveau	Lu					
	ÉCLAIREMENT		lux nouveau	Lx					
ÉQUIVALENCES DES UNITÉS									
PUISSANCE	W	kW	kgm/s	ch	ÉNERGIE	J	Wh	kgm	kcal
W	= 1	0,001	0,102	0,00136	J	= 1	0,00028	0,102	0,24
kW	= 1000	1	102	1,36	Wh	= 3600	1	367	0,860
kgm/s	= 9,81	0,00981	1	0,133	kgm	= 9,81	0,0027	1	0,0023
ch	= 736	0,736	75	1	kcal	= 4180	1,155	427	1
CONVERSION DES PRINCIPALES UNITÉS									
MKSA	FORCE		ÉNERGIE		PUISSANCE		PRESSION		
MTS	N = kgf : 9,81		J = kgm : 9,81		W = kgm/s : 9,81		P = kgf/m <sup>2</sup> : 9,81		
CGS	sthène = 10 <sup>3</sup> N		kilojoule = 10 <sup>3</sup> J		kilowatt = 10 <sup>3</sup> W		pièze = 10 <sup>3</sup> P		
	dyne = 10 <sup>-5</sup> N		erg = 10 <sup>-7</sup> J		erg/seconde = 10 <sup>-7</sup> W		barye = 10 <sup>-1</sup> P		



## NOMBRES APPROCHÉS

<p>①</p> <p> <math>\frac{1.415}{10^3} = 1,415</math>              [valeur approchée de <math>\sqrt{2}</math> à <math>\frac{1}{10^3}</math> près par excès.]  <math>N = \sqrt{2}</math>  <math>\frac{1.414}{10^3} = 1,414</math>              [valeur approchée de <math>\sqrt{2}</math> à <math>\frac{1}{10^3}</math> près par défaut.]         </p>	<p style="text-align: center;"><b>VALEURS APPROCHÉES</b> à <math>\frac{1}{10^n}</math> près <b>D'UN NOMBRE DÉCIMAL ILLIMITÉ</b></p> <p>Ce sont les deux multiples de <math>\frac{1}{10^n}</math> qui encadrent ce nombre.</p> <p>Exemple: Le nombre illimité <math>\sqrt{2} = 1,414\ 21\ldots</math> a pour valeurs approchées à <math>\frac{1}{10^3}</math> près (0,001 près):</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>par défaut</td> <td>par excès</td> </tr> <tr> <td>1,414</td> <td>1,415</td> </tr> </table> <p>La valeur par défaut (1,414) s'appelle aussi: valeur de <math>\sqrt{2}</math> avec 3 décimales exactes.</p> <p style="text-align: center;"><b>ERREUR ABSOLUE</b></p> <p>Erreur commise quand on remplace un nombre <math>N</math> par une valeur approchée <math>A</math>.</p> <p style="text-align: center;"><math>A - N = e_a</math> ou <math>\Delta N</math> (s'écrit "delta N")</p> <p>En général <math>\Delta N</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>est inconnue, mais sa limite supérieure est connue;</li> <li>s'exprime par une puissance de 10;</li> <li>est inférieure à <math>\frac{1}{10^n}</math> si <math>A</math> remplace <math>N</math> à <math>\frac{1}{10^n}</math> près.</li> </ul> <p>Exemple: <math>\sqrt{2} - 1,414 &lt; 0,001</math> et <math>1,415 - \sqrt{2} &lt; 0,001</math></p>	par défaut	par excès	1,414	1,415
par défaut	par excès				
1,414	1,415				
<p>② Exemple:  <math>7,522\ 3 &lt; N &lt; 7,523\ 1</math>              Valeur approchée moyenne de <math>N</math>  <math>= \frac{7,522\ 3 + 7,523\ 1}{2}</math>  <math>= 7,522\ 7</math>              avec <math>e_a &lt; 0,004</math>.</p>	<p style="text-align: center;"><b>VALEUR APPROCHÉE MOYENNE</b></p> <p>C'est la moyenne arithmétique (ou demi-somme) des valeurs approchées extrêmes.</p> <p style="text-align: center;">Si <math>A &lt; N &lt; B</math>,</p> <p>la valeur approchée moyenne est <math>\frac{A+B}{2}</math>, avec <math>\Delta N &lt; \frac{B-A}{2}</math>.</p>				
<p>③ Exemple:              Soit <math>\sqrt{6} = 2,449\ 49\ldots</math>              donc  <math>= 2,449</math> avec <math>\Delta N &lt; \frac{1}{2\ 000}</math>    <math>= 2,4495</math> avec <math>\Delta N &lt; \frac{1}{20\ 000}</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>SUPPRESSION DE DÉCIMALES</b></p> <p>Si l'on supprime les décimales qui suivent la <math>n^{\text{ème}}</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>l'erreur <math>\Delta N &lt; 1</math> unité du dernier ordre conservé, soit <math>\Delta N &lt; \frac{1}{10^n}</math>;</li> <li>en prenant soin de forcer la <math>n^{\text{ème}}</math> quand elle est égale ou supérieure à 5, on a: <math>\Delta N &lt; \frac{1}{2 \times 10^n}</math>.</li> </ul>				
<p>④ Exemple:              Pour <math>N = 25,385</math> avec <math>e_a = \frac{1}{10^4}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>e_r = \frac{1}{10^4} : 10 = \frac{1}{10^5}</math></p> <p>Exemple:  <math>N = 0,0712</math> avec <math>e_r = \frac{1}{10^4}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>e_a = \frac{1}{10^4} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10^5}</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>ERREUR RELATIVE</b></p> <p>L'erreur relative <math>e_r</math> est le quotient de l'erreur absolue <math>e_a</math> par le nombre exact <math>N</math>:</p> <p style="text-align: center;"><math>e_r = \frac{e_a}{N}</math> ou <math>e_r = \frac{\Delta N}{N}</math></p> <p>On prend: <math>e_r = \frac{\text{valeur par excès de l'erreur absolue}}{\text{valeur par défaut du nombre } N}</math>.</p> <p>Inversement: <math>e_a = e_r \cdot N</math></p> <p>On prend: <math>e_a = \text{produit des valeurs par excès de } e_r \text{ et } N</math></p> <p>L'erreur relative indique la précision d'une mesure.</p>				




# NOMBRES APPROCHÉS

<p>① <b>SOMME</b>  <math>N = A + B + \dots</math>                      Erreur absolue <math>\Delta N =</math> Somme des erreurs absolues <math>\Delta A, \Delta B, \dots</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\Delta N = \Delta A + \Delta B + \dots</math> </div> <p>Exemple:  <math>A = 3,714 \quad \Delta A = 0,001</math>  <math>B = 2,054 \quad \Delta B = 0,001</math>  <math>C = 8,955 \quad \Delta C = 0,001</math>  <math>N = A + B + C = 14,723</math> avec <math>\Delta N = 0,003</math>                      ou <math>\Delta N &lt; 0,01</math>  <math>N = 14,72</math> à moins de 0,01 près</p>	<p>② <b>DIFFÉRENCE</b>  <math>N = A - B</math></p> <p>Exemple:  <math>A = 8,1256 \quad \Delta A = 0,0001</math>  <math>B = 3,4822 \quad \Delta B = 0,0001</math>  <math>N = A - B = 4,6434</math> avec <math>\Delta N = 0,0002</math>                      ou <math>\Delta N &lt; 0,001</math>  <math>N = 4,643</math> à moins de 0,001 près</p>	<p><b>CONSEILS PRATIQUES</b></p> <p>Pour simplifier le langage on dit: "l'erreur absolue" au lieu de "la limite supérieure de l'erreur absolue".</p> <p>Prendre tous les termes d'une somme, ou d'une différence, avec le même nombre de décimales.</p> <p>Lorsqu'une somme ne comporte pas plus de dix termes, supprimer le dernier chiffre du résultat (en forçant s'il y a lieu l'avant-dernier)</p> <p>Même conseil pour différence de deux nombres.</p> <p>Prendre les facteurs d'un produit avec le même nombre de décimales. Conserver, au résultat, une décimale de moins que n'en comporte chaque facteur.</p> <p>Même conseil pour le quotient de deux nombres.</p> <p>Quand on doit calculer une valeur comprise entre deux nombres d'une table numérique (interpolation), le résultat ne peut pas être donné avec un plus grand nombre de décimales que la table n'en comporte.</p>
<p>③ <b>PRODUIT</b>  <math>N = A \times B \times \dots</math>                      Erreur relative <math>\frac{\Delta N}{N} =</math> Somme des erreurs relatives <math>\frac{\Delta A}{A}, \frac{\Delta B}{B}, \dots</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \dots</math> </div> <p>Exemple:  <math>A = 3,142 \quad \Delta A = 0,001; \frac{\Delta A}{A} = \frac{0,001}{3,142} \approx 0,0003</math>  <math>B = 0,548 \quad \Delta B = 0,001; \frac{\Delta B}{B} = \frac{0,001}{0,548} \approx 0,0018</math>  <math>N = A \times B = 1,721816</math> avec <math>\frac{\Delta N}{N} = 0,0021</math>                      ou <math>\Delta N &lt; 0,01</math>  <math>N = 1,72</math> à moins de 0,01 près</p>	<p>④ <b>QUOTIENT</b>  <math>N = \frac{A}{B}</math></p> <p>Exemple:  <math>A = 2,23 \quad \frac{\Delta A}{A} = \frac{0,01}{2,23} \approx 0,0045</math>  <math>B = 0,87 \quad \frac{\Delta B}{B} = \frac{0,01}{0,87} \approx 0,0115</math>  <math>N = \frac{A}{B} = 2,5632</math> avec <math>\frac{\Delta N}{N} = 0,016</math>                      ou <math>\Delta N &lt; 0,1</math>  <math>N = 2,6</math> à moins de 0,1 près</p>	
<p>⑤ <b>PUISSANCE</b>  <math>N = A^m</math>                      Erreur relative = Produit de <math>\frac{\Delta A}{A}</math> par m</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{A} \times m</math> </div> <p>Exemple:  <math>A = 0,682; \Delta A = 0,001; \frac{\Delta A}{A} = \frac{0,001}{0,682} \approx 0,0015</math>  <math>N = A^3 = 0,316</math> avec <math>\frac{\Delta N}{N} = 0,0045</math>                      ou <math>\Delta N &lt; 0,01</math>  <math>N = 0,32</math> à moins de 0,01 près</p>	<p>⑥ <b>RACINE</b>  <math>N = \sqrt[m]{A}</math>                      Erreur relative = Quotient de <math>\frac{\Delta A}{A}</math> par m</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{A} : m</math> </div> <p>Exemple:  <math>A = \pi = 3,1416</math> avec <math>\frac{\Delta A}{A} = 0,0001</math>  <math>N = \sqrt{A} = 1,77245</math> avec <math>\frac{\Delta N}{N} = 0,00005</math>                      ou <math>\Delta N &lt; 0,0001</math>  <math>N = 1,7725</math> à moins de 0,0001 près</p>	



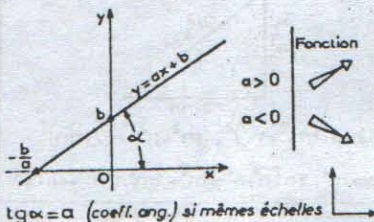
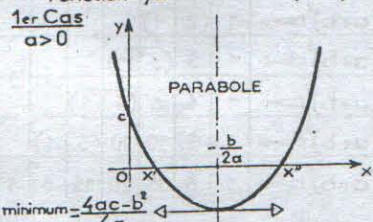
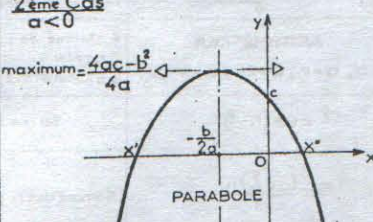
CALCUL ALGÈBRE																	
① PUISSANCES		② RACINES															
$a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$ $(a^m)^n = a^{mn}$ $(a^m \times b^n \times c^p)^r = a^{mr} \times b^{nr} \times c^{pr}$ $a^m : a^n = a^{m-n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$		$\sqrt[m]{a \times b \times c} = \sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} \times \sqrt[m]{c}$ $\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$ Application: Rendre rationnelles les fractions: $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad \left  \quad \frac{A}{\sqrt{B} \pm \sqrt{C}} = \frac{A(\sqrt{B} \mp \sqrt{C})}{B-C} \right.$															
③ EXPOSANTS FRACTIONNAIRES		④ EXPOSANTS NÉGATIFS															
Définition: $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ Mêmes règles que pour ① Exemples: $a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{p'}{q}} = a^{\frac{p}{q} + \frac{p'}{q}}$ $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a^1 = a$ $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a^1 = a$ $a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a^1 = a$		Définition: $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ Mêmes règles que pour ① Exemples: $a^{-m} \times a^{-n} = a^{-(m+n)}$ $a^{-2} \times a^{-4} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$															
⑤ LES PUISSANCES DE 10																	
<table><tr><td>0,001</td><td>0,01</td><td>0,1</td><td>1</td><td>10</td><td>100</td><td>1000</td></tr><tr><td><math>10^{-3}</math></td><td><math>10^{-2}</math></td><td><math>10^{-1}</math></td><td><math>10^0</math></td><td><math>10^1</math></td><td><math>10^2</math></td><td><math>10^3 \dots 10^n</math></td></tr></table>				0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3 \dots 10^n$
0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000											
$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3 \dots 10^n$											
$10^4 \times 10^3 = 10^7$ $10^5 \times 10^2 = 10^7$ $10 \times 10^6 = 10^7$		$10^7 : 10^2 = 10^5$ $10 : 10^4 = 10^{-3}$ $10^2 : 10^{-3} = 10^5$															
		$(10^{-3})^2 = 10^{-6}$ $(10^4)^3 = 10^{12}$ $\sqrt[2]{10^{-6}} = 10^{-3}$															
⑥ PERMUTATIONS		⑦ ARRANGEMENTS															
de 3 objets a, b, c		de 3 objets a, b, c pris 2 à 2															
<table><tr><td>abc</td><td>acb</td></tr><tr><td>bac</td><td>bca</td></tr><tr><td>cab</td><td>cba</td></tr></table> $P_3 = 6$		abc	acb	bac	bca	cab	cba	<table><tr><td>ab</td><td>ba</td><td>ca</td></tr><tr><td>ac</td><td>bc</td><td>cb</td></tr></table> $A_3^2 = 6$		ab	ba	ca	ac	bc	cb		
abc	acb																
bac	bca																
cab	cba																
ab	ba	ca															
ac	bc	cb															
Pour m objets: $P_m = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \dots \times m$ $= m!$ (se lit factorielle m)		Pour m objets pris p à p: $A_m^p = m(m-1)(m-2) \dots (m-p+1)$															
Ex: $P_3 = 1 \times 2 \times 3 = 6$ $P_7 = 1 \times 2 \dots \times 7 = 5040$		Ex: $A_3^2 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ $A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$															
		⑧ COMBINAISONS															
		de 3 objets a, b, c pris 2 à 2															
		<table><tr><td>ab</td><td>ac</td><td>bc</td></tr></table> $C_3^2 = 3$		ab	ac	bc											
ab	ac	bc															
		Pour m objets pris p à p: $C_m^p = \frac{m(m-1)(m-2) \dots (m-p+1)}{p!}$															
		Ex: $C_7^3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 35$															



CALCUL ALGÈBRE																																																										
① IDENTITÉS REMARQUABLES		② APPLICATIONS																																																								
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(a+b+c \dots)^2 = a^2 + 2ab$		Triangles rectangles dont les trois côtés sont des nombres entiers.  En effet: $(m^2+n^2)^2 = (m^2-n^2)^2 + (2mn)^2$ car: $m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2$																																																								
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ $(a-b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$ $(a-b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$		Exemple: $m=2 ; n=1$ $5^2 = 3^2 + 4^2$ Exemple: $m=7 ; n=3$ $58^2 = 40^2 + 42^2$																																																								
		Exemple: $m=3 ; n=2$ $13^2 = 5^2 + 12^2$ Exemple: $m=13 ; n=6$ $205^2 = 133^2 + 156^2$																																																								
③ DÉVELOPPEMENT DE $(a+b)^m$																																																										
TRIANGLE ARITHMÉTIQUE DE PASCAL Coefficients <table><tr><th></th><th><math>C_1</math></th><th><math>C_2</math></th><th><math>C_3</math></th><th><math>C_4</math></th><th><math>C_5</math></th><th><math>C_6</math></th><th><math>C_7</math></th></tr><tr><td><math>(a+b) \Rightarrow</math></td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>(a+b)^2 \Rightarrow</math></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>(a+b)^3 \Rightarrow</math></td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>(a+b)^4 \Rightarrow</math></td><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td><math>(a+b)^5 \Rightarrow</math></td><td>1</td><td>5</td><td>10</td><td>10</td><td>5</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td><math>(a+b)^6 \Rightarrow</math></td><td>1</td><td>6</td><td>15</td><td>20</td><td>15</td><td>6</td><td>1</td></tr></table>			$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$(a+b) \Rightarrow$	1	1						$(a+b)^2 \Rightarrow$	1	2	1					$(a+b)^3 \Rightarrow$	1	3	3	1				$(a+b)^4 \Rightarrow$	1	4	6	4	1			$(a+b)^5 \Rightarrow$	1	5	10	10	5	1		$(a+b)^6 \Rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1	$(a+b)^m = c_1 a^m + c_2 a^{m-1}b + c_3 a^{m-2}b^2 + \dots + c_{m+1} b^m$ Pour écrire les coefficients $c_1, c_2, c_3, \dots$ , on dresse un tableau (Triangle de Pascal). Chaque nombre est la somme de deux nombres de la ligne précédente: celui qui est au-dessus et celui qui est immédiatement à gauche. Exemple: 4 <sup>e</sup> ligne du triangle de PASCAL. $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$																																																			
$(a+b) \Rightarrow$	1	1																																																								
$(a+b)^2 \Rightarrow$	1	2	1																																																							
$(a+b)^3 \Rightarrow$	1	3	3	1																																																						
$(a+b)^4 \Rightarrow$	1	4	6	4	1																																																					
$(a+b)^5 \Rightarrow$	1	5	10	10	5	1																																																				
$(a+b)^6 \Rightarrow$	1	6	15	20	15	6	1																																																			
④ PROGRESSIONS																																																										
ARITHMÉTIQUE $a, a+r, a+2r, a+3r \dots$	$l$ = terme de rang $n$ $r$ = raison   $q$ = raison $S$ = somme des $n$ premiers termes	GÉOMÉTRIQUE $a, aq, aq^2, aq^3 \dots$																																																								
$l = a + (n-1)r$	Terme de rang $n$	$l = aq^{n-1}$																																																								
$S = \frac{(a+l)n}{2}$	Somme des $n$ premiers termes	$S = \frac{lq-a}{a-1} = a \frac{q^n-1}{q-1}$ Limite $S \begin{cases} \text{si } q \neq 1 \\ \text{pour } n \rightarrow \infty \end{cases} = -\frac{a}{1-q}$																																																								
$r = \frac{b-a}{n}$	Insertion de $(n-1)$ moyens entre $a$ et $b$	$q = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$																																																								
Somme des $n$ premiers nombres entiers $= \frac{n(n+1)}{2}$	Somme des $n$ premiers nombres impairs $= n^2$	Somme des carrés des $n$ premiers nombres entiers $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$																																																								



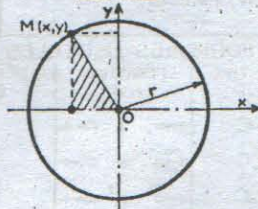
# ÉQUATIONS - FONCTIONS

① PREMIER DEGRÉ	② SECOND DEGRÉ
Equation à 1 inconnue ( $a \neq 0$ ) $ax+b=0$ Racine $x=-\frac{b}{a}$	Equation à 1 inconnue ( $a \neq 0$ ) $ax^2+bx+c=0$
Fonction $y=ax+b$ (linéaire)  $\text{tg } \alpha = a$ (coeff. ang.) si mêmes échelles	1er Cas $b^2-4ac > 0$ Deux racines $x'$ et $x''$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x'+x'' = -\frac{b}{a}$ $x'x'' = \frac{c}{a}$ Ex. $5x^2-12x+4=0$ Rép.: $b^2-4ac = 144-80=64 > 0$ $x'=2$ $x = \frac{12 \pm \sqrt{64}}{10} = \frac{12 \pm 8}{10}$ $x'=0,4$
Droites parallèles $\alpha = \alpha'$ $\text{tg } \alpha = \text{tg } \alpha'$ $a = a'$ Ex. $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=2x-4 \end{cases}$	2ème Cas $b^2-4ac < 0$ Pas de racine Ex. $7x^2+8x+3=0$ $b^2-4ac = 64-84 = -20 < 0$
Droites perpendiculaires $ \alpha - \alpha'  = 90^\circ$ $\text{tg } \alpha \cdot \text{tg } \alpha' = -1$ $a \cdot a' = -1$ Ex. $\begin{cases} y=3x-1 \\ y=-\frac{x}{3}+5 \end{cases}$	3ème Cas $b^2-4ac = 0$ Une racine $x = -\frac{b}{2a}$ Ex. $4x^2-20x+25=0$ Rép.: $b^2-4ac = 400-400=0$ $x=2,5$ $x=20:8$
Droite (coeff. a) passant par $(x_0, y_0)$ $y - y_0 = a(x - x_0)$ Ex. $\begin{cases} x_0=2, y_0=-5 \\ a=4 \\ y+5=4(x-2) \end{cases}$	Fonction $y=ax^2+bx+c$ ( $a \neq 0$ ) 1er Cas $a > 0$  minimum $= -\frac{4ac-b^2}{4a}$
Droite passant par $(x_0, y_0)$ et $(x_1, y_1)$ $\frac{y-y_0}{x-x_0} = \frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$ Ex. $\begin{cases} x_0=2, y_0=-4 \\ x_1=5, y_1=7 \\ \frac{y+4}{x-2} = \frac{7+4}{5-2} \end{cases}$	2ème Cas $a < 0$  maximum $= -\frac{4ac-b^2}{4a}$
Système de 2 équations à 2 inconnues $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ 1er cas $ab'-ba' \neq 0$ $x = \frac{cb'-bc'}{ab'-ba'}$ $y = \frac{ac'-ca'}{ab'-ba'}$ 2ème cas $ab'-ba' = 0$ $cb'-bc' \neq 0$ Impossibilité (droites parallèles) $cb'-bc' = 0$ Indétermination (droites confondues)	$x'$ et $x''$ racines de l'équation $ax^2+bx+c=0$ (cas où $b^2-4ac > 0$ )
$x$ et $y$ : coordonnées du point d'intersection des deux droites	



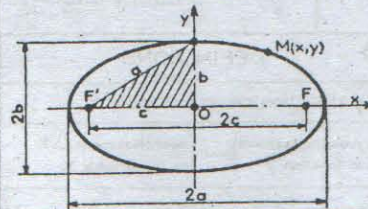
# ÉQUATIONS DE COURBES

CERCLE



$$x^2 + y^2 - r^2 = 0$$

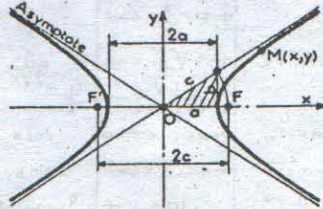
ELLIPSE



$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

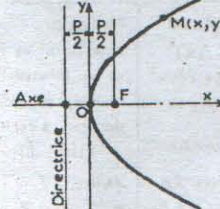
HYPERBOLE



$$c^2 = a^2 + b^2$$

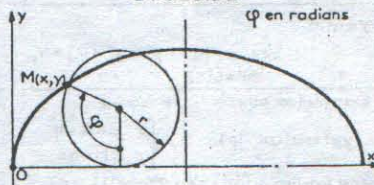
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

PARABOLE



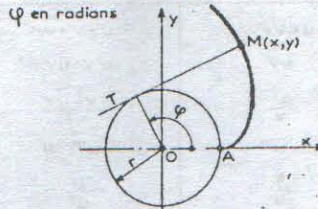
$$y^2 = 2px$$

CYCLOÏDE



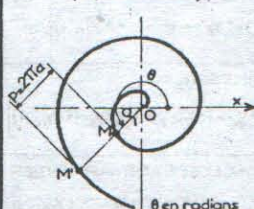
$$\begin{aligned} x &= r(\varphi - \sin \varphi) \\ y &= r(1 - \cos \varphi) \end{aligned}$$

DÉVELOPPANTE DE CERCLE



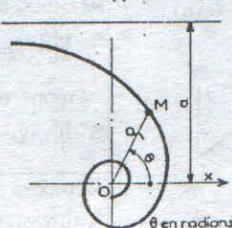
$$\begin{aligned} x &= r(\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) \\ y &= r(\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \end{aligned}$$

SPIRALE d'Archimède  
(à pas constant)



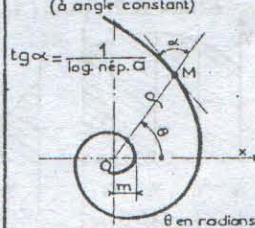
$$\varphi = a\theta$$

SPIRALE hyperbolique



$$\varphi = \frac{a}{\theta}$$

SPIRALE logarithmique  
(à angle constant)



$$\varphi = m\alpha^\theta$$



# DÉRIVÉES - PRIMITIVES

① DÉFINITIONS		② FORMULES USUELLES					
y = fonction de la variable x		PRIMITIVE F(x)	FONCTION f(x)	DÉRIVÉE f'(x)			
$\Delta y$ , accroissement de la fonction y pour l'accroissement $\Delta x$ de la variable X		$x + C$	$\Leftarrow 1 \Rightarrow$	0			
Dérivée $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$		$\frac{x^2}{2} + C$	$\Leftarrow x \Rightarrow$	1			
y' est la fonction dérivée de y y est une fonction primitive de y'		$\frac{x^3}{3} + C$	$\Leftarrow x^2 \Rightarrow$	2x			
Exemple: $y = x^2$ $y + \Delta y = (x + \Delta x)^2$ $\Delta y = 2x\Delta x + \Delta x^2$ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$ $y' = 2x$ (pour $\Delta x \rightarrow 0$ ) $x^2$ a pour dérivée 2x $x^2$ est une primitive de 2x		$\frac{x^4}{4} + C$	$\Leftarrow x^3 \Rightarrow$	$3x^2$			
Notation: Une primitive F(x) de la fonction f(x), ou intégrale indéfinie de f(x), s'écrit: $F(x) = \int f(x) dx$ se lit: Somme de f(x)dx		$\frac{x^{m+1}}{m+1} + C$ (pour $m \neq -1$ )	$\Leftarrow x^m \Rightarrow$	$mx^{m-1}$			
		$Lx + C$ (log. nép.)	$\Leftarrow \frac{1}{x} \Rightarrow$	$-\frac{1}{x^2}$			
		$\frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$	$\Leftarrow \sqrt{x} \Rightarrow$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$			
			$\Leftarrow \frac{Lx}{(\log. nép.)} \Rightarrow$	$\frac{1}{x}$			
		$-\cos x + C$	$\Leftarrow \sin x \Rightarrow$	$\cos x$			
		$\sin x + C$	$\Leftarrow \cos x \Rightarrow$	$-\sin x$			
		(C est une constante)	$\Leftarrow \lg x \Rightarrow$	$\frac{1}{\cos^2 x}$ ou $1 + \lg^2 x$			
③ FONCTION COMPOSÉE de plusieurs fonctions de x telles que U, V, W, ...		DÉRIVÉE		④ FONCTION de fonction de x		DÉRIVÉE	
$u + v + w$		$u' + v' + w'$		$y = f_1(u)$ $\downarrow u = f_2(v)$ $\downarrow v = f_3(x)$		$y'_x = y'_u \times u'_v \times v'_x$	
$uv$		$u'v + uv'$		Exemple (variable t): $y = R \sin(\omega t + \varphi)$ y est fonction de $(\omega t + \varphi)$ et $(\omega t + \varphi)$ est fonction de t		Posons: $\begin{cases} s = \omega t + \varphi \\ y = R \sin s \end{cases}$ Calculons: $y'_t = R \cos s \times s'$ ou $y'_t = R \omega \cos(\omega t + \varphi)$	
$\frac{u}{v}$		$\frac{u'v - uv'}{v^2}$					
$u^m$		$mu^{m-1}u'$					
$\frac{1}{u}$		$-\frac{u'}{u^2}$					
$\sqrt{u}$		$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$					
⑤ QUADRATURES APPROCHÉES							
Division en 2n parties égales (h)				MÉTHODE DES TRAPÈZES			
				$S = \frac{h}{2} [y_0 + y_{2n} + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{2n-1})]$			
				MÉTHODE DE SIMPSON			
				$S = \frac{h}{3} [y_0 + y_{2n} + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1})]$			
				MÉTHODES DE PONCELET ET DE PARMENTIER			
				$S_e = \frac{h}{2} [y_0 + y_{2n} - y_1 - y_{2n-1} + 4(y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{2n-1})]$			
				$S_o = 2h(y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{2n-1})$			
				Méthode de Poncelet $S = \frac{S_e + S_i}{2}$		Méthode de Parmentier $S = \frac{2S_e + S_i}{3}$	



log	LOGARITHMES DÉCIMAUX					
DÉFINITION DU LOGARITHME n de N		{ L'ÉGALITÉ $N = 10^n$		{ ENTRAÎNE → L'ÉGALITÉ $n = \log N$		
① LOGARITHMES DES PUISSANCES DE 10						
Puissances de 10	0,001 ou $10^{-3}$	0,01 ou $10^{-2}$	0,1 ou $10^{-1}$	1 ou $10^0$	10 ou $10^1$	100 ou $10^2$
Logarithmes correspondants	-3	-2	-1	0	1	2
② RECHERCHE DU LOGARITHME D'UN NOMBRE N						
LA CARACTÉRISTIQUE (partie entière)			LA MANTISSE (partie décimale)			
EST $\oplus$ (si $N > 1$ ) ou $\ominus$ (si $N < 1$ )			EST TOUJOURS $\oplus$			
Ne se lit pas dans la table			Se lit dans la table			
1 <sup>o</sup> Si N est plus grand que 1 : compter le nombre de ses chiffres avant la virgule et retrancher 1. (la caractéristique est positive $\oplus$ ) $\log 9315 = 3, \dots (4-1=3)$ $\log 125212 = 5, \dots (6-1=5)$ $\log 3,47 = 0, \dots (1-1=0)$			1 <sup>o</sup> Nombre de 3 chiffres (100 à 999): $\log 515 = 2,71181$			
2 <sup>o</sup> Si N est plus petit que 1 : lire le rang occupé par le premier chiffre significatif après la virgule (la caractéristique est négative $\ominus$ ) $\log 0,078 = \bar{2}, \dots$ (2 <sup>ème</sup> rang) $\log 0,00098 = \bar{4}, \dots$ (4 <sup>ème</sup> rang)			2 <sup>o</sup> Nombre de 2 chiffres ou nombre de 1 chiffre : $\log 70 = 1,84510$ (lire à 700) $\log 5 = 0,69897$ (lire à 500)			
			3 <sup>o</sup> Nombre de plus de 3 chiffres : $\log 5314 = 3,72509$ (lire à 531) $\log 18967 = 4,27875$ (lire à 190)			
③ RECHERCHE DU NOMBRE DONT ON CONNAIT LE LOGARITHME						
EXEMPLES	LOGARITHME DONNÉ	LECTURE MANTISSE (dans la table)	NOMBRE DE CHIFFRES :	N NOMBRE CHERCHÉ		
Caractéristique positive	4,92221	836 (lire à 92221)	avant la virgule 5 (caract.+1=4+1)	83 600		
Caractéristique négative	$\bar{2},75082$	563 (lire à 75082)	rang du 1 <sup>er</sup> chiffre après la virgule 2 (caract.)	0,0563		
CORRESPONDANCE DES OPÉRATIONS						
SUR LES NOMBRES			← →	SUR LES LOGARITHMES		
X	MULTIPLICATION		← →	ADDITION		+
:	DIVISION		← →	SOUSTRACTION		-
( ) <sup>P</sup>	PUISSANCE		← →	MULTIPLICATION		X
$\sqrt[n]{\phantom{x}}$	RACINE		← →	DIVISION		:



# LOGARITHMES

MANTISSES DES NOMBRES DE 100 à 499

log

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10.	000 00	004 32	008 60	012 84	017 03	021 19	025 31	029 38	033 42	037 43
11.	041 39	045 32	049 22	053 08	056 90	060 70	064 46	068 19	071 88	075 55
12.	079 18	082 79	086 36	089 91	093 42	096 91	100 37	103 80	107 21	110 59
13.	113 94	117 27	120 57	123 85	127 10	130 33	133 54	136 72	139 88	143 01
14.	146 13	149 22	152 29	155 34	158 36	161 37	164 35	167 32	170 26	173 19
15.	176 09	178 98	181 84	184 69	187 52	190 33	193 12	195 90	198 66	201 40
16.	204 12	206 83	209 52	212 19	214 84	217 48	220 11	222 72	225 31	227 89
17.	230 45	233 00	235 53	238 05	240 55	243 04	245 51	247 97	250 42	252 85
18.	255 27	257 68	260 07	262 45	264 82	267 17	269 51	271 84	274 16	276 46
19.	278 75	281 03	283 30	285 56	287 80	290 03	292 26	294 47	296 67	298 85
20.	301 03	303 20	305 35	307 50	309 63	311 75	313 87	315 97	318 06	320 15
21.	322 22	324 28	326 34	328 38	330 41	332 44	334 45	336 46	338 46	340 44
22.	342 42	344 39	346 35	348 30	350 25	352 18	354 11	356 03	357 93	359 84
23.	361 73	363 61	365 49	367 36	369 22	371 07	372 91	374 75	376 58	378 40
24.	380 21	382 02	383 82	385 61	387 39	389 17	390 94	392 70	394 45	396 20
25.	397 94	399 67	401 40	403 12	404 83	406 54	408 24	409 93	411 62	413 30
26.	414 97	416 64	418 30	419 96	421 60	423 25	424 88	426 51	428 13	429 75
27.	431 36	432 97	434 57	436 16	437 75	439 33	440 91	442 48	444 04	445 60
28.	447 16	448 71	450 25	451 79	453 32	454 84	456 37	457 88	459 39	460 90
29.	462 40	463 89	465 38	466 87	468 35	469 82	471 29	472 76	474 22	475 67
30.	477 12	478 57	480 01	481 44	482 87	484 30	485 72	487 14	488 55	489 96
31.	491 36	492 76	494 15	495 54	496 93	498 31	499 69	501 06	502 43	503 79
32.	505 15	506 51	507 86	509 20	510 55	511 88	513 22	514 55	515 87	517 20
33.	518 51	519 83	521 14	522 44	523 75	525 04	526 34	527 63	528 92	530 20
34.	531 48	532 75	534 03	535 29	536 56	537 82	539 08	540 33	541 58	542 83
35.	544 07	545 31	546 54	547 77	549 00	550 23	551 45	552 67	553 88	555 09
36.	556 30	557 51	558 71	559 91	561 10	562 29	563 48	564 67	565 85	567 03
37.	568 20	569 37	570 54	571 71	572 87	574 03	575 19	576 34	577 49	578 64
38.	579 78	580 92	582 06	583 20	584 33	585 46	586 59	587 71	588 83	589 95
39.	591 06	592 18	593 29	594 39	595 50	596 60	597 70	598 79	599 88	600 97
40.	602 06	603 14	604 23	605 31	606 38	607 46	608 53	609 59	610 66	611 72
41.	612 78	613 84	614 90	615 95	617 00	618 05	619 09	620 14	621 18	622 21
42.	623 25	624 28	625 31	626 34	627 37	628 39	629 41	630 43	631 44	632 46
43.	633 47	634 48	635 48	636 49	637 49	638 49	639 49	640 48	641 47	642 46
44.	643 45	644 44	645 42	646 40	647 38	648 36	649 33	650 31	651 28	652 25
45.	653 21	654 18	655 14	656 10	657 06	658 01	658 96	659 92	660 87	661 81
46.	662 76	663 70	664 64	665 58	666 52	667 45	668 39	669 32	670 25	671 17
47.	672 10	673 02	673 94	674 86	675 78	676 69	677 61	678 52	679 43	680 34
48.	681 24	682 15	683 05	683 95	684 85	685 74	686 64	687 53	688 42	689 31
49.	690 20	691 08	691 97	692 85	693 73	694 61	695 48	696 36	697 23	698 10

## EXEMPLES D'UTILISATION

① MULTIPLICATION  
 $c = a \cdot b \iff \log c = \log a + \log b$

$$\begin{array}{rcl} \textcircled{253} & \longrightarrow & 2,403\ 12 \\ \times \textcircled{312} & \longrightarrow & +2,494\ 15 \\ \hline = 78\ 936 & \longleftarrow & 4,897\ 27 \end{array}$$

② PUISSANCE  
 $N = a^n \iff \log N = n \cdot \log a$

$$\begin{array}{rcl} \textcircled{9^4} & \longrightarrow & 0,954\ 24 \\ & \times 4 & \\ \hline = 6\ 561 & \longleftarrow & 3,816\ 96 \end{array}$$

③ DIVISION  
 $c = a : b \iff \log c = \log a - \log b$

$$\begin{array}{rcl} \textcircled{480} & \longrightarrow & 2,681\ 24 \\ : \textcircled{6} & \longrightarrow & -0,778\ 15 \\ \hline = 80 & \longleftarrow & 1,903\ 09 \end{array}$$

④ RACINE  
 $R = \sqrt[n]{a} \iff \log R = \frac{\log a}{n}$

$$\begin{array}{rcl} \textcircled{\sqrt[3]{72}} & \longrightarrow & 1,857\ 33 \\ & : 3 & \\ \hline = 4,1602 & \longleftarrow & 0,619\ 11 \end{array}$$



log	LOGARITHMES									
	MANTISSES DES NOMBRES DE 500 à 999									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50.	698 97	699 84	700 70	701 57	702 43	703 29	704 15	705 01	705 86	706 72
51.	707 57	708 42	709 27	710 12	710 96	711 81	712 65	713 49	714 33	715 17
52.	716 00	716 84	717 67	718 50	719 33	720 16	720 99	721 81	722 63	723 46
53.	724 28	725 09	725 91	726 73	727 54	728 35	729 16	729 97	730 78	731 59
54.	732 39	733 20	734 00	734 80	735 60	736 40	737 19	737 99	738 78	739 57
55.	740 36	741 15	741 94	742 73	743 51	744 29	745 07	745 86	746 63	747 41
56.	748 19	748 96	749 74	750 51	751 28	752 05	752 82	753 58	754 35	755 11
57.	755 87	756 64	757 40	758 15	758 91	759 67	760 42	761 18	761 93	762 68
58.	763 43	764 18	764 92	765 67	766 41	767 16	767 90	768 64	769 38	770 12
59.	770 85	771 59	772 32	773 05	773 79	774 52	775 25	775 97	776 70	777 43
60.	778 15	778 87	779 60	780 32	781 04	781 76	782 47	783 19	783 90	784 62
61.	785 33	786 04	786 75	787 46	788 17	788 88	789 58	790 29	790 99	791 69
62.	792 39	793 09	793 79	794 49	795 18	795 88	796 57	797 27	797 96	798 65
63.	799 34	800 03	800 72	801 40	802 09	802 77	803 46	804 14	804 82	805 50
64.	806 18	806 86	807 54	808 21	808 89	809 56	810 23	810 90	811 58	812 24
65.	812 91	813 58	814 25	814 91	815 58	816 24	816 90	817 57	818 23	818 89
66.	819 54	820 20	820 86	821 51	822 17	822 82	823 47	824 13	824 78	825 43
67.	826 07	826 72	827 37	828 02	828 66	829 30	829 95	830 59	831 23	831 87
68.	832 51	833 15	833 78	834 42	835 06	835 69	836 32	836 96	837 59	838 22
69.	838 85	839 48	840 11	840 73	841 36	841 98	842 61	843 23	843 86	844 48
70.	845 10	845 72	846 34	846 96	847 57	848 19	848 80	849 42	850 03	850 65
71.	851 26	851 87	852 48	853 09	853 70	854 31	854 91	855 52	856 12	856 73
72.	857 33	857 94	858 54	859 14	859 74	860 34	860 94	861 53	862 13	862 73
73.	863 32	863 92	864 51	865 10	865 70	866 29	866 88	867 47	868 06	868 64
74.	869 23	869 82	870 40	870 99	871 57	872 16	872 74	873 32	873 90	874 48
75.	875 06	875 64	876 22	876 79	877 37	877 95	878 52	879 10	879 67	880 24
76.	880 81	881 38	881 95	882 52	883 09	883 66	884 23	884 80	885 37	885 93
77.	886 49	887 05	887 62	888 18	888 74	889 30	889 86	890 42	890 98	891 54
78.	892 09	892 65	893 21	893 76	894 32	894 87	895 42	895 97	896 53	897 08
79.	897 63	898 18	898 73	899 27	899 82	900 37	900 91	901 46	902 00	902 55
80.	903 09	903 63	904 17	904 72	905 26	905 80	906 34	906 87	907 41	907 95
81.	908 49	909 02	909 56	910 09	910 62	911 16	911 69	912 22	912 75	913 28
82.	913 81	914 34	914 87	915 40	915 93	916 45	916 98	917 51	918 03	918 55
83.	919 08	919 60	920 12	920 65	921 17	921 69	922 21	922 73	923 24	923 76
84.	924 28	924 80	925 31	925 83	926 34	926 86	927 37	927 88	928 40	928 91
85.	929 42	929 93	930 44	930 95	931 46	931 97	932 47	932 98	933 49	933 99
86.	934 50	935 00	935 51	936 01	936 51	937 02	937 52	938 02	938 52	939 02
87.	939 52	940 02	940 52	941 01	941 51	942 01	942 50	943 00	943 49	943 99
88.	944 48	944 98	945 47	945 96	946 45	946 94	947 43	947 92	948 41	948 90
89.	949 39	949 88	950 36	950 85	951 34	951 82	952 31	952 79	953 28	953 76
90.	954 24	954 72	955 21	955 69	956 17	956 65	957 13	957 61	958 09	958 56
91.	959 04	959 52	959 99	960 47	960 95	961 42	961 90	962 37	962 84	963 32
92.	963 79	964 26	964 73	965 20	965 67	966 14	966 61	967 08	967 55	968 02
93.	968 48	968 95	969 42	969 88	970 35	970 81	971 28	971 74	972 20	972 67
94.	973 13	973 59	974 05	974 51	974 97	975 43	975 89	976 35	976 81	977 27
95.	977 72	978 18	978 64	979 09	979 55	980 00	980 46	980 91	981 37	981 82
96.	982 27	982 72	983 18	983 63	984 08	984 53	984 98	985 43	985 88	986 32
97.	986 77	987 22	987 67	988 11	988 56	989 00	989 45	989 89	990 34	990 78
98.	991 23	991 67	992 11	992 55	993 00	993 44	993 88	994 32	994 76	995 20
99.	995 64	996 07	996 51	996 95	997 39	997 82	998 26	998 70	999 13	999 57

CALCUL DES NOMBRES. RENARD (R) (raison $q = \sqrt[10]{10}$ )										
Termes	1	$q^1$	$q^2$	$q^3$	$q^4$	$q^5$	$q^6$	$q^7$	$q^8$	$q^9$
log.	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
arith.	1	1,2589	1,5849	1,9953	2,5119	3,1623	3,9811	5,0119	6,3096	7,9433
$\approx$	1,00	1,25	1,60	2,00	2,50	3,15	4,00	5,00	6,30	8,00



# TABLE DES CARRÉS

DES NOMBRES 0 à 499

N<sup>2</sup>

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1.	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2.	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3.	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4.	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5.	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6.	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7.	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8.	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9.	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801
10.	10000	10201	10404	10609	10816	11025	11236	11449	11664	11881
11.	12100	12321	12544	12769	12996	13225	13456	13689	13924	14161
12.	14400	14641	14884	15129	15376	15625	15876	16129	16384	16641
13.	16900	17161	17424	17689	17956	18225	18496	18769	19044	19321
14.	19600	19881	20164	20449	20736	21025	21316	21609	21904	22201
15.	22500	22801	23104	23409	23716	24025	24336	24649	24964	25281
16.	25600	25921	26244	26569	26896	27225	27556	27889	28224	28561
17.	28900	29241	29584	29929	30276	30625	30976	31329	31684	32041
18.	32400	32761	33124	33489	33856	34225	34596	34969	35344	35721
19.	36100	36481	36864	37249	37636	38025	38416	38809	39204	39601
20.	40000	40401	40804	41209	41616	42025	42436	42849	43264	43681
21.	44100	44521	44944	45369	45796	46225	46656	47089	47524	47961
22.	48400	48841	49284	49729	50176	50625	51076	51529	51984	52441
23.	52900	53361	53824	54289	54756	55225	55696	56169	56644	57121
24.	57600	58081	58564	59049	59536	60025	60516	61009	61504	62001
25.	62500	63001	63504	64009	64516	65025	65536	66049	66564	67081
26.	67600	68121	68644	69169	69696	70225	70756	71289	71824	72361
27.	72900	73441	73984	74529	75076	75625	76176	76729	77284	77841
28.	78400	78961	79524	80089	80656	81225	81796	82369	82944	83521
29.	84100	84681	85264	85849	86436	87025	87616	88209	88804	89401
30.	90000	90601	91204	91809	92416	93025	93636	94249	94864	95481
31.	96100	96721	97344	97969	98596	99225	99856	100489	101124	101761
32.	102400	103041	103684	104329	104976	105625	106276	106929	107584	108241
33.	108900	109561	110224	110889	111556	112225	112896	113569	114244	114921
34.	115600	116281	116964	117649	118336	119025	119716	120409	121104	121801
35.	122500	123201	123904	124609	125316	126025	126736	127449	128164	128881
36.	129600	130321	131044	131769	132496	133225	133956	134689	135424	136161
37.	136900	137641	138384	139129	139876	140625	141376	142129	142884	143641
38.	144400	145161	145924	146689	147456	148225	148996	149769	150544	151321
39.	152100	152881	153664	154449	155236	156025	156816	157609	158404	159201
40.	160000	160801	161604	162409	163216	164025	164836	165649	166464	167281
41.	168100	168921	169744	170569	171396	172225	173056	173889	174724	175561
42.	176400	177241	178084	178929	179776	180625	181476	182329	183184	184041
43.	184900	185761	186624	187489	188356	189225	190096	190969	191844	192721
44.	193600	194481	195364	196249	197136	198025	198916	199809	200704	201601
45.	202500	203401	204304	205209	206116	207025	207936	208849	209764	210681
46.	211600	212521	213444	214369	215296	216225	217156	218089	219024	219961
47.	220900	221841	222784	223729	224676	225625	226576	227529	228484	229441
48.	230400	231361	232324	233289	234256	235225	236196	237169	238144	239121
49.	240100	241081	242064	243049	244036	245025	246016	247009	248004	249001

CARRÉ DE 10 N., 100 N.....

① Carrés des puissances de 10  
doubler le  
nombre de  
zéros  
 $10^2 = 100$   
 $100^2 = 10\ 000$   
 $1000^2 = 1\ 000\ 000$

③ Carré d'un nombre ayant 3 chiffres significatifs  
Ex:  $1340^2 = 134^2 \times 10^2 = 1795\ 600$   
 $2500^2 = 25^2 \times 100^2 = 6\ 250\ 000$

② Carré d'un nombre de 3 chiffres  
lire la table  
Ex:  $135^2 = 18\ 225$

④ Carré d'un nombre quelconque  
Ex:  $6253^2 \approx 6250^2 \approx 39\ 062\ 500$



<div> <div>N<sup>2</sup></div> <div>TABLE DES CARRÉS</div> <div>DES NOMBRES 500 à 999</div> </div>										
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50.	250 000	251 001	252 004	253 009	254 016	255 025	256 036	257 049	258 064	259 081
51.	260 100	261 121	262 144	263 169	264 196	265 225	266 256	267 289	268 324	269 361
52.	270 400	271 441	272 484	273 529	274 576	275 625	276 676	277 729	278 784	279 841
53.	280 900	281 961	283 024	284 089	285 156	286 225	287 296	288 369	289 444	290 521
54.	291 600	292 681	293 764	294 849	295 936	297 025	298 116	299 209	300 304	301 401
55.	302 500	303 601	304 704	305 809	306 916	308 025	309 136	310 249	311 364	312 481
56.	313 600	314 721	315 844	316 969	318 096	319 225	320 356	321 489	322 624	323 761
57.	324 900	326 041	327 184	328 329	329 476	330 625	331 776	332 929	334 084	335 241
58.	336 400	337 561	338 724	339 889	341 056	342 225	343 396	344 569	345 744	346 921
59.	348 100	349 281	350 464	351 649	352 836	354 025	355 216	356 409	357 604	358 801
60.	360 000	361 201	362 404	363 609	364 816	366 025	367 236	368 449	369 664	370 881
61.	372 100	373 321	374 544	375 769	376 996	378 225	379 456	380 689	381 924	383 161
62.	384 400	385 641	386 884	388 129	389 376	390 625	391 876	393 129	394 384	395 641
63.	396 900	398 161	399 424	400 689	401 956	403 225	404 496	405 769	407 044	408 321
64.	409 600	410 881	412 164	413 449	414 736	416 025	417 316	418 609	419 904	421 201
65.	422 500	423 801	425 104	426 409	427 716	429 025	430 336	431 649	432 964	434 281
66.	435 600	436 921	438 244	439 569	440 896	442 225	443 556	444 889	446 224	447 561
67.	448 900	450 241	451 584	452 929	454 276	455 625	456 976	458 329	459 684	461 041
68.	462 400	463 761	465 124	466 489	467 856	469 225	470 596	471 969	473 344	474 721
69.	476 100	477 481	478 864	480 249	481 636	483 025	484 416	485 809	487 204	488 601
70.	490 000	491 401	492 804	494 209	495 616	497 025	498 436	499 849	501 264	502 681
71.	504 100	505 521	506 944	508 369	509 796	511 225	512 656	514 089	515 524	516 961
72.	518 400	519 841	521 284	522 729	524 176	525 625	527 076	528 529	529 984	531 441
73.	532 900	534 361	535 824	537 289	538 756	540 225	541 696	543 169	544 644	546 121
74.	547 600	549 081	550 564	552 049	553 536	555 025	556 516	558 009	559 504	561 001
75.	562 500	564 001	565 504	567 009	568 516	570 025	571 536	573 049	574 564	576 081
76.	572 600	574 121	575 644	577 169	578 696	580 225	581 756	583 289	584 824	586 361
77.	582 900	584 441	585 984	587 529	589 076	590 625	592 176	593 729	595 284	596 841
78.	608 400	609 961	611 524	613 089	614 656	616 225	617 796	619 369	620 944	622 521
79.	624 100	625 681	627 264	628 849	630 436	632 025	633 616	635 209	636 804	638 401
80.	640 000	641 601	643 204	644 809	646 416	648 025	649 636	651 249	652 864	654 481
81.	656 100	657 721	659 344	660 969	662 596	664 225	665 856	667 489	669 124	670 761
82.	672 400	674 041	675 684	677 329	678 976	680 625	682 276	683 929	685 584	687 241
83.	688 900	690 561	692 224	693 889	695 556	697 225	698 896	700 569	702 244	703 921
84.	705 600	707 281	708 964	710 649	712 336	714 025	715 716	717 409	719 104	720 801
85.	722 500	724 201	725 904	727 609	729 316	731 025	732 736	734 449	736 164	737 881
86.	739 600	741 321	743 044	744 769	746 496	748 225	749 956	751 689	753 424	755 161
87.	756 900	758 641	760 384	762 129	763 876	765 625	767 376	769 129	770 884	772 641
88.	774 400	776 161	777 924	779 689	781 456	783 225	784 996	786 769	788 544	790 321
89.	792 100	793 881	795 664	797 449	799 236	801 025	802 816	804 609	806 404	808 201
90.	810 000	811 801	813 604	815 409	817 216	819 025	820 836	822 649	824 464	826 281
91.	828 100	829 921	831 744	833 569	835 396	837 225	839 056	840 889	842 724	844 561
92.	846 400	848 241	850 084	851 929	853 776	855 625	857 476	859 329	861 184	863 041
93.	864 900	866 761	868 624	870 489	872 356	874 225	876 096	877 969	879 844	881 721
94.	883 600	885 481	887 364	889 249	891 136	893 025	894 916	896 809	898 704	900 601
95.	902 500	904 401	906 304	908 209	910 116	912 025	913 936	915 849	917 764	919 681
96.	921 600	923 521	925 444	927 369	929 296	931 225	933 156	935 089	937 024	938 961
97.	940 900	942 841	944 784	946 729	948 676	950 625	952 576	954 529	956 484	958 441
98.	960 400	962 361	964 324	966 289	968 256	970 225	972 196	974 169	976 144	978 121
99.	980 100	982 081	984 064	986 049	988 036	990 025	992 016	994 009	996 004	998 001
① CARRÉS DES NOMBRES DÉCIMAUX										
Exemples :		Ne pas tenir compte de la virgule et effectuer le carré.					Exemples :			
12,6 <sup>2</sup> = 153,76		Séparer, à droite, un nombre double de chiffres décimaux :					3,14 <sup>2</sup> = 9,8596			
carré de 126,		2 si le nombre en comporte :					carré de 314,			
(2 chiffres décimaux)		<div> <div>4</div> <div>6</div> <div>—</div> </div>					(4 chiffres décimaux)			
		<div> <div>—</div> <div>—</div> <div>—</div> </div>								



TABLE DES RACINES CARRÉES										
DES NOMBRES 0 à 499										
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0,0000	1,0000	1,4142	1,7321	2,0000	2,2361	2,4495	2,6458	2,8284	3,0000
1.	3,1623	3,3166	3,4641	3,6056	3,7417	3,8730	4,0000	4,1231	4,2426	4,3589
2.	4,4721	4,5826	4,6904	4,7958	4,8990	5,0000	5,0990	5,1962	5,2915	5,3852
3.	5,4772	5,5678	5,6569	5,7446	5,8310	5,9161	6,0000	6,0828	6,1644	6,2450
4.	6,3246	6,4031	6,4807	6,5574	6,6332	6,7082	6,7823	6,8557	6,9282	7,0000
5.	7,0711	7,1414	7,2111	7,2801	7,3485	7,4162	7,4833	7,5498	7,6158	7,6811
6.	7,7460	7,8102	7,8740	7,9373	8,0000	8,0623	8,1240	8,1854	8,2462	8,3066
7.	8,3666	8,4261	8,4853	8,5440	8,6023	8,6603	8,7178	8,7750	8,8318	8,8882
8.	8,9443	9,0000	9,0554	9,1104	9,1652	9,2195	9,2736	9,3274	9,3808	9,4340
9.	9,4868	9,5394	9,5917	9,6437	9,6954	9,7468	9,7980	9,8489	9,8995	9,9499
10.	10,0000	10,0499	10,0995	10,1489	10,1980	10,2470	10,2956	10,3441	10,3923	10,4403
11.	10,4881	10,5357	10,5830	10,6301	10,6771	10,7238	10,7703	10,8167	10,8628	10,9087
12.	10,9545	11,0000	11,0454	11,0905	11,1355	11,1803	11,2250	11,2694	11,3137	11,3578
13.	11,4018	11,4455	11,4891	11,5326	11,5758	11,6190	11,6619	11,7047	11,7473	11,7898
14.	11,8322	11,8743	11,9164	11,9583	12,0000	12,0416	12,0830	12,1244	12,1655	12,2066
15.	12,2474	12,2882	12,3288	12,3693	12,4097	12,4499	12,4900	12,5300	12,5698	12,6095
16.	12,6491	12,6886	12,7279	12,7671	12,8062	12,8452	12,8841	12,9228	12,9615	13,0000
17.	13,0384	13,0767	13,1149	13,1529	13,1909	13,2288	13,2665	13,3041	13,3417	13,3791
18.	13,4164	13,4536	13,4907	13,5277	13,5647	13,6015	13,6382	13,6748	13,7113	13,7477
19.	13,7840	13,8203	13,8564	13,8924	13,9284	13,9642	14,0000	14,0357	14,0712	14,1067
20.	14,1421	14,1774	14,2127	14,2478	14,2829	14,3178	14,3527	14,3875	14,4222	14,4568
21.	14,4914	14,5258	14,5602	14,5945	14,6287	14,6629	14,6969	14,7309	14,7648	14,7986
22.	14,8324	14,8661	14,8997	14,9332	14,9666	15,0000	15,0333	15,0665	15,0997	15,1327
23.	15,1658	15,1987	15,2315	15,2643	15,2971	15,3297	15,3623	15,3948	15,4272	15,4596
24.	15,4919	15,5242	15,5563	15,5885	15,6205	15,6525	15,6844	15,7162	15,7480	15,7797
25.	15,8114	15,8430	15,8745	15,9060	15,9374	15,9687	16,0000	16,0312	16,0624	16,0935
26.	16,1245	16,1555	16,1864	16,2173	16,2481	16,2788	16,3095	16,3401	16,3707	16,4012
27.	16,4317	16,4621	16,4924	16,5227	16,5529	16,5831	16,6132	16,6433	16,6733	16,7033
28.	16,7332	16,7631	16,7929	16,8226	16,8523	16,8819	16,9115	16,9411	16,9706	17,0000
29.	17,0294	17,0587	17,0880	17,1172	17,1464	17,1756	17,2047	17,2337	17,2627	17,2916
30.	17,3205	17,3494	17,3781	17,4069	17,4356	17,4642	17,4929	17,5214	17,5499	17,5784
31.	17,6068	17,6352	17,6635	17,6918	17,7200	17,7482	17,7764	17,8045	17,8326	17,8606
32.	17,8885	17,9165	17,9444	17,9722	18,0000	18,0278	18,0555	18,0831	18,1108	18,1384
33.	18,1659	18,1934	18,2209	18,2483	18,2757	18,3030	18,3303	18,3576	18,3848	18,4120
34.	18,4391	18,4662	18,4932	18,5203	18,5472	18,5742	18,6011	18,6279	18,6548	18,6815
35.	18,7083	18,7350	18,7617	18,7883	18,8149	18,8414	18,8680	18,8944	18,9209	18,9473
36.	18,9737	19,0000	19,0263	19,0526	19,0788	19,1050	19,1311	19,1572	19,1833	19,2094
37.	19,2354	19,2614	19,2873	19,3132	19,3391	19,3649	19,3907	19,4165	19,4422	19,4679
38.	19,4936	19,5192	19,5448	19,5704	19,5959	19,6214	19,6469	19,6723	19,6977	19,7231
39.	19,7484	19,7737	19,7990	19,8242	19,8494	19,8746	19,8997	19,9249	19,9499	19,9750
40.	20,0000	20,0250	20,0499	20,0749	20,0998	20,1246	20,1494	20,1742	20,1990	20,2237
41.	20,2485	20,2731	20,2978	20,3224	20,3470	20,3715	20,3961	20,4206	20,4450	20,4695
42.	20,4939	20,5183	20,5426	20,5670	20,5913	20,6155	20,6398	20,6640	20,6882	20,7123
43.	20,7364	20,7605	20,7846	20,8087	20,8327	20,8567	20,8806	20,9045	20,9284	20,9523
44.	20,9762	21,0000	21,0238	21,0476	21,0713	21,0950	21,1187	21,1424	21,1660	21,1896
45.	21,2132	21,2368	21,2603	21,2838	21,3073	21,3307	21,3542	21,3776	21,4009	21,4243
46.	21,4476	21,4709	21,4942	21,5174	21,5407	21,5639	21,5870	21,6102	21,6333	21,6564
47.	21,6795	21,7025	21,7256	21,7486	21,7715	21,7945	21,8174	21,8403	21,8632	21,8861
48.	21,9089	21,9317	21,9545	21,9773	22,0000	22,0227	22,0454	22,0681	22,0907	22,1133
49.	22,1359	22,1585	22,1811	22,2036	22,2261	22,2486	22,2711	22,2935	22,3159	22,3383
RACINE CARRÉE DE    10 N    100 N.....    0,1 N    0,01 N										
① Racine carrée des puissances de 10: diviser par 2 le nombre de zéros $\sqrt{100} = 10$ $\sqrt{10\,000} = 100$					③ Racine carrée d'un nombre ayant 3 chiffres significatifs: $\sqrt{12\,800} = \sqrt{128} \times \sqrt{100} = 113,137$					
② Racine carrée d'un nombre de 3 chiffres : lire dans la table. Ex. $\sqrt{961} = 31$					④ Racine carrée d'un nombre décimal. Ex. $\sqrt{7,5} = \sqrt{\frac{750}{100}} = \frac{\sqrt{750}}{10} = 2,739$					





# TABLE DES RACINES CARRÉES DES NOMBRES 500 à 999

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50.	22,3607	22,3830	22,4054	22,4277	22,4499	22,4722	22,4944	22,5167	22,5389	22,5610
51.	22,5832	22,6053	22,6274	22,6495	22,6716	22,6936	22,7156	22,7376	22,7596	22,7816
52.	22,8035	22,8254	22,8473	22,8692	22,8910	22,9129	22,9347	22,9565	22,9783	23,0000
53.	23,0217	23,0434	23,0651	23,0868	23,1084	23,1301	23,1517	23,1733	23,1948	23,2164
54.	23,2379	23,2594	23,2809	23,3024	23,3238	23,3452	23,3666	23,3880	23,4094	23,4307
55.	23,4521	23,4734	23,4947	23,5160	23,5372	23,5584	23,5797	23,6008	23,6220	23,6432
56.	23,6643	23,6854	23,7065	23,7276	23,7487	23,7697	23,7908	23,8118	23,8328	23,8537
57.	23,8747	23,8956	23,9165	23,9374	23,9583	23,9792	24,0000	24,0208	24,0416	24,0624
58.	24,0832	24,1039	24,1247	24,1454	24,1661	24,1868	24,2074	24,2281	24,2487	24,2693
59.	24,2899	24,3105	24,3311	24,3516	24,3721	24,3926	24,4131	24,4336	24,4540	24,4745
60.	24,4949	24,5153	24,5357	24,5561	24,5764	24,5967	24,6171	24,6374	24,6577	24,6779
61.	24,6982	24,7184	24,7386	24,7588	24,7790	24,7992	24,8193	24,8395	24,8596	24,8797
62.	24,8998	24,9199	24,9399	24,9600	24,9800	25,0000	25,0200	25,0400	25,0599	25,0799
63.	25,0998	25,1197	25,1396	25,1595	25,1794	25,1992	25,2190	25,2389	25,2587	25,2784
64.	25,2982	25,3180	25,3377	25,3574	25,3772	25,3969	25,4165	25,4362	25,4558	25,4755
65.	25,4951	25,5147	25,5343	25,5539	25,5734	25,5930	25,6125	25,6320	25,6515	25,6710
66.	25,6905	25,7099	25,7294	25,7488	25,7682	25,7876	25,8070	25,8263	25,8457	25,8650
67.	25,8844	25,9037	25,9230	25,9422	25,9615	25,9808	26,0000	26,0192	26,0384	26,0576
68.	26,0768	26,0960	26,1151	26,1343	26,1534	26,1725	26,1916	26,2107	26,2298	26,2488
69.	26,2679	26,2869	26,3059	26,3249	26,3439	26,3629	26,3818	26,4008	26,4197	26,4386
70.	26,4575	26,4764	26,4953	26,5141	26,5330	26,5518	26,5707	26,5895	26,6083	26,6271
71.	26,6458	26,6646	26,6833	26,7021	26,7208	26,7395	26,7582	26,7769	26,7955	26,8142
72.	26,8328	26,8514	26,8701	26,8887	26,9072	26,9258	26,9444	26,9629	26,9815	27,0000
73.	27,0185	27,0370	27,0555	27,0740	27,0924	27,1109	27,1293	27,1477	27,1662	27,1846
74.	27,2029	27,2213	27,2397	27,2580	27,2764	27,2947	27,3130	27,3313	27,3496	27,3679
75.	27,3861	27,4044	27,4226	27,4408	27,4591	27,4773	27,4955	27,5136	27,5318	27,5500
76.	27,5681	27,5862	27,6043	27,6225	27,6405	27,6586	27,6767	27,6948	27,7128	27,7308
77.	27,7489	27,7669	27,7849	27,8029	27,8209	27,8388	27,8568	27,8747	27,8927	27,9106
78.	27,9285	27,9464	27,9643	27,9821	28,0000	28,0179	28,0357	28,0535	28,0713	28,0891
79.	28,1069	28,1247	28,1425	28,1603	28,1780	28,1957	28,2135	28,2312	28,2489	28,2666
80.	28,2843	28,3019	28,3196	28,3373	28,3549	28,3725	28,3901	28,4077	28,4253	28,4429
81.	28,4605	28,4781	28,4956	28,5132	28,5307	28,5482	28,5657	28,5832	28,6007	28,6182
82.	28,6356	28,6531	28,6705	28,6880	28,7054	28,7228	28,7402	28,7576	28,7750	28,7924
83.	28,8097	28,8271	28,8444	28,8617	28,8791	28,8964	28,9137	28,9310	28,9482	28,9655
84.	28,9828	29,0000	29,0172	29,0345	29,0517	29,0689	29,0861	29,1033	29,1204	29,1376
85.	29,1548	29,1719	29,1890	29,2062	29,2233	29,2404	29,2575	29,2746	29,2916	29,3087
86.	29,3258	29,3428	29,3598	29,3769	29,3939	29,4109	29,4279	29,4449	29,4618	29,4788
87.	29,4958	29,5127	29,5296	29,5466	29,5635	29,5804	29,5973	29,6142	29,6311	29,6479
88.	29,6648	29,6816	29,6985	29,7153	29,7321	29,7489	29,7658	29,7825	29,7993	29,8161
89.	29,8329	29,8496	29,8664	29,8831	29,8998	29,9166	29,9333	29,9500	29,9666	29,9833
90.	30,0000	30,0167	30,0333	30,0500	30,0666	30,0832	30,0998	30,1164	30,1330	30,1496
91.	30,1662	30,1828	30,1993	30,2159	30,2324	30,2490	30,2655	30,2820	30,2985	30,3150
92.	30,3315	30,3480	30,3645	30,3809	30,3974	30,4138	30,4302	30,4467	30,4631	30,4795
93.	30,4959	30,5123	30,5287	30,5450	30,5614	30,5778	30,5941	30,6105	30,6268	30,6431
94.	30,6594	30,6757	30,6920	30,7083	30,7246	30,7409	30,7571	30,7734	30,7896	30,8058
95.	30,8221	30,8383	30,8545	30,8707	30,8869	30,9031	30,9192	30,9354	30,9516	30,9677
96.	30,9839	31,0000	31,0161	31,0322	31,0483	31,0644	31,0805	31,0966	31,1127	31,1288
97.	31,1448	31,1609	31,1769	31,1929	31,2090	31,2250	31,2410	31,2570	31,2730	31,2890
98.	31,3050	31,3209	31,3369	31,3528	31,3688	31,3847	31,4006	31,4166	31,4325	31,4484
99.	31,4643	31,4802	31,4960	31,5119	31,5278	31,5436	31,5595	31,5753	31,5911	31,6070

## ① EXTRACTION DE LA RACINE CARRÉE

Exemple:

$$\begin{array}{r} 625 \quad 25 \\ 4 \quad 45 \\ \hline 225 \quad 5 \\ 225 \quad 225 \\ \hline 0 \end{array}$$

1. Partager en tranches de 2 chiffres en partant de la virgule
2. Extraire la racine de la 1<sup>re</sup> tranche ( $\sqrt{6} \approx 2$ )
3. Soustraire de la 1<sup>re</sup> tranche le carré de cette racine ( $6 - 2^2 = 2$ )
4. Abaisser à côté du reste la 2<sup>me</sup> tranche. Isoler le premier chiffre à droite (22,5).
5. Diviser la tranche de gauche par 2 fois la racine ( $22,4 \approx 5$ )
6. Ecrire 5 à la droite de 4 et multiplier par 5
7. Retrancher de 225... etc...



$N^3$ 206



$N^3$ [illegible]



# TABLE DES RACINES CUBIQUES DES NOMBRES 1 à 499



N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0	1,0000	1,2599	1,4422	1,5874	1,7100	1,8171	1,9129	2,0000	2,0801
1.	2,1544	2,2240	2,2894	2,3513	2,4101	2,4662	2,5198	2,5713	2,6207	2,6684
2.	2,7144	2,7589	2,8020	2,8439	2,8845	2,9240	2,9625	3,0000	3,0366	3,0723
3.	3,1072	3,1414	3,1748	3,2075	3,2396	3,2711	3,3019	3,3322	3,3620	3,3912
4.	3,4200	3,4482	3,4760	3,5034	3,5303	3,5569	3,5830	3,6088	3,6342	3,6593
5.	3,6840	3,7084	3,7325	3,7563	3,7798	3,8030	3,8259	3,8485	3,8709	3,8930
6.	3,9149	3,9365	3,9579	3,9791	4,0000	4,0207	4,0412	4,0615	4,0817	4,1016
7.	4,1213	4,1408	4,1602	4,1793	4,1983	4,2172	4,2358	4,2543	4,2727	4,2908
8.	4,3089	4,3267	4,3445	4,3621	4,3795	4,3968	4,4140	4,4310	4,4480	4,4647
9.	4,4814	4,4979	4,5144	4,5307	4,5468	4,5629	4,5789	4,5947	4,6104	4,6261
10.	4,6416	4,6570	4,6723	4,6875	4,7027	4,7177	4,7326	4,7475	4,7622	4,7769
11.	4,7914	4,8059	4,8203	4,8346	4,8488	4,8629	4,8770	4,8910	4,9049	4,9187
12.	4,9324	4,9461	4,9597	4,9732	4,9866	5,0000	5,0133	5,0265	5,0397	5,0528
13.	5,0658	5,0788	5,0916	5,1045	5,1172	5,1299	5,1426	5,1551	5,1676	5,1801
14.	5,1925	5,2048	5,2171	5,2293	5,2415	5,2536	5,2656	5,2776	5,2896	5,3015
15.	5,3133	5,3251	5,3368	5,3485	5,3601	5,3717	5,3832	5,3947	5,4061	5,4175
16.	5,4288	5,4401	5,4514	5,4626	5,4737	5,4848	5,4959	5,5069	5,5178	5,5288
17.	5,5397	5,5505	5,5613	5,5721	5,5828	5,5934	5,6041	5,6147	5,6252	5,6357
18.	5,6462	5,6567	5,6671	5,6774	5,6877	5,6980	5,7083	5,7185	5,7287	5,7388
19.	5,7489	5,7590	5,7690	5,7790	5,7890	5,7989	5,8088	5,8186	5,8285	5,8383
20.	5,8480	5,8578	5,8675	5,8771	5,8868	5,8964	5,9059	5,9155	5,9250	5,9345
21.	5,9439	5,9533	5,9627	5,9721	5,9814	5,9907	6,0000	6,0092	6,0185	6,0277
22.	6,0368	6,0459	6,0550	6,0641	6,0732	6,0822	6,0912	6,1002	6,1091	6,1180
23.	6,1269	6,1358	6,1446	6,1534	6,1622	6,1710	6,1797	6,1885	6,1972	6,2058
24.	6,2145	6,2231	6,2317	6,2403	6,2488	6,2573	6,2658	6,2743	6,2828	6,2912
25.	6,2996	6,3080	6,3164	6,3247	6,3330	6,3413	6,3496	6,3579	6,3661	6,3743
26.	6,3825	6,3907	6,3988	6,4070	6,4151	6,4232	6,4312	6,4393	6,4473	6,4553
27.	6,4633	6,4713	6,4792	6,4872	6,4951	6,5030	6,5108	6,5187	6,5265	6,5343
28.	6,5421	6,5499	6,5577	6,5654	6,5731	6,5808	6,5885	6,5962	6,6039	6,6115
29.	6,6191	6,6267	6,6343	6,6419	6,6494	6,6569	6,6644	6,6719	6,6794	6,6869
30.	6,6943	6,7018	6,7092	6,7166	6,7240	6,7313	6,7387	6,7460	6,7533	6,7606
31.	6,7679	6,7752	6,7824	6,7897	6,7969	6,8041	6,8113	6,8185	6,8256	6,8328
32.	6,8399	6,8470	6,8541	6,8612	6,8683	6,8753	6,8824	6,8894	6,8964	6,9034
33.	6,9104	6,9174	6,9244	6,9313	6,9382	6,9451	6,9521	6,9589	6,9658	6,9727
34.	6,9795	6,9864	6,9932	7,0000	7,0068	7,0136	7,0203	7,0271	7,0338	7,0406
35.	7,0473	7,0540	7,0607	7,0674	7,0740	7,0807	7,0873	7,0940	7,1006	7,1072
36.	7,1138	7,1204	7,1269	7,1335	7,1400	7,1466	7,1531	7,1596	7,1661	7,1726
37.	7,1791	7,1855	7,1920	7,1984	7,2048	7,2112	7,2177	7,2240	7,2304	7,2368
38.	7,2432	7,2495	7,2558	7,2622	7,2685	7,2748	7,2811	7,2874	7,2936	7,2999
39.	7,3061	7,3124	7,3186	7,3248	7,3310	7,3372	7,3434	7,3496	7,3558	7,3619
40.	7,3681	7,3742	7,3803	7,3864	7,3925	7,3986	7,4047	7,4108	7,4169	7,4229
41.	7,4290	7,4350	7,4410	7,4470	7,4530	7,4590	7,4650	7,4710	7,4770	7,4829
42.	7,4889	7,4948	7,5007	7,5067	7,5126	7,5185	7,5244	7,5302	7,5361	7,5420
43.	7,5478	7,5537	7,5595	7,5654	7,5712	7,5770	7,5828	7,5886	7,5944	7,6001
44.	7,6059	7,6117	7,6174	7,6232	7,6289	7,6346	7,6403	7,6460	7,6517	7,6574
45.	7,6631	7,6688	7,6744	7,6801	7,6857	7,6914	7,6970	7,7026	7,7082	7,7138
46.	7,7194	7,7250	7,7306	7,7362	7,7418	7,7473	7,7529	7,7584	7,7639	7,7695
47.	7,7750	7,7805	7,7860	7,7915	7,7970	7,8025	7,8079	7,8134	7,8188	7,8243
48.	7,8297	7,8352	7,8406	7,8460	7,8514	7,8568	7,8622	7,8676	7,8730	7,8784
49.	7,8837	7,8891	7,8944	7,8998	7,9051	7,9105	7,9158	7,9211	7,9264	7,9317

$$\sqrt[3]{N} = a \text{ si } a^3 = N$$

① Racine cubique des puissances de 10: diviser par 3 le nombre de 0  
 $\sqrt[3]{1000} = 10$      $\sqrt[3]{1000000} = 100$

③ Racine cubique d'un nombre ayant 3 chiffres significatifs:  
 $\sqrt[3]{375000} = \sqrt[3]{375} \times \sqrt[3]{1000} = 72,112$

② Racine cubique d'un nombre de 3 chiffres: lire dans la table  
 $\sqrt[3]{490} = 7,8837$

④ Racine cubique d'un nombre décimal  
 $\sqrt[3]{0,236} = \sqrt[3]{\frac{236}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{236}}{10} = 0,61885$



$\sqrt[3]{N}$ 

TABLE DES RACINES CUBIQUES

DES NOMBRES 500 à 999

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50.	7,9370	7,9423	7,9476	7,9528	7,9581	7,9634	7,9686	7,9739	7,9791	7,9843
51.	7,9896	7,9948	8,0000	8,0052	8,0104	8,0156	8,0208	8,0260	8,0311	8,0363
52.	8,0415	8,0466	8,0517	8,0569	8,0620	8,0671	8,0723	8,0774	8,0825	8,0876
53.	8,0927	8,0978	8,1028	8,1079	8,1130	8,1180	8,1231	8,1281	8,1332	8,1382
54.	8,1433	8,1483	8,1533	8,1583	8,1633	8,1683	8,1733	8,1783	8,1833	8,1882
55.	8,1932	8,1982	8,2031	8,2081	8,2130	8,2180	8,2229	8,2278	8,2327	8,2377
56.	8,2426	8,2475	8,2524	8,2573	8,2621	8,2670	8,2719	8,2768	8,2816	8,2865
57.	8,2913	8,2962	8,3010	8,3059	8,3107	8,3155	8,3203	8,3251	8,3300	8,3348
58.	8,3396	8,3443	8,3491	8,3539	8,3587	8,3634	8,3682	8,3730	8,3777	8,3825
59.	8,3872	8,3919	8,3967	8,4014	8,4061	8,4108	8,4155	8,4202	8,4249	8,4296
60.	8,4343	8,4390	8,4437	8,4484	8,4530	8,4577	8,4623	8,4670	8,4716	8,4763
61.	8,4809	8,4856	8,4902	8,4948	8,4994	8,5040	8,5086	8,5132	8,5178	8,5224
62.	8,5270	8,5316	8,5362	8,5408	8,5453	8,5499	8,5544	8,5590	8,5635	8,5681
63.	8,5726	8,5772	8,5817	8,5862	8,5907	8,5952	8,5997	8,6043	8,6088	8,6132
64.	8,6177	8,6222	8,6267	8,6312	8,6357	8,6401	8,6446	8,6490	8,6535	8,6579
65.	8,6624	8,6668	8,6713	8,6757	8,6801	8,6845	8,6890	8,6934	8,6978	8,7022
66.	8,7066	8,7110	8,7154	8,7198	8,7241	8,7285	8,7329	8,7373	8,7416	8,7460
67.	8,7503	8,7547	8,7590	8,7634	8,7677	8,7721	8,7764	8,7807	8,7850	8,7893
68.	8,7937	8,7980	8,8023	8,8066	8,8109	8,8152	8,8194	8,8237	8,8280	8,8323
69.	8,8366	8,8408	8,8451	8,8493	8,8536	8,8578	8,8621	8,8663	8,8706	8,8748
70.	8,8790	8,8833	8,8875	8,8917	8,8959	8,9001	8,9043	8,9085	8,9127	8,9169
71.	8,9211	8,9253	8,9295	8,9337	8,9378	8,9420	8,9462	8,9503	8,9545	8,9587
72.	8,9628	8,9670	8,9711	8,9752	8,9794	8,9835	8,9876	8,9918	8,9959	9,0000
73.	9,0041	9,0082	9,0123	9,0164	9,0205	9,0246	9,0287	9,0328	9,0369	9,0410
74.	9,0450	9,0491	9,0532	9,0572	9,0613	9,0654	9,0694	9,0735	9,0775	9,0816
75.	9,0856	9,0896	9,0937	9,0977	9,1017	9,1057	9,1098	9,1138	9,1178	9,1218
76.	9,1258	9,1298	9,1338	9,1378	9,1418	9,1458	9,1498	9,1537	9,1577	9,1617
77.	9,1657	9,1696	9,1736	9,1775	9,1815	9,1855	9,1894	9,1933	9,1973	9,2012
78.	9,2052	9,2091	9,2130	9,2170	9,2209	9,2248	9,2287	9,2326	9,2365	9,2404
79.	9,2443	9,2482	9,2521	9,2560	9,2599	9,2638	9,2677	9,2716	9,2754	9,2793
80.	9,2832	9,2870	9,2909	9,2948	9,2986	9,3025	9,3063	9,3102	9,3140	9,3179
81.	9,3217	9,3255	9,3294	9,3332	9,3370	9,3408	9,3447	9,3485	9,3523	9,3561
82.	9,3599	9,3637	9,3675	9,3713	9,3751	9,3789	9,3827	9,3865	9,3902	9,3940
83.	9,3978	9,4016	9,4053	9,4091	9,4129	9,4166	9,4204	9,4241	9,4279	9,4316
84.	9,4354	9,4391	9,4429	9,4466	9,4503	9,4541	9,4578	9,4615	9,4652	9,4690
85.	9,4727	9,4764	9,4801	9,4838	9,4875	9,4912	9,4949	9,4986	9,5023	9,5060
86.	9,5097	9,5134	9,5171	9,5207	9,5244	9,5281	9,5317	9,5354	9,5391	9,5427
87.	9,5464	9,5501	9,5537	9,5574	9,5610	9,5647	9,5683	9,5719	9,5756	9,5792
88.	9,5828	9,5865	9,5901	9,5937	9,5973	9,6010	9,6046	9,6082	9,6118	9,6154
89.	9,6190	9,6226	9,6262	9,6298	9,6334	9,6370	9,6406	9,6442	9,6477	9,6513
90.	9,6549	9,6585	9,6620	9,6656	9,6692	9,6727	9,6763	9,6799	9,6834	9,6870
91.	9,6905	9,6941	9,6976	9,7012	9,7047	9,7082	9,7118	9,7153	9,7188	9,7224
92.	9,7259	9,7294	9,7329	9,7364	9,7400	9,7435	9,7470	9,7505	9,7540	9,7575
93.	9,7610	9,7645	9,7680	9,7715	9,7750	9,7785	9,7819	9,7854	9,7889	9,7924
94.	9,7959	9,7993	9,8028	9,8063	9,8097	9,8132	9,8167	9,8201	9,8236	9,8270
95.	9,8305	9,8339	9,8374	9,8408	9,8443	9,8477	9,8511	9,8546	9,8580	9,8614
96.	9,8648	9,8683	9,8717	9,8751	9,8785	9,8819	9,8854	9,8888	9,8922	9,8956
97.	9,8990	9,9024	9,9058	9,9092	9,9126	9,9160	9,9194	9,9227	9,9261	9,9295
98.	9,9329	9,9363	9,9396	9,9430	9,9464	9,9497	9,9531	9,9565	9,9598	9,9632
99.	9,9666	9,9699	9,9733	9,9766	9,9800	9,9833	9,9866	9,9900	9,9933	9,9967

UTILISATION DE LA TABLE

Calcul du diamètre d'une sphère connaissant son volume

Formule	Applications numériques
$V = \frac{\pi \times d^3}{6}$ <div>(voir Doc 43)</div> <div>(avec <math>\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} = 1,132</math>)</div>	<div>① <math>V = 536 \text{ cm}^3</math></div> $d = \sqrt[3]{\frac{6 \times V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \times 536}{\pi}} = 8,1231 \times 1,132 \approx 9,20 \text{ cm}$ <div>② <math>V = 0,041 \text{ m}^3</math></div> $d = \sqrt[3]{\frac{6 \times V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \times 0,041}{\pi}} = 0,34482 \times 1,132 \approx 0,39 \text{ m}$



# INVERSES DES NOMBRES 1 à 499

$\frac{1}{N}$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,
1.	100 000	090 909	083 333	076 923	071 429	066 667	062 500	058 824	055 556	052 632
2.	050 000	047 619	045 455	043 478	041 667	040 000	038 462	037 037	035 714	034 483
3.	033 333	032 258	031 250	030 303	029 412	028 571	027 778	027 027	026 316	025 641
4.	025 000	024 390	023 810	023 256	022 727	022 222	021 739	021 277	020 833	020 408
5.	020 000	019 608	019 231	018 868	018 519	018 182	017 857	017 544	017 241	016 949
6.	016 667	016 393	016 129	015 873	015 625	015 385	015 152	014 925	014 706	014 493
7.	014 286	014 085	013 889	013 699	013 514	013 333	013 158	012 987	012 821	012 658
8.	012 500	012 346	012 195	012 048	011 905	011 765	011 628	011 494	011 364	011 236
9.	011 111	010 989	010 870	010 753	010 638	010 526	010 417	010 309	010 204	010 101
10.	010 000	009 901	009 804	009 709	009 615	009 524	009 434	009 346	009 259	009 174
11.	009 091	009 009	008 929	008 850	008 772	008 696	008 621	008 547	008 475	008 403
12.	008 333	008 264	008 197	008 130	008 065	008 000	007 937	007 874	007 813	007 752
13.	007 692	007 634	007 576	007 519	007 463	007 407	007 353	007 299	007 246	007 194
14.	007 143	007 092	007 042	006 993	006 944	006 897	006 849	006 803	006 757	006 711
15.	006 667	006 623	006 579	006 536	006 494	006 452	006 410	006 369	006 329	006 289
16.	006 250	006 211	006 173	006 135	006 098	006 061	006 024	005 988	005 952	005 917
17.	005 882	005 848	005 814	005 780	005 747	005 714	005 682	005 650	005 618	005 587
18.	005 556	005 525	005 495	005 464	005 435	005 405	005 376	005 348	005 319	005 291
19.	005 263	005 236	005 208	005 181	005 155	005 128	005 102	005 076	005 051	005 025
20.	005 000	004 975	004 950	004 926	004 902	004 878	004 854	004 831	004 808	004 785
21.	004 762	004 739	004 717	004 695	004 673	004 651	004 630	004 608	004 587	004 566
22.	004 545	004 525	004 505	004 484	004 464	004 444	004 425	004 405	004 386	004 367
23.	004 348	004 329	004 310	004 292	004 274	004 255	004 237	004 219	004 202	004 184
24.	004 167	004 149	004 132	004 115	004 098	004 082	004 065	004 049	004 032	004 016
25.	004 000	003 984	003 968	003 953	003 937	003 922	003 906	003 891	003 876	003 861
26.	003 846	003 831	003 817	003 802	003 788	003 774	003 759	003 745	003 731	003 717
27.	003 704	003 690	003 676	003 663	003 650	003 636	003 623	003 610	003 597	003 584
28.	003 571	003 559	003 546	003 534	003 521	003 509	003 497	003 484	003 472	003 460
29.	003 448	003 436	003 425	003 413	003 401	003 390	003 378	003 367	003 356	003 344
30.	003 333	003 322	003 311	003 300	003 289	003 279	003 268	003 257	003 247	003 236
31.	003 226	003 215	003 205	003 195	003 185	003 175	003 165	003 155	003 145	003 135
32.	003 125	003 115	003 106	003 096	003 086	003 077	003 067	003 058	003 049	003 040
33.	003 030	003 021	003 012	003 003	002 994	002 985	002 976	002 967	002 959	002 950
34.	002 941	002 933	002 924	002 915	002 907	002 899	002 890	002 882	002 874	002 865
35.	002 857	002 849	002 841	002 833	002 825	002 817	002 809	002 801	002 793	002 786
36.	002 778	002 770	002 762	002 755	002 747	002 740	002 732	002 725	002 717	002 710
37.	002 703	002 695	002 688	002 681	002 674	002 667	002 660	002 653	002 646	002 639
38.	002 632	002 625	002 618	002 611	002 604	002 597	002 591	002 584	002 577	002 571
39.	002 564	002 558	002 551	002 545	002 538	002 532	002 525	002 519	002 513	002 506
40.	002 500	002 494	002 488	002 481	002 475	002 469	002 463	002 457	002 451	002 445
41.	002 439	002 433	002 427	002 421	002 415	002 410	002 404	002 398	002 392	002 387
42.	002 381	002 375	002 370	002 364	002 358	002 353	002 347	002 342	002 336	002 331
43.	002 326	002 320	002 315	002 309	002 304	002 299	002 294	002 288	002 283	002 278
44.	002 273	002 268	002 262	002 257	002 252	002 247	002 242	002 237	002 232	002 227
45.	002 222	002 217	002 212	002 208	002 203	002 198	002 193	002 188	002 183	002 179
46.	002 174	002 169	002 165	002 160	002 155	002 151	002 146	002 141	002 137	002 132
47.	002 128	002 123	002 119	002 114	002 110	002 105	002 101	002 096	002 092	002 088
48.	002 083	002 079	002 075	002 070	002 066	002 062	002 058	002 053	002 049	002 045
49.	002 041	002 037	002 033	002 028	002 024	002 020	002 016	002 012	002 008	002 004

## UTILISATION DE LA TABLE

① Au lieu de diviser par un nombre  $N$ , on multiplie par  $\frac{1}{N}$ , l'inverse du nombre

$$A : N = A \times \frac{1}{N}$$

Exemple:  $52 : 43 = 52 \times \frac{1}{43}$   
 $= 52 \times 0,023 256$   
 $= 1,209 3$

## UN CAS USUEL

② Au lieu de diviser par  $\pi$ , on multiplie par l'inverse de  $\pi$

$$\pi = 3,14159... \quad \frac{1}{\pi} = 0,318 31...$$

Exemple:  $420 : \pi = 420 \times \frac{1}{\pi}$   
 $= 420 \times 0,318 3$   
 $= 133,68$



<div> <div>1</div> <div>N</div> </div> <div> <div>INVERSES</div> <div>DES NOMBRES 500 à 999</div> </div>										
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50.	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
51.	001 961	001 957	001 953	001 949	001 946	001 942	001 938	001 934	001 931	001 927
52.	001 923	001 919	001 916	001 912	001 908	001 905	001 901	001 898	001 894	001 890
53.	001 887	001 883	001 880	001 876	001 873	001 869	001 866	001 862	001 859	001 855
54.	001 852	001 848	001 845	001 842	001 838	001 835	001 832	001 828	001 825	001 821
55.	001 818	001 815	001 812	001 808	001 805	001 802	001 799	001 795	001 792	001 789
56.	001 786	001 783	001 779	001 776	001 773	001 770	001 767	001 764	001 761	001 757
57.	001 754	001 751	001 748	001 745	001 742	001 739	001 736	001 733	001 730	001 727
58.	001 724	001 721	001 718	001 715	001 712	001 709	001 706	001 704	001 701	001 698
59.	001 695	001 692	001 689	001 686	001 684	001 681	001 678	001 675	001 672	001 669
60.	001 667	001 664	001 661	001 658	001 656	001 653	001 650	001 647	001 645	001 642
61.	001 639	001 637	001 634	001 631	001 629	001 626	001 623	001 621	001 618	001 616
62.	001 613	001 610	001 608	001 605	001 603	001 600	001 597	001 595	001 592	001 590
63.	001 587	001 585	001 582	001 580	001 577	001 575	001 572	001 570	001 567	001 565
64.	001 563	001 560	001 558	001 555	001 553	001 550	001 548	001 546	001 543	001 541
65.	001 538	001 536	001 534	001 531	001 529	001 527	001 524	001 522	001 520	001 517
66.	001 515	001 513	001 511	001 508	001 506	001 504	001 502	001 499	001 497	001 495
67.	001 493	001 490	001 488	001 486	001 484	001 481	001 479	001 477	001 475	001 473
68.	001 471	001 468	001 466	001 464	001 462	001 460	001 458	001 456	001 453	001 451
69.	001 449	001 447	001 445	001 443	001 441	001 439	001 437	001 435	001 433	001 431
70.	001 429	001 427	001 425	001 422	001 420	001 418	001 416	001 414	001 412	001 410
71.	001 408	001 406	001 404	001 403	001 401	001 399	001 397	001 395	001 393	001 391
72.	001 389	001 387	001 385	001 383	001 381	001 379	001 377	001 376	001 374	001 372
73.	001 370	001 368	001 366	001 364	001 362	001 361	001 359	001 357	001 355	001 353
74.	001 351	001 350	001 348	001 346	001 344	001 342	001 340	001 339	001 337	001 335
75.	001 333	001 332	001 330	001 328	001 326	001 325	001 323	001 321	001 319	001 318
76.	001 316	001 314	001 312	001 311	001 309	001 307	001 305	001 304	001 302	001 300
77.	001 299	001 297	001 295	001 294	001 292	001 290	001 289	001 287	001 285	001 284
78.	001 282	001 280	001 279	001 277	001 276	001 274	001 272	001 271	001 269	001 267
79.	001 266	001 264	001 263	001 261	001 259	001 258	001 256	001 255	001 253	001 252
80.	001 250	001 248	001 247	001 245	001 244	001 242	001 241	001 239	001 238	001 236
81.	001 235	001 233	001 232	001 230	001 229	001 227	001 225	001 224	001 222	001 221
82.	001 220	001 218	001 217	001 215	001 214	001 212	001 211	001 209	001 208	001 206
83.	001 205	001 203	001 202	001 200	001 199	001 198	001 196	001 195	001 193	001 192
84.	001 190	001 189	001 188	001 186	001 185	001 183	001 182	001 181	001 179	001 178
85.	001 176	001 175	001 174	001 172	001 171	001 170	001 168	001 167	001 166	001 164
86.	001 163	001 161	001 160	001 159	001 157	001 156	001 155	001 153	001 152	001 151
87.	001 149	001 148	001 147	001 145	001 144	001 143	001 142	001 140	001 139	001 138
88.	001 136	001 135	001 134	001 133	001 131	001 130	001 129	001 127	001 126	001 125
89.	001 124	001 122	001 121	001 120	001 119	001 117	001 116	001 115	001 114	001 112
90.	001 111	001 110	001 109	001 107	001 106	001 105	001 104	001 103	001 101	001 100
91.	001 099	001 098	001 096	001 095	001 094	001 093	001 092	001 091	001 089	001 088
92.	001 087	001 086	001 085	001 083	001 082	001 081	001 080	001 079	001 078	001 076
93.	001 075	001 074	001 073	001 072	001 071	001 070	001 068	001 067	001 066	001 065
94.	001 064	001 063	001 062	001 060	001 059	001 058	001 057	001 056	001 055	001 054
95.	001 053	001 052	001 050	001 049	001 048	001 047	001 046	001 045	001 044	001 043
96.	001 042	001 041	001 040	001 038	001 037	001 036	001 035	001 034	001 033	001 032
97.	001 031	001 030	001 029	001 028	001 027	001 026	001 025	001 024	001 022	001 021
98.	001 020	001 019	001 018	001 017	001 016	001 015	001 014	001 013	001 012	001 011
99.	001 010	001 009	001 008	001 007	001 006	001 005	001 004	001 003	001 002	001 001
CALCULS TRIGONOMÉTRIQUES										
① Exemple: Au lieu de diviser par $\sin x$ , on multiplie par $\frac{1}{\sin x}$					② Exemple: Au lieu de diviser par $\cos x$ , on multiplie par $\frac{1}{\cos x}$					
$35 : \sin 40^\circ ?$ $= 35 : 0,6428 \approx 35 : 0,643$ $= 35 \times 1,555 = 54,4$					$490 : \cos 81^\circ ?$ $= 490 : 0,990$ $= 490 \times 1,01 = 494,9$					



# FONCTIONS CIRCULAIRES

DÉFINITIONS						ANGLES ASSOCIÉS	
<p><math>R=1</math></p> <p><math>\sin^2 a + \cos^2 a = 1</math></p> <p>① Axe des cosinus <math>\cos a = \overline{OP}</math>            ② Axe des sinus <math>\sin a = \overline{OQ}</math></p>						<p>SOMME = <math>180^\circ</math> (supplémentaires)</p> <p><math>\sin(180^\circ - a) = \sin a</math>  <math>\cos(180^\circ - a) = -\cos a</math>  <math>\text{tg}(180^\circ - a) = -\text{tg} a</math>  <math>\text{cotg}(180^\circ - a) = -\text{cotg} a</math></p>	
<p><math>R=1</math></p> <p><math>\text{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}</math>  <math>\text{cotg} a = \frac{\cos a}{\sin a}</math>  <math>\text{tg} a \times \text{cotg} a = 1</math></p> <p>③ Axe des tangentes <math>\text{tg} a = \overline{AT}</math>            ④ Axe des cotangentes <math>\text{cotg} a = \overline{BT'}</math></p>						<p>SOMME = <math>90^\circ</math> (complémentaires)</p> <p><math>\sin(90^\circ - a) = \cos a</math>  <math>\cos(90^\circ - a) = \sin a</math>  <math>\text{tg}(90^\circ - a) = \text{cotg} a</math>  <math>\text{cotg}(90^\circ - a) = \text{tg} a</math></p>	
<p><math>R=1</math></p> <p><math>\text{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}</math>  <math>\text{cotg} a = \frac{\cos a}{\sin a}</math>  <math>\text{tg} a \times \text{cotg} a = 1</math></p> <p>③ Axe des tangentes <math>\text{tg} a = \overline{AT}</math>            ④ Axe des cotangentes <math>\text{cotg} a = \overline{BT'}</math></p>						<p>SOMME = <math>0^\circ</math> (opposés)</p> <p><math>\sin(-a) = -\sin a</math>  <math>\cos(-a) = \cos a</math>  <math>\text{tg}(-a) = -\text{tg} a</math>  <math>\text{cotg}(-a) = -\text{cotg} a</math></p>	
VALEURS USUELLES						<p>DIFFÉRENCE = <math>180^\circ</math></p> <p><math>\sin(180^\circ + a) = -\sin a</math>  <math>\cos(180^\circ + a) = -\cos a</math>  <math>\text{tg}(180^\circ + a) = \text{tg} a</math>  <math>\text{cotg}(180^\circ + a) = \text{cotg} a</math></p>	
	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	<p>DIFFÉRENCE = <math>90^\circ</math></p> <p><math>\sin(90^\circ + a) = \cos a</math>  <math>\cos(90^\circ + a) = -\sin a</math>  <math>\text{tg}(90^\circ + a) = -\text{cotg} a</math>  <math>\text{cotg}(90^\circ + a) = -\text{tg} a</math></p>	
sin	0	$\frac{1}{2}$ =0,5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ =0,707	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ =0,866	1		
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ =0,866	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ =0,707	$\frac{1}{2}$ =0,5	0		
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ =0,577	1	$\sqrt{3}$ =1,732	$\infty$		
cotg	$\infty$	$\sqrt{3}$ =1,732	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ =0,577	0		



# TRANSFORMATIONS TRIGO

## ① ÉQUATIONS ÉLÉMENTAIRES

$\alpha$  et  $x$  en degrés,  $k$  nombre algébrique entier.

$$\sin x = \sin \alpha \begin{cases} x = \alpha + 180^\circ \times 2k \\ \text{ou} \\ x = (180^\circ - \alpha) + 180^\circ \times 2k \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \alpha \quad \{ x = \pm \alpha + 180^\circ \times 2k$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha \quad \{ x = \alpha + 180^\circ \times k$$

Expression de  $\cos \alpha$  et  $\sin \alpha$  :

$$\cos \alpha = \frac{1}{\varepsilon \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}} \quad \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\varepsilon \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \quad \sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$(\varepsilon = +1 \text{ ou } \varepsilon = -1) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

## ③ SOMMES EN PRODUITS

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\operatorname{tg} p \pm \operatorname{tg} q = \frac{\sin p \pm \sin q}{\cos p \cos q}$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

## ② FORMULES D'ADDITION

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

## ④ FORMULES DE MULTIPLICATION

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\begin{cases} \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

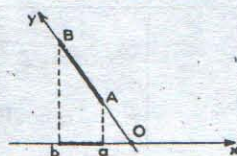
$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

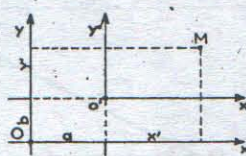
## ⑤ APPLICATIONS

Projection d'un vecteur



$$\overline{ab} = \overline{AB} \cos(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$$

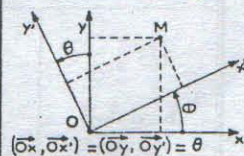
Translation des axes



$$x = x' + a$$

$$y = y' + b$$

Rotation des axes



$$(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{O'X'}) = (\overrightarrow{OY}, \overrightarrow{O'Y'}) = \theta$$

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$



$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$



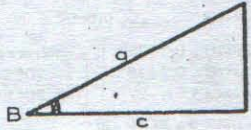
SINUS 0° à 45°								S
Degrés	0'	10'	20'	Minutes 30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0611	0,0640	0,0669	0,0698	86
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85
5	0,0872	0,0901	0,0930	0,0959	0,0987	0,1016	0,1045	84
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1651	0,1679	0,1708	0,1737	80
10	0,1737	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2335	0,2363	0,2391	0,2419	76
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3063	0,3090	72
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3366	0,3393	0,3420	70
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	68
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3988	0,4014	0,4041	0,4067	66
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4618	0,4643	0,4669	0,4695	62
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	56
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	55
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	51
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6495	0,6517	0,6539	0,6561	49
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46
44	0,6947	0,6968	0,6988	0,7009	0,7030	0,7051	0,7071	45
	60'	50'	40'	Minutes 30'	20'	10'	0'	Degrés

COSINUS 45° à 90°	
$\sin \hat{B} = \frac{b}{a}$	$\cos \hat{B} = \frac{c}{a}$
$b = a \sin \hat{B}$	$c = a \cos \hat{B}$
$a = \frac{b}{\sin \hat{B}}$	$a = \frac{c}{\cos \hat{B}}$



S  SINUS 45° à 90°								
Degrés	0'	10'	20'	Minutes			60'	
				30'	40'	50'		
45	0,7071	0,7092	0,7112	0,7132	0,7153	0,7173	0,7193	44
46	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7313	43
47	0,7313	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	42
48	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	41
49	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	40
50	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	39
51	0,7771	0,7790	0,7808	0,7826	0,7844	0,7862	0,7880	38
52	0,7880	0,7898	0,7916	0,7933	0,7951	0,7969	0,7986	37
53	0,7986	0,8004	0,8021	0,8039	0,8056	0,8073	0,8090	36
54	0,8090	0,8107	0,8124	0,8141	0,8158	0,8175	0,8191	35
55	0,8191	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	34
56	0,8290	0,8307	0,8323	0,8339	0,8355	0,8371	0,8387	33
57	0,8387	0,8403	0,8418	0,8434	0,8450	0,8465	0,8481	32
58	0,8481	0,8496	0,8511	0,8526	0,8542	0,8557	0,8572	31
59	0,8572	0,8587	0,8602	0,8616	0,8631	0,8646	0,8660	30
60	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	29
61	0,8746	0,8760	0,8774	0,8788	0,8802	0,8816	0,8830	28
62	0,8830	0,8843	0,8857	0,8870	0,8884	0,8897	0,8910	27
63	0,8910	0,8923	0,8936	0,8949	0,8962	0,8975	0,8988	26
64	0,8988	0,9001	0,9013	0,9026	0,9038	0,9051	0,9063	25
65	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9136	24
66	0,9136	0,9147	0,9159	0,9171	0,9182	0,9194	0,9205	23
67	0,9205	0,9216	0,9228	0,9239	0,9250	0,9261	0,9272	22
68	0,9272	0,9283	0,9293	0,9304	0,9315	0,9325	0,9336	21
69	0,9336	0,9346	0,9357	0,9367	0,9377	0,9387	0,9397	20
70	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	19
71	0,9455	0,9465	0,9474	0,9483	0,9492	0,9501	0,9511	18
72	0,9511	0,9520	0,9528	0,9537	0,9546	0,9555	0,9563	17
73	0,9563	0,9572	0,9580	0,9588	0,9596	0,9605	0,9613	16
74	0,9613	0,9621	0,9629	0,9636	0,9644	0,9652	0,9659	15
75	0,9659	0,9667	0,9674	0,9682	0,9689	0,9696	0,9703	14
76	0,9703	0,9710	0,9717	0,9724	0,9730	0,9737	0,9744	13
77	0,9744	0,9750	0,9757	0,9763	0,9769	0,9775	0,9782	12
78	0,9782	0,9788	0,9793	0,9799	0,9805	0,9811	0,9816	11
79	0,9816	0,9822	0,9827	0,9832	0,9838	0,9843	0,9848	10
80	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	9
81	0,9877	0,9881	0,9886	0,9890	0,9894	0,9899	0,9903	8
82	0,9903	0,9907	0,9911	0,9914	0,9918	0,9922	0,9925	7
83	0,9925	0,9929	0,9932	0,9936	0,9939	0,9942	0,9945	6
84	0,9945	0,9948	0,9951	0,9954	0,9957	0,9959	0,9962	5
85	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	4
86	0,9976	0,9978	0,9980	0,9981	0,9983	0,9985	0,9986	3
87	0,9986	0,9988	0,9989	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	2
88	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	1
89	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Degrés
COSINUS 0° à 45° 								
LECTURE DIRECTE			CALCUL UTILISANT LA DIFFERENCE TABULAIRE				LECTURE DIRECTE	
Exemple: $\sin 20^\circ 10' = 0,3448$			$\sin 20^\circ 16'$				Exemple: $\cos 25^\circ 40' = 0,9013$	
A retenir $\sin 30^\circ = 0,5$ $\sin 45^\circ = 0,707$ $\sin 60^\circ = 0,866$			$\sin 20^\circ 20' = 0,3475$ $\sin 20^\circ 10' = 0,3448$ différence $10' \Delta = 27$ pour $6 \times \frac{27 \times 6}{10} = 16$				A retenir $\cos 30^\circ = 0,866$ $\cos 45^\circ = 0,707$ $\cos 60^\circ = 0,5$	
			différence $\Delta = 0,0016$ $\sin 20^\circ 40' = 0,3448$ $\sin 20^\circ 16' = 0,3464$					



TANGENTE 0° à 45°								T
Degrés	Minutes							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	87
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	86
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	85
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84
6	0,1051	0,1081	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	83
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	82
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	81
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	80
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1884	0,1914	0,1944	79
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	78
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2248	0,2278	0,2309	77
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	76
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2680	75
15	0,2680	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2868	74
16	0,2868	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3027	0,3057	73
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	72
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	71
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	70
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4007	0,4040	68
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4211	0,4245	67
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4418	0,4452	66
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	65
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	63
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	62
28	0,5317	0,5355	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	61
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	60
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5891	0,5930	0,5969	0,6009	59
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	58
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	57
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	56
34	0,6745	0,6788	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	55
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Degrés
COTANGENTE 45° à 90°								
$\operatorname{tg} B = \frac{b}{c}$ $b = c \operatorname{tg} B$ $c = \frac{b}{\operatorname{tg} B}$						$\operatorname{cotg} B = \frac{c}{b}$ $b = \frac{c}{\operatorname{cotg} B}$ $c = b \operatorname{cotg} B$		



TANGENTE 45° à 90°								
Degrés	0'	10'	20'	Minutes 30'	40'	50'	60'	
45	1,0000	1,0058	1,0117	1,0176	1,0236	1,0295	1,0355	44
46	1,0355	1,0416	1,0477	1,0538	1,0599	1,0661	1,0724	43
47	1,0724	1,0786	1,0850	1,0913	1,0977	1,1041	1,1106	42
48	1,1106	1,1171	1,1237	1,1303	1,1369	1,1436	1,1504	41
49	1,1504	1,1572	1,1640	1,1709	1,1778	1,1847	1,1918	40
50	1,1918	1,1988	1,2059	1,2131	1,2203	1,2276	1,2349	39
51	1,2349	1,2423	1,2497	1,2572	1,2647	1,2723	1,2799	38
52	1,2799	1,2876	1,2954	1,3032	1,3111	1,3190	1,3270	37
53	1,3270	1,3351	1,3432	1,3514	1,3597	1,3680	1,3764	36
54	1,3764	1,3848	1,3934	1,4020	1,4106	1,4193	1,4281	35
55	1,4281	1,4370	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826	34
56	1,4826	1,4919	1,5013	1,5108	1,5204	1,5301	1,5399	33
57	1,5399	1,5497	1,5597	1,5697	1,5798	1,5900	1,6003	32
58	1,6003	1,6107	1,6213	1,6319	1,6426	1,6534	1,6643	31
59	1,6643	1,6753	1,6864	1,6977	1,7090	1,7205	1,7321	30
60	1,7321	1,7438	1,7556	1,7675	1,7796	1,7917	1,8041	29
61	1,8041	1,8165	1,8291	1,8418	1,8546	1,8676	1,8807	28
62	1,8807	1,8940	1,9074	1,9210	1,9347	1,9486	1,9626	27
63	1,9626	1,9768	1,9912	2,0057	2,0204	2,0353	2,0503	26
64	2,0503	2,0655	2,0809	2,0965	2,1123	2,1283	2,1445	25
65	2,1445	2,1609	2,1775	2,1943	2,2113	2,2286	2,2460	24
66	2,2460	2,2637	2,2817	2,2998	2,3183	2,3369	2,3559	23
67	2,3559	2,3750	2,3945	2,4142	2,4342	2,4545	2,4751	22
68	2,4751	2,4960	2,5172	2,5387	2,5605	2,5826	2,6051	21
69	2,6051	2,6279	2,6511	2,6746	2,6985	2,7228	2,7475	20
70	2,7475	2,7725	2,7980	2,8239	2,8502	2,8770	2,9042	19
71	2,9042	2,9319	2,9600	2,9887	3,0178	3,0475	3,0777	18
72	3,0777	3,1084	3,1397	3,1716	3,2041	3,2371	3,2709	17
73	3,2709	3,3052	3,3402	3,3759	3,4124	3,4495	3,4874	16
74	3,4874	3,5261	3,5656	3,6059	3,6471	3,6891	3,7321	15
75	3,7321	3,7760	3,8208	3,8667	3,9136	3,9617	4,0108	14
76	4,0108	4,0611	4,1126	4,1653	4,2193	4,2747	4,3315	13
77	4,3315	4,3897	4,4494	4,5107	4,5736	4,6383	4,7046	12
78	4,7046	4,7729	4,8430	4,9152	4,9894	5,0658	5,1446	11
79	5,1446	5,2257	5,3093	5,3955	5,4845	5,5764	5,6713	10
80	5,6713	5,7694	5,8708	5,9758	6,0844	6,1970	6,3138	9
81	6,3138	6,4348	6,5606	6,6912	6,8269	6,9682	7,1154	8
82	7,1154	7,2687	7,4287	7,5958	7,7704	7,9530	8,1444	7
83	8,1444	8,3450	8,5556	8,7769	9,0098	9,2553	9,5144	6
84	9,5144	9,7882	10,0780	10,3854	10,7119	11,0594	11,4301	5
85	11,4301	11,8262	12,2505	12,7062	13,1969	13,7267	14,3007	4
86	14,3007	14,9244	15,6048	16,3499	17,1693	18,0750	19,0811	3
87	19,0811	20,2056	21,4704	22,9038	24,5418	26,4316	28,6363	2
88	28,6363	31,2416	34,3678	38,1885	42,9641	49,1039	57,2900	1
89	57,2900	68,7501	85,9398	114,5887	171,8854	343,7737		0
	60'	50'	40'	Minutes 30'	20'	10'	0'	Degrés

COTANGENTE 0° à 45°		
LECTURE DIRECTE	CONVERSION	LECTURE DIRECTE
tg 23°40' = 0,4383	<div> <div>Pente en %</div> <div>→</div> <div>Angle en degrés</div> </div>	cotg 39°10' = 1,2276
A retenir	Pente = tg α × 100	A retenir
tg 30° = 0,5773	Exemple :	cotg 30° = 1,7320
tg 45° = 1,0000	α = 6° Pente = tg 6° × 100 = 10,51 %	cotg 45° = 1,0000
tg 60° = 1,7320		cotg 60° = 0,5773



<b>DEGRÉS, GRADES, RADIANS</b> (°) (gr) (rd)	gr-rd 
---	-----------

① DEGRÉS EN RADIANS			② GRADES EN RADIANS		
°	rd	Exemple: 62°32'	gr	rd	Exemple: 29,43gr
1	0,017 45		1	0,015 71	
2	0,034 91	60° 1,047 2	2	0,031 42	20gr 0,314 2
3	0,052 36	2° 0,034 91	3	0,047 12	9gr 0,141 37
4	0,069 81	30' 0,008 7	4	0,062 83	4dgr 0,006 28
5	0,087 27	2' 0,000 58	5	0,078 54	3cgr 0,000 48
6	0,104 72	1,091 39	6	0,094 25	0,462 33
7	0,122 17		7	0,109 96	
8	0,139 63	62°32' = 1,0914 rd	8	0,125 66	29,43gr = 0,4623rd
9	0,157 08		9	0,141 37	
1' = 0,000 29rd 1" = 0,000 005rd			1 dgr = 0,001 57rd 1 cgr = 0,000 16rd		

③ RADIANS EN DEGRÉS					
0,1 rd	°	0,01 rd	°	0,001 rd	°
1	5° 43' 46"	1	34' 23"	1	3' 26"
2	11° 27' 33"	2	1° 08' 45"	2	6' 53"
3	17° 11' 19"	3	1° 43' 08"	3	10' 19"
4	22° 55' 06"	4	2° 17' 31"	4	13' 45"
5	28° 38' 52"	5	2° 51' 53"	5	17' 11"
6	34° 22' 39"	6	3° 26' 16"	6	20' 37"
7	40° 06' 25"	7	4° 00' 39"	7	24' 04"
8	45° 50' 12"	8	4° 35' 01"	8	27' 30"
9	51° 33' 58"	9	5° 09' 24"	9	30' 56"
10	57° 17' 45"	10	5° 43' 46"	10	34' 23"
Exemple: 0,25rd 0,2 rd 11° 27' 33" 0,05rd 2° 51' 53" 14° 19' 26" 0,25rd = 14° 19' 26"					

④ RADIANS EN GRADES					
0,1 rd	gr	0,01 rd	gr	0,001 rd	gr
1	6,366	1	0,637	1	0,064
2	12,732	2	1,273	2	0,127
3	19,099	3	1,910	3	0,191
4	25,465	4	2,547	4	0,255
5	31,831	5	3,183	5	0,318
6	38,197	6	3,820	6	0,382
7	44,563	7	4,456	7	0,446
8	50,930	8	5,093	8	0,509
9	57,296	9	5,730	9	0,573
10	63,662	10	6,366	10	0,637
Exemple: 1,467rd 1 rd 63,66 0,4 rd 25,465 0,06 rd 3,820 0,007rd 0,446 93,391 1,467rd ≈ 93,39gr					

⑤ PETITS ANGLES (≤ 0,1rd ou 5°40')			
L'angle x est exprimé en rd	$\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$	$x \approx \sin x + \frac{\sin^3 x}{6}$	Utiliser: - les tables de conversion - les tables des carrés et des cubes
Résultats avec 4 ou même 5 chiffres exacts	$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$	$x \approx \sqrt{2 - 2\cos x}$	
	$\lg x \approx x + \frac{x^3}{3}$	$x \approx \lg x - \frac{\lg^2 x}{3}$	



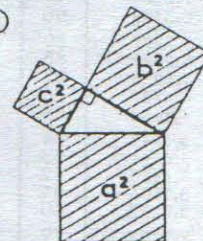
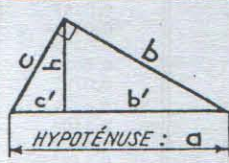

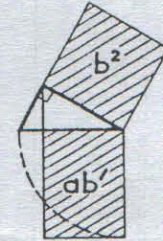
gr	GRADES				
↓	SINUS	COSINUS	TANGENTE	COTANGENTE	↑
1	0,0157	0,9999	0,0157	63,657	99
2	0,0314	0,9995	0,0314	31,821	98
3	0,0471	0,9989	0,0472	21,205	97
4	0,0628	0,9981	0,0629	15,895	96
5	0,0785	0,9969	0,0787	12,706	95
6	0,0941	0,9956	0,0945	10,579	94
7	0,1097	0,9940	0,1104	9,0579	93
8	0,1253	0,9921	0,1263	7,9158	92
9	0,1409	0,9900	0,1423	7,0264	91
10	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	90
11	0,1719	0,9851	0,1745	5,7297	89
12	0,1874	0,9823	0,1908	5,2422	88
13	0,2028	0,9792	0,2071	4,8288	87
14	0,2181	0,9759	0,2235	4,4737	86
15	0,2334	0,9724	0,2401	4,1653	85
16	0,2487	0,9686	0,2568	3,8947	84
17	0,2639	0,9646	0,2736	3,6554	83
18	0,2790	0,9603	0,2905	3,4420	82
19	0,2940	0,9558	0,3076	3,2506	81
20	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	80
21	0,3239	0,9461	0,3424	2,9208	79
22	0,3387	0,9409	0,3600	2,7776	78
23	0,3535	0,9354	0,3779	2,6464	77
24	0,3681	0,9298	0,3959	2,5257	76
25	0,3827	0,9239	0,4142	2,4142	75
26	0,3971	0,9178	0,4327	2,3109	74
27	0,4115	0,9114	0,4515	2,2148	73
28	0,4258	0,9048	0,4706	2,1251	72
29	0,4399	0,8980	0,4899	2,0413	71
30	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	70
31	0,4679	0,8838	0,5295	1,8887	69
32	0,4818	0,8763	0,5498	1,8190	68
33	0,4955	0,8686	0,5704	1,7532	67
34	0,5090	0,8607	0,5914	1,6909	66
35	0,5225	0,8526	0,6128	1,6319	65
36	0,5358	0,8443	0,6346	1,5757	64
37	0,5490	0,8358	0,6569	1,5224	63
38	0,5621	0,8271	0,6796	1,4715	62
39	0,5750	0,8181	0,7028	1,4229	61
40	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	60
41	0,6004	0,7997	0,7508	1,3319	59
42	0,6129	0,7902	0,7757	1,2892	58
43	0,6252	0,7804	0,8012	1,2482	57
44	0,6374	0,7705	0,8273	1,2088	56
45	0,6494	0,7604	0,8541	1,1709	55
46	0,6613	0,7501	0,8816	1,1343	54
47	0,6730	0,7396	0,9099	1,0990	53
48	0,6845	0,7290	0,9391	1,0649	52
49	0,6959	0,7181	0,9619	1,0319	51
50	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	50
↓	COSINUS	SINUS	COTANGENTE	TANGENTE	↑
<div> <div> <p>Exemple: <math>\sin 25,37 \text{ gr} ?</math></p> <p><math>\sin 25 \text{ gr} = 0,3827 \leftarrow</math></p> <p><math>\sin 26 \text{ gr} = 0,3971</math></p> <p><math>\Delta = 144</math></p> <p>pour <math>0,37 \text{ gr} :</math></p> <p><math>\Delta' = 144 \times 0,37 = 53</math></p> <p><math>\sin 25,37 \text{ gr} = 0,3880</math></p> </div> <div> <p>Exemple: <math>\cotg 41,72 \text{ gr} ?</math></p> <p><math>\cotg 41 \text{ gr} = 1,3319 \leftarrow</math></p> <p><math>\cotg 42 \text{ gr} = 1,2892</math></p> <p><math>\Delta = -427</math></p> <p>pour <math>0,72 \text{ gr} :</math></p> <p><math>\Delta' = (-427) \times 0,72 = -307</math></p> <p><math>\cotg 41,72 \text{ gr} = 1,3012</math></p> </div> </div>					



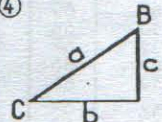
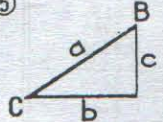
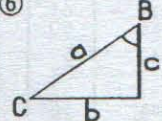
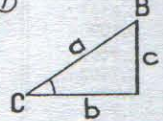
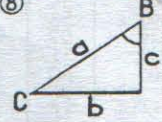
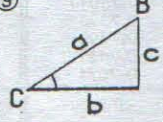
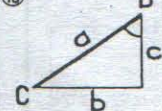
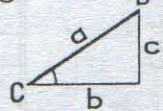
# TRIANGLE RECTANGLE



## RELATIONS MÉTRIQUES

<p> <math>a^2 = b^2 + c^2</math>  <math>b^2 = a^2 - c^2</math>  <math>c^2 = a^2 - b^2</math> </p> <p>①</p> 	<p>    <math>h^2 = b'c'</math> </p> <p>②</p> 	<p> <math>b^2 = ab'</math>  <math>c^2 = ac'</math>  <math>h = \frac{bc}{a}</math> </p> <p>③</p> 
<p>Exemple : <math>b=12, c=15</math>  <math>a^2 = 12^2 + 15^2 = 369</math>  <math>a = \sqrt{369} = 19,21</math></p>	<p>Exemple : <math>b'=14, c'=5</math>  <math>h^2 = 14 \times 5 = 70</math>  <math>h = \sqrt{70} = 8,37</math></p>	<p>Exemple : <math>b'=6, c'=10</math>  <math>b^2 = 16 \times 6 = 96 ; b = \sqrt{96}</math>  <math>c^2 = 16 \times 10 = 160 ; c = \sqrt{160}</math></p>

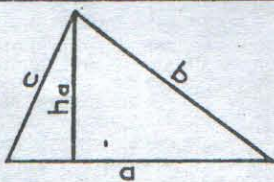
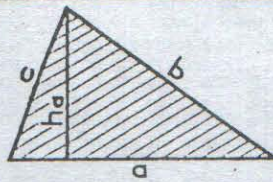
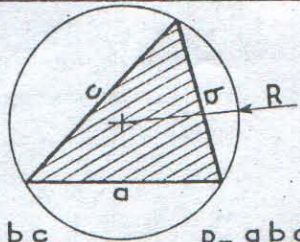
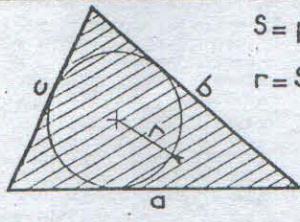
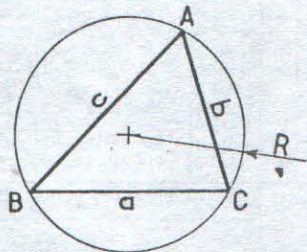
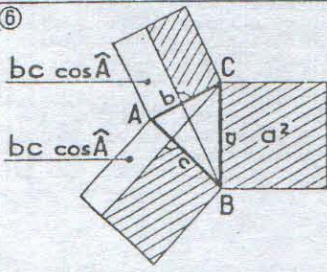
## RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

<p>④</p> 	<p>On connaît a et c</p> <p> <math>\sin \hat{C} = c : a</math>  <math>\cos \hat{B} = c : a</math>  <math>b = c \operatorname{tg} \hat{B}</math> </p>	<p>⑤</p> 	<p>On connaît a et b</p> <p> <math>\sin \hat{B} = b : a</math>  <math>\cos \hat{C} = b : a</math>  <math>c = b \operatorname{tg} \hat{C}</math> </p>
<p>⑥</p> 	<p>On connaît c et <math>\hat{B}</math></p> <p> <math>\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}</math>  <math>a = c : \cos \hat{B}</math>  <math>b = c \operatorname{tg} \hat{B}</math> </p>	<p>⑦</p> 	<p>On connaît c et <math>\hat{C}</math></p> <p> <math>\hat{B} = 90^\circ - \hat{C}</math>  <math>a = c : \sin \hat{C}</math>  <math>b = c \operatorname{cotg} \hat{C}</math> </p>
<p>⑧</p> 	<p>On connaît b et <math>\hat{B}</math></p> <p> <math>\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}</math>  <math>a = b : \sin \hat{B}</math>  <math>c = b \operatorname{cotg} \hat{B}</math> </p>	<p>⑨</p> 	<p>On connaît b et <math>\hat{C}</math></p> <p> <math>\hat{B} = 90^\circ - \hat{C}</math>  <math>a = b : \cos \hat{C}</math>  <math>c = b \operatorname{tg} \hat{C}</math> </p>
<p>⑩</p> 	<p>On connaît a et <math>\hat{B}</math></p> <p> <math>\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}</math>  <math>b = a \sin \hat{B}</math>  <math>c = a \cos \hat{B}</math> </p>	<p>⑪</p> 	<p>On connaît a et <math>\hat{C}</math></p> <p> <math>\hat{B} = 90^\circ - \hat{C}</math>  <math>b = a \cos \hat{C}</math>  <math>c = a \sin \hat{C}</math> </p>

Les valeurs de SIN, COS, TG, COTG sont lues dans les tables (Doc 15, 16, 17, 18)



# TRIANGLE QUELCONQUE

RELATIONS MÉTRIQUES	
① HAUTEUR (h)  $h_a = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ <p>p ou <math>\frac{1}{2}</math> périmètre = <math>(a+b+c):2</math></p>	② SURFACE (S)  $S = \frac{a h_a}{2}$
③ CERCLE CIRCONSCRIT  $S = \frac{a b c}{4 R} \quad R = \frac{a b c}{4 S}$	④ CERCLE INSCRIT  $S = p r \quad r = S : p$ <p>p ou <math>\frac{1}{2}</math> périmètre = <math>(a+b+c):2</math></p>
RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES	
⑤  $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2 R$	⑥  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 b c \cos \hat{A}$
$\begin{array}{l l} a = 2 R \sin \hat{A} & \sin \hat{A} = a : 2 R \\ b = 2 R \sin \hat{B} & \sin \hat{B} = b : 2 R \\ c = 2 R \sin \hat{C} & \sin \hat{C} = c : 2 R \end{array}$	<p>Si <math>\hat{A} &gt; 90^\circ</math>  son supplément <math>\alpha = 180^\circ - \hat{A}</math>;  donc <math>\alpha &lt; 90^\circ</math> et <math>\cos \hat{A} = -\cos \alpha</math>  <math display="block">a^2 = b^2 + c^2 + 2 b c \cos \alpha</math></p>
Les valeurs de SIN, COS, TG, CÔTG sont lues dans les tables (Doc 15,16,17,18)	



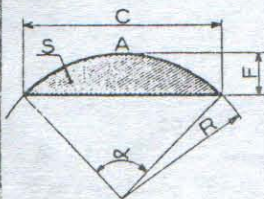
# ARC, CORDE, FLÈCHE, SEGMENT

RAYON = 1

$\alpha = 1^\circ \text{ à } 90^\circ$



$\alpha$	N	A	C	F	S	$\alpha$	N	A	C	F	S
1	360	0,017 5	0,017 5	0,000 04	0,000 00	46		0,802 9	0,781 5	0,079 50	0,041 76
2	180	0,034 9	0,034 9	0,000 15	0,000 00	47		0,820 3	0,797 5	0,082 94	0,044 48
3	120	0,052 4	0,052 4	0,000 34	0,000 01	48		0,837 8	0,813 5	0,086 45	0,047 31
4	90	0,069 8	0,069 8	0,000 61	0,000 03	49		0,855 2	0,829 4	0,090 04	0,050 25
5	72	0,087 3	0,087 2	0,000 95	0,000 06	50		0,872 7	0,845 2	0,093 69	0,053 31
6	60	0,104 7	0,104 7	0,001 37	0,000 10	51		0,890 1	0,861 0	0,097 41	0,056 49
7		0,122 2	0,122 1	0,001 87	0,000 15	52		0,907 6	0,876 7	0,101 21	0,059 78
8	45	0,139 6	0,139 5	0,002 44	0,000 23	53		0,925 0	0,892 4	0,105 07	0,063 19
9	40	0,157 1	0,156 9	0,003 08	0,000 32	54		0,942 5	0,908 0	0,108 99	0,066 73
10	36	0,174 5	0,174 3	0,003 81	0,000 44	55		0,959 9	0,923 5	0,112 99	0,070 39
11		0,192 0	0,191 7	0,004 60	0,000 59	56		0,977 4	0,938 9	0,117 05	0,074 17
12	30	0,209 4	0,209 1	0,005 48	0,000 76	57		0,994 8	0,954 3	0,121 18	0,078 08
13		0,226 9	0,226 4	0,006 43	0,000 97	58		1,012 3	0,969 6	0,125 38	0,082 12
14		0,244 3	0,243 7	0,007 45	0,001 21	59		1,029 7	0,984 8	0,129 64	0,086 29
15	24	0,261 8	0,261 1	0,008 56	0,001 49	60	6	1,047 2	1,000 0	0,133 97	0,090 59
16		0,279 3	0,278 3	0,009 73	0,001 81	61		1,064 7	1,015 1	0,138 37	0,095 02
17		0,296 7	0,295 6	0,010 98	0,002 17	62		1,082 1	1,030 1	0,142 83	0,099 58
18	20	0,314 2	0,312 9	0,012 31	0,002 57	63		1,099 6	1,045 0	0,147 36	0,104 28
19		0,331 6	0,330 1	0,013 71	0,003 02	64		1,117 0	1,059 8	0,151 95	0,109 11
20	18	0,349 1	0,347 3	0,015 19	0,003 52	65		1,134 5	1,074 6	0,156 61	0,114 08
21		0,366 5	0,364 5	0,016 75	0,004 08	66		1,151 9	1,089 3	0,161 33	0,119 19
22		0,384 0	0,381 6	0,018 37	0,004 68	67		1,169 4	1,103 9	0,166 11	0,124 43
23		0,401 4	0,398 7	0,020 08	0,005 35	68		1,186 8	1,118 4	0,170 96	0,129 82
24	15	0,418 9	0,415 8	0,021 85	0,006 07	69		1,204 3	1,132 8	0,175 87	0,135 35
25		0,436 3	0,432 9	0,023 70	0,006 86	70		1,221 7	1,147 2	0,180 85	0,141 02
26		0,453 8	0,449 9	0,025 63	0,007 71	71		1,239 2	1,161 4	0,185 88	0,146 83
27		0,471 2	0,466 9	0,027 63	0,008 62	72	5	1,256 6	1,175 6	0,190 98	0,152 79
28		0,488 7	0,483 8	0,029 69	0,009 61	73		1,274 1	1,189 6	0,196 14	0,158 89
29		0,506 1	0,500 8	0,031 85	0,010 67	74		1,291 5	1,203 6	0,201 36	0,165 14
30	12	0,523 6	0,517 6	0,034 07	0,011 80	75		1,309 0	1,217 5	0,206 65	0,171 54
31		0,541 1	0,534 5	0,036 37	0,013 01	76		1,326 5	1,231 3	0,211 99	0,178 08
32		0,558 5	0,551 2	0,038 74	0,014 29	77		1,343 9	1,245 0	0,217 39	0,184 77
33		0,576 0	0,568 0	0,041 18	0,015 66	78		1,361 4	1,258 6	0,222 85	0,191 60
34		0,593 4	0,584 7	0,043 70	0,017 11	79		1,378 8	1,272 2	0,228 38	0,198 59
35		0,610 9	0,601 4	0,046 28	0,018 64	80		1,396 3	1,285 6	0,233 96	0,205 73
36	10	0,628 3	0,618 0	0,048 94	0,020 27	81		1,413 7	1,298 9	0,239 59	0,213 01
37		0,645 8	0,634 6	0,051 68	0,021 98	82		1,431 2	1,312 1	0,245 29	0,220 45
38		0,663 2	0,651 1	0,054 48	0,023 78	83		1,448 6	1,325 2	0,251 04	0,228 04
39		0,680 7	0,667 6	0,057 36	0,025 68	84		1,466 1	1,338 3	0,256 86	0,235 78
40	9	0,698 1	0,684 0	0,060 31	0,027 67	85		1,483 5	1,351 2	0,262 72	0,243 67
41		0,715 6	0,700 4	0,063 33	0,029 76	86		1,501 0	1,364 0	0,268 63	0,251 71
42		0,733 0	0,716 7	0,066 42	0,031 95	87		1,518 4	1,376 7	0,274 63	0,259 90
43		0,750 5	0,733 0	0,069 58	0,034 25	88		1,535 9	1,389 3	0,280 66	0,268 25
44		0,767 9	0,749 2	0,072 81	0,036 64	89		1,553 3	1,401 8	0,286 75	0,276 75
45	8	0,785 4	0,765 4	0,076 12	0,039 15	90	4	1,570 8	1,414 2	0,292 89	0,285 40



$\alpha$  = Angle  
R = Rayon  
A = Arc  
C = Corde  
F = Flèche  
S = Segment

## RELATIONS

$$\text{Corde } C = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{ou } C = 2\sqrt{2RF \cdot F}$$

$$\text{Flèche } F = R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\text{ou } F = R \cdot \sqrt{1 - \frac{C^2}{4R^2}}$$

Arc A	Rayon R
$A = \frac{\pi R \alpha}{180}$	$R = \frac{C^2}{8F} + \frac{F}{2}$





# ARC, CORDE, FLÈCHE, SEGMENT

RAYON = 1

$\alpha = 91^\circ \text{ à } 180^\circ$

$\alpha$	N	A	C	F	S	$\alpha$	N	A	C	F	S
91		1,588 2	1,426 5	0,299 09	0,294 20	136		2,373 6	1,854 4	0,625 39	0,839 49
92		1,605 7	1,438 7	0,305 34	0,303 16	137		2,391 1	1,860 8	0,633 50	0,854 55
93		1,623 2	1,450 7	0,311 65	0,312 26	138		2,408 6	1,867 2	0,641 63	0,869 71
94		1,640 6	1,462 7	0,318 00	0,321 52	139		2,426 0	1,873 3	0,649 79	0,884 97
95		1,658 0	1,474 6	0,324 41	0,330 93	140		2,443 5	1,879 4	0,657 98	0,900 34
96		1,675 5	1,486 3	0,330 87	0,340 50	141		2,460 9	1,885 3	0,666 19	0,915 80
97		1,693 0	1,497 9	0,337 38	0,350 21	142		2,478 4	1,891 0	0,674 43	0,931 35
98		1,710 4	1,509 4	0,343 94	0,360 08	143		2,495 8	1,896 6	0,682 70	0,947 00
99		1,727 9	1,520 8	0,350 55	0,370 09	144		2,513 3	1,902 1	0,690 98	0,962 74
100		1,745 3	1,532 1	0,357 21	0,380 26	145		2,530 7	1,907 4	0,699 29	0,978 58
101		1,762 8	1,543 2	0,363 92	0,390 58	146		2,548 2	1,912 6	0,707 63	0,994 49
102		1,780 2	1,554 3	0,370 68	0,401 04	147		2,565 6	1,917 6	0,715 98	1,010 50
103		1,797 7	1,565 2	0,377 49	0,411 66	148		2,583 1	1,922 5	0,724 36	1,026 58
104		1,815 1	1,576 0	0,384 34	0,422 42	149		2,600 5	1,927 3	0,732 76	1,042 75
105		1,832 6	1,586 7	0,391 24	0,433 34	150		2,618 0	1,931 9	0,741 18	1,059 00
106		1,850 0	1,597 3	0,398 18	0,444 39	151		2,635 4	1,936 3	0,749 62	1,075 32
107		1,867 5	1,607 7	0,405 18	0,455 60	152		2,652 9	1,940 6	0,758 08	1,091 71
108		1,885 0	1,618 0	0,412 21	0,466 95	153		2,670 4	1,944 7	0,766 55	1,108 18
109		1,902 4	1,628 2	0,419 30	0,478 44	154		2,687 8	1,948 7	0,775 05	1,124 72
110		1,919 9	1,638 3	0,426 42	0,490 08	155		2,705 3	1,952 6	0,783 56	1,141 32
111		1,937 3	1,648 3	0,433 59	0,501 87	156		2,722 7	1,956 3	0,792 09	1,157 99
112		1,954 8	1,658 1	0,440 81	0,513 79	157		2,740 2	1,959 8	0,800 63	1,174 72
113		1,972 2	1,667 8	0,448 06	0,525 86	158		2,757 6	1,963 2	0,809 19	1,191 51
114		1,989 7	1,677 3	0,455 36	0,538 07	159		2,775 1	1,966 5	0,817 76	1,208 35
115		2,007 1	1,686 8	0,462 70	0,550 41	160		2,792 5	1,969 6	0,826 35	1,225 25
116		2,024 6	1,696 1	0,470 08	0,562 89	161		2,810 0	1,972 6	0,834 95	1,242 21
117		2,042 0	1,705 3	0,477 50	0,575 51	162		2,827 4	1,975 4	0,843 57	1,259 21
118		2,059 5	1,714 3	0,484 96	0,588 27	163		2,844 9	1,978 0	0,852 19	1,276 26
119		2,076 9	1,723 3	0,492 46	0,601 16	164		2,862 3	1,980 5	0,860 83	1,293 35
120	3	2,094 4	1,732 1	0,500 00	0,614 18	165		2,879 8	1,982 9	0,869 47	1,310 49
121		2,111 8	1,740 7	0,507 58	0,627 34	166		2,897 2	1,985 1	0,878 13	1,327 66
122		2,129 3	1,749 2	0,515 19	0,640 63	167		2,914 7	1,987 1	0,886 80	1,344 87
123		2,146 8	1,757 6	0,522 84	0,654 04	168		2,932 2	1,989 0	0,895 47	1,362 12
124		2,164 2	1,765 9	0,530 53	0,667 59	169		2,949 6	1,990 8	0,904 15	1,379 40
125		2,181 7	1,774 0	0,538 25	0,681 25	170		2,967 1	1,992 4	0,912 84	1,396 71
126		2,199 1	1,782 0	0,546 01	0,695 05	171		2,984 5	1,993 8	0,921 54	1,414 04
127		2,216 6	1,789 9	0,553 80	0,708 97	172		3,002 0	1,995 1	0,930 24	1,431 40
128		2,234 0	1,797 6	0,561 63	0,723 01	173		3,019 4	1,996 3	0,938 95	1,448 78
129		2,251 5	1,805 2	0,569 49	0,737 16	174		3,036 9	1,997 3	0,947 66	1,466 17
130		2,268 9	1,812 6	0,577 38	0,751 44	175		3,054 3	1,998 1	0,956 38	1,483 59
131		2,286 4	1,819 9	0,585 31	0,765 84	176		3,071 8	1,998 8	0,965 10	1,501 01
132		2,303 8	1,827 1	0,593 26	0,780 34	177		3,089 2	1,999 3	0,973 82	1,518 45
133		2,321 3	1,834 1	0,601 25	0,794 97	178		3,106 7	1,999 7	0,982 55	1,535 89
134		2,338 7	1,841 0	0,609 27	0,809 70	179		3,124 1	1,999 9	0,991 27	1,553 34
135		2,356 2	1,847 8	0,617 32	0,824 54	180		3,141 6	2,000 0	1,000 00	1,570 80

NOMBRE DE CÔTÉS (N) DU POLYGONE RÉGULIER

UTILISATION DE LA TABLE : Exemple $\alpha = 45^\circ$					
Lecture sur table	En fonction de R	Application : R = 20 mm			
A = 0,7854	Arc = A . R	Arc = 0,7854 x 20 = 15,708 mm			
C = 0,7654	Corde = C . R	Corde = 0,7654 x 20 = 15,308 mm			
F = 0,07612	Flèche = F . R	Flèche = 0,07612 x 20 = 1,522 mm			
S = 0,03915	Segment = S . R <sup>2</sup>	Segment = 0,03915 x 20 <sup>2</sup> = 15,66 mm <sup>2</sup>			



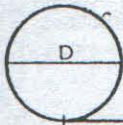
# CIRCONFÉRENCE



D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0	3,142	6,283	9,425	12,566	15,708	18,850	21,991	25,133	28,274
1.	31,416	34,558	37,699	40,841	43,982	47,124	50,265	53,407	56,549	59,690
2.	62,832	65,973	69,115	72,257	75,398	78,540	81,681	84,823	87,965	91,106
3.	94,248	97,389	100,531	103,673	106,814	109,956	113,097	116,239	119,381	122,522
4.	125,664	128,806	131,947	135,089	138,230	141,370	144,514	147,655	150,797	153,938
5.	157,08	160,22	163,36	166,50	169,65	172,79	175,93	179,07	182,21	185,35
6.	188,50	191,64	194,78	197,92	201,06	204,20	207,35	210,49	213,63	216,77
7.	219,91	223,05	226,19	229,34	232,48	235,62	238,76	241,90	245,04	248,19
8.	251,33	254,47	257,61	260,75	263,89	267,04	270,18	273,32	276,46	279,60
9.	282,74	285,88	289,03	292,17	295,31	298,45	301,59	304,73	307,88	311,02
10.	314,16	317,30	320,44	323,58	326,73	329,87	333,01	336,15	339,29	342,43
11.	345,58	348,72	351,86	355,00	358,14	361,28	364,42	367,57	370,71	373,85
12.	376,99	380,13	383,27	386,42	389,56	392,70	395,84	398,98	402,12	405,27
13.	408,41	411,55	414,69	417,83	420,97	424,12	427,26	430,40	433,54	436,68
14.	439,82	442,96	446,11	449,25	452,39	455,53	458,67	461,81	464,96	468,10
15.	471,24	474,38	477,52	480,66	483,81	486,95	490,09	493,23	496,37	499,51
16.	502,65	505,80	508,94	512,08	515,22	518,36	521,50	524,65	527,79	530,93
17.	534,07	537,21	540,35	543,50	546,64	549,78	552,92	556,06	559,20	562,35
18.	565,49	568,63	571,77	574,91	578,05	581,19	584,34	587,48	590,62	593,76
19.	596,90	600,04	603,19	606,33	609,47	612,61	615,75	618,89	622,04	625,18
20.	628,32	631,46	634,60	637,74	640,88	644,03	647,17	650,31	653,45	656,59
21.	659,73	662,88	666,02	669,16	672,30	675,44	678,58	681,73	684,87	688,01
22.	691,15	694,29	697,43	700,58	703,72	706,86	710,00	713,14	716,28	719,42
23.	722,57	725,71	728,85	731,99	735,13	738,27	741,42	744,56	747,70	750,84
24.	753,98	757,12	760,27	763,41	766,55	769,69	772,83	775,97	779,11	782,26
25.	785,40	788,54	791,68	794,82	797,96	801,11	804,25	807,39	810,53	813,67
26.	816,81	819,96	823,10	826,24	829,38	832,52	835,66	838,81	841,95	845,09
27.	848,23	851,37	854,51	857,65	860,80	863,94	867,08	870,22	873,36	876,50
28.	879,65	882,79	885,93	889,07	892,21	895,35	898,50	901,64	904,78	907,92
29.	911,06	914,20	917,35	920,49	923,63	926,77	929,91	933,05	936,19	939,34

Exemple: Longueur de la circonférence de diamètre 142 mm  
lire: 446,11mm

Exemple: Diamètre de la circonférence de longueur 860 mm  
lire: 274 mm, environ



Développement  
de la circonférence =  $\pi D$

$$\pi = \frac{\text{CIRCONFÉRENCE}}{\text{DIAMÈTRE}}$$

$$\pi = 3,14159... \dots$$

## LONGUEUR DES ARCS DE RAYON = 1

°	VALEURS	'	VALEURS	"	VALEURS	APPLICATION
1	0,0175	1	0,000 291	1	0,000 005	La longueur d'un arc de 62° 34' 15" s'obtient:
2	0,0349	2	0,000 582	2	0,000 010	
3	0,0524	3	0,000 873	3	0,000 015	
4	0,0698	4	0,001 164	4	0,000 019	
5	0,0873	5	0,001 454	5	0,000 024	
6	0,1047	6	0,001 745	6	0,000 029	
7	0,1222	7	0,002 036	7	0,000 034	
8	0,1396	8	0,002 327	8	0,000 039	
9	0,1571	9	0,002 618	9	0,000 044	
		10	0,002 909	10	0,000 048	
		20	0,005 818	20	0,000 097	
		30	0,008 727	30	0,000 145	
		40	0,011 636	40	0,000 190	
		50	0,014 544	50	0,000 242	
						62° = 1,082 1
						30' = 0,009 727
						4" = 0,001 164
						10" = 0,000 048
						5" = 0,000 024
						62° 34' 15" = 1,092 063
						1 ≈ 1,092

Les longueurs des arcs de ° en ° sont données sur Doc 37 et 38





## CERCLE

D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.	0	0,79	3,14	7,07	12,57	19,64	28,27	38,48	50,27	63,62
1.	78,54	95,03	113,10	132,73	153,94	176,72	201,06	226,98	254,47	283,53
2.	314,16	344,36	380,13	415,48	452,39	490,87	530,93	572,56	615,75	660,52
3.	706,86	754,77	804,25	855,30	907,92	962,11	1 017,88	1 075,21	1 134,11	1 194,59
4.	1 256,64	1 320,25	1 385,44	1 452,20	1 520,53	1 590,43	1 661,90	1 734,94	1 809,56	1 885,74
5.	1 963,50	2 042,82	2 123,72	2 206,18	2 290,22	2 375,83	2 463,01	2 551,76	2 642,08	2 733,97
6.	2 827,43	2 922,47	3 019,07	3 117,25	3 216,99	3 318,31	3 421,19	3 525,65	3 631,68	3 739,28
7.	3 848,45	3 959,19	4 071,50	4 185,39	4 300,84	4 417,86	4 536,46	4 656,63	4 778,36	4 901,67
8.	5 025,55	5 153,00	5 281,02	5 410,61	5 541,77	5 674,50	5 808,80	5 944,68	6 082,12	6 221,14
9.	6 361,73	6 503,88	6 647,61	6 792,91	6 939,78	7 088,22	7 238,23	7 389,81	7 542,96	7 697,69
10.	7 854,0	8 011,9	8 171,3	8 332,3	8 494,9	8 659,0	8 824,7	8 992,0	9 160,9	9 331,3
11.	9 503,3	9 676,9	9 852,0	10 028,7	10 207,0	10 386,9	10 568,3	10 751,3	10 935,9	11 122,0
12.	11 309,7	11 499,0	11 689,9	11 882,3	12 076,3	12 271,8	12 469,0	12 667,7	12 868,0	13 069,8
13.	13 273,2	13 478,2	13 684,8	13 892,9	14 102,6	14 313,9	14 526,7	14 741,1	14 957,1	15 174,7
14.	15 393,8	15 614,5	15 836,8	16 060,6	16 286,0	16 513,0	16 741,5	16 971,7	17 203,4	17 436,6
15.	17 671,5	17 907,9	18 145,8	18 385,4	18 626,5	18 869,2	19 113,4	19 359,3	19 606,7	19 855,7
16.	20 106,2	20 358,3	20 612,0	20 867,2	21 124,1	21 382,5	21 642,4	21 904,0	22 167,1	22 431,8
17.	22 698,0	22 965,8	23 235,2	23 506,2	23 778,7	24 052,8	24 328,5	24 605,7	24 884,6	25 164,9
18.	25 446,9	25 730,4	26 015,5	26 302,2	26 590,4	26 880,3	27 171,6	27 464,6	27 759,1	28 055,2
19.	28 352,9	28 652,1	28 952,9	29 255,3	29 559,2	29 864,8	30 171,9	30 480,5	30 790,7	31 102,6
20.	31 415,9	31 730,9	32 047,4	32 365,5	32 685,1	33 006,4	33 329,2	33 653,5	33 979,5	34 307,0
21.	34 636,1	34 966,7	35 298,9	35 632,7	35 968,1	36 305,0	36 643,5	36 983,6	37 325,3	37 668,5
22.	38 013,3	38 359,6	38 707,6	39 057,1	39 408,1	39 760,8	40 115,0	40 470,8	40 828,1	41 187,1
23.	41 547,6	41 909,6	42 273,3	42 638,5	43 005,3	43 373,6	43 743,5	44 115,0	44 488,1	44 862,7
24.	45 238,9	45 616,7	45 996,1	46 377,0	46 759,5	47 143,5	47 529,2	47 916,4	48 305,1	48 695,5
25.	49 087,4	49 480,9	49 875,9	50 272,6	50 670,7	51 070,5	51 471,9	51 874,8	52 279,2	52 685,3
26.	53 092,9	53 502,1	53 912,9	54 325,2	54 739,1	55 154,6	55 571,6	55 990,2	56 410,4	56 832,2
27.	57 255,5	57 680,4	58 106,9	58 534,9	58 964,6	59 395,7	59 828,5	60 262,8	60 698,7	61 136,2
28.	61 575,2	62 015,8	62 458,0	62 901,8	63 347,1	63 794,0	64 242,4	64 692,5	65 144,1	65 597,2
29.	66 052,0	66 508,3	66 966,2	67 425,6	67 886,7	68 349,3	68 813,4	69 279,2	69 746,5	70 215,4

Exemple : Surface d'un cercle de  
diamètre 28 mm  
lire : 615,75 mm<sup>2</sup>

Exemple : Diamètre d'un cercle de  
surface 531 mm<sup>2</sup>  
lire : 26 mm environ

### SURFACES CIRCULAIRES

① CERCLE

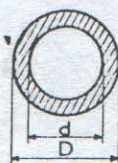


$$S = \frac{\pi D^2}{4}$$

Ex : D = 50 mm

$$S = 1963,50 \text{ mm}^2$$

② COURONNE

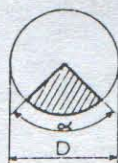


$$S = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$$

Ex : D = 40 mm  
d = 30 mm

$$S = 549,50 \text{ mm}^2$$

③ SECTEUR

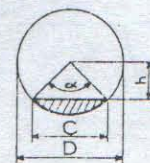


$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{4 \times 360}$$

Ex : D = 25 mm  
 $\alpha = 100^\circ$

$$S = 136,28 \text{ mm}^2$$

④ SEGMENT



$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{4 \times 360} - \frac{C h}{2}$$

Ex : D = 40 mm  
 $\alpha = 90^\circ$

$$S = 114,16 \text{ mm}^2$$

Les surfaces des segments de ° en ° sont données sur Doc 37 et 38


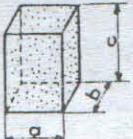
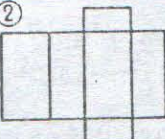

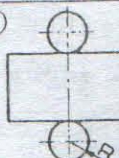
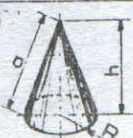

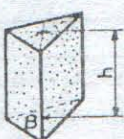
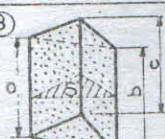
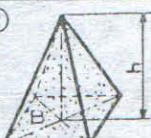
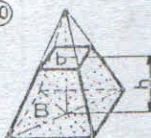
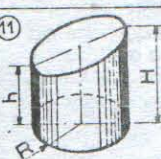
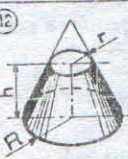
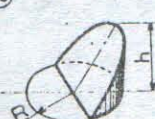
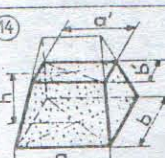


# SURFACES PLANES



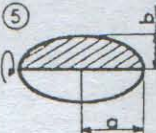
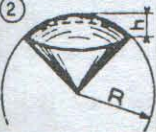
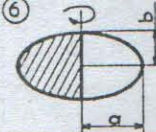
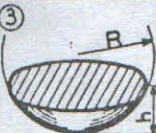
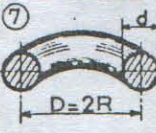

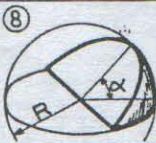
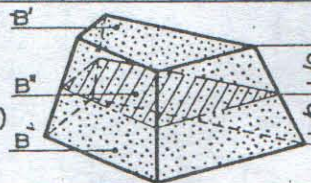






POLYGONES RÉGULIERS							
	TRIANGLE	CARRÉ	PENTA GONE	HEXAGONE	OCTOGONE	DÉCAGONE	DODÉCAGONE
	N 3	4	5	6	8	10	12
	α 120°	90°	72°	60°	45°	36°	30°
VALEURS POUR D=1							
c = longueur du côté	c 0,866	0,707	0,588	0,500	0,383	0,309	0,259
d = diamètre ϕ inscrit	d 0,500	0,707	0,811	0,866	0,923	0,952	0,967
S = surface du polygone	S 0,325	0,500	0,596	0,650	0,707	0,735	0,750
SURFACES USUELLES							
QUADRILATÈRE INSCRIPTIBLE				QUADRILATÈRE CIRCONSCRIPTIBLE			
② $p = \frac{a+b+c+d}{2}$ $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$				③ $S = p \cdot r$			
④ RECTANGLE $S = b \cdot h$				⑤ TRAPÈZE $S = \frac{B+b}{2} \cdot h$			
⑥ PARALLÉLOGRAMME $S = b \cdot h$				⑦ POLYgone QUELCONQUE $S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$			
⑧ LOSANGE $S = \frac{a \cdot b}{2}$				⑨ ELLIPSE $S = \frac{\pi \cdot a \cdot b}{4}$ $S = 0,785 \cdot a \cdot b$			
⑩ TRIANGLE $S = \frac{b \cdot h}{2}$				⑪ SEGMENT PARABOLIQUE $S = \frac{2}{3} (b \cdot h)$			







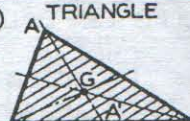
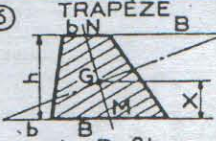

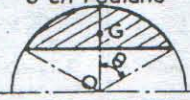

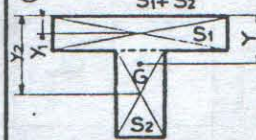
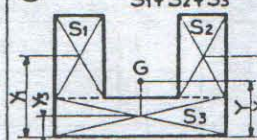
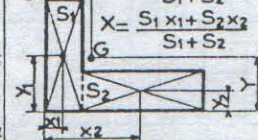
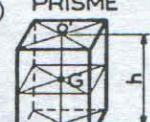


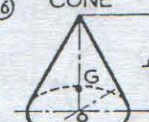




		<b>SOLIDES</b> À SURFACE DÉVELOPPABLE	
VOLUMES		SURFACES	
① 	PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE $V = a \cdot b \cdot c$ CUBE: $a = b = c$ $V = a^3$	② 	Développement $S = 2(ab + bc + ca)$ Pour le CUBE $S = 6a^2$
③ 	CYLINDRE $V = \pi R^2 h$ ou $V = \frac{\pi D^2 h}{4}$	④ 	Développement $S_{\text{latérale}} = 2\pi R h$ (Sl) $S_{\text{totale}} = 2\pi R(R + h)$ (St)
⑤ 	CÔNE $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	⑥ 	Développement $\alpha = \frac{360^\circ \times R}{a}$ $S_l = \pi R a$ $S_t = \pi R a + \pi R^2$ $= \pi R(R + a)$
VOLUMES			
⑦ 	PRISME $V = B \cdot h$	⑧ 	TRONC DE PRISME TRIANGULAIRE $V = S \times \frac{a+b+c}{3}$ S (section droite)
⑨ 	PYRAMIDE $V = \frac{B \cdot h}{3}$	⑩ 	TRONC DE PYRAMIDE $V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$
⑪ 	CYLINDRE TRONQUÉ $V = \pi R^2 \left(\frac{H+h}{2}\right)$	⑫ 	TRONC DE CÔNE $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$
⑬ 	ONGLET CYLINDRIQUE $V = \frac{2}{3}R^2 h$	⑭ 	TAS DE CAILLOUX $V = \frac{h}{6}[b(2a+a') + b'(2a'+a)]$



SOLIDES À SURFACE NON DÉVELOPPABLE			
① 	SPHÈRE $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi D^3}{6}$	⑤ 	ELLIPSOÏDE DE RÉVOLUTION <i>allongé</i> $V = \frac{4}{3}\pi a b^2$
② 	SECTEUR SPHÉRIQUE Scolotte = $2\pi R h$ $V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$	⑥ 	ELLIPSOÏDE DE RÉVOLUTION <i>aplati</i> $V = \frac{4}{3}\pi a^2 b$
③ 	SEGMENT SPHÉRIQUE à une base $V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$	⑦ 	TORÉ $S = \pi^2 D d$ $V = \frac{\pi^2 D d^2}{4}$
④ 	SEGMENT SPHÉRIQUE à deux bases $S_{zone} = 2\pi R h$ $V = \frac{\pi h^3}{6} + \frac{\pi h}{2}(r^2 + r^2)$	⑧ 	ONGLET SPHÉRIQUE $S_{fuseau} = \frac{\pi R^2 \alpha}{90}$ $V_{onglet} = \frac{\pi R^3 \alpha}{270}$
⑨ FORMULE DES 3 NIVEAUX			
$B // B' // B''$  $V = \frac{h}{6}(B + B' + 4B'')$		 <p>APPLICATIONS :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- tronc de pyramide</li> <li>- tronc de cône</li> <li>- segment sphérique</li> <li>- tas de sable</li> </ul>	
1 <sup>er</sup> THEOREME DE GULDIN		2 <sup>eme</sup> THEOREME DE GULDIN	
⑩ 	<p>G: centre de gravité de la ligne</p> <p>S: Surface engendrée par une ligne qui tourne autour d'un axe XX' (de son plan) ne coupant pas la ligne.</p> <p><math>S = \text{longueur ligne} \times 2\pi \ell</math></p>	⑪ 	<p>G: centre de gravité de la surface</p> <p>V: Volume engendré par une surface qui tourne autour d'un axe XX' (de son plan) ne coupant pas la surface.</p> <p><math>V = \text{Surface} \times 2\pi \ell</math></p>
⑫ APPLICATION: centre de gravité de la demi-circonférence:	 <p><math>4\pi R^2 = \pi R \times 2\pi \ell</math></p> <p><math>\ell = \frac{2R}{\pi} \approx 0,636R</math></p>	⑬ APPLICATION: centre de gravité du demi-cercle:	 <p><math>\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi R^2}{2} \times 2\pi \ell</math></p> <p><math>\ell = \frac{4R}{3\pi} \approx 0,424R</math></p>

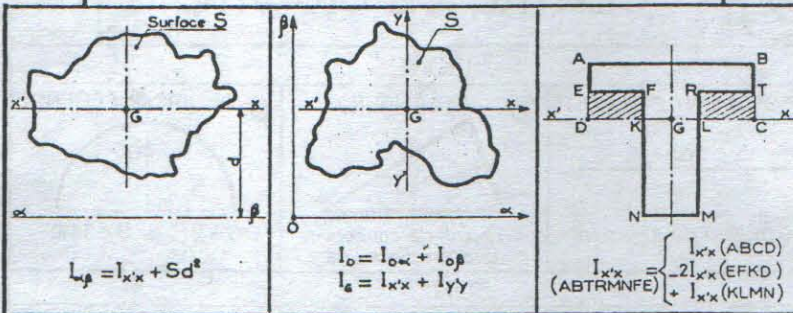


# CENTRE DE GRAVITÉ

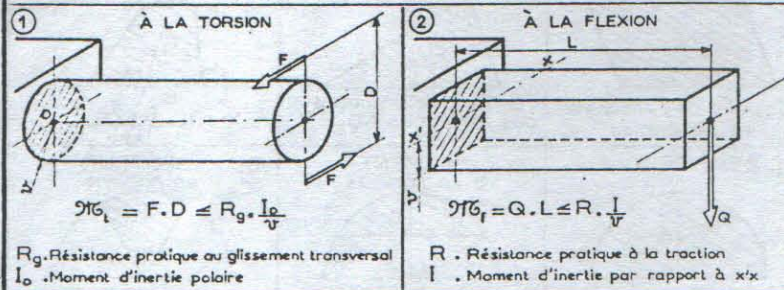
LIGNES			
① SEGMENT DE DROITE	② TRIANGLE	③ 1/2 CIRCONFÉRENCE	
			
G: milieu du segment	G: point de concours des médianes	$OG = \frac{2R}{\pi} \approx 0,636R$	
SURFACES			
④ PARALLÉLOGRAMME	⑤ TRIANGLE	⑥ TRAPÈZE	
			
G: point de rencontre des diagonales	G: point de concours des médianes $AG = \frac{AA'}{3}$	$X = \frac{h}{3} \cdot \frac{B+2b}{B+b}$	
⑦ DEMI-CERCLE	⑧ SEGMENT $\theta$ en radians	⑨ SECTEUR $\theta$ en radians	
			
$OG = \frac{4R}{3\pi} \approx 0,424R$	$OG = \frac{2R}{3} \cdot \frac{\sin^3 \theta}{\theta - \sin \theta \cos \theta}$	$OG = \frac{2R \sin \theta}{3\theta}$	
⑩ $Y = \frac{S_1 Y_1 + S_2 Y_2}{S_1 + S_2}$	⑪ $Y = \frac{S_1 Y_1 + S_2 Y_2 + S_3 Y_3}{S_1 + S_2 + S_3}$	⑫ $Y = \frac{S_1 Y_1 + S_2 Y_2}{S_1 + S_2}$ $X = \frac{S_1 X_1 + S_2 X_2}{S_1 + S_2}$	
			
VOLUMES			
⑬ PRISME	⑭ CYLINDRE	⑮ PYRAMIDE	⑯ CÔNE
			
$OG = h/2$	$OG = h/2$	$gG = Sg/4$	$OG = h/4$
⑰ TRONC DE CÔNE	⑱ SECTEUR SPHÉRIQUE	⑲ SEGMENT SPHÉRIQUE	⑳ DEMI-SPHÈRE
			
$OG = \frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$	$OG = \frac{3R}{8} (1 + \cos \theta)$	$OG = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2R-h)^2}{3R-h}$	$OG = \frac{3R}{8}$



# RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX



## FORMULES DE CALCUL



## MOMENTS D'INERTIE

## MOMENTS DE FLEXION







SECTIONS	TORSION $I_o$	FLEXION $I_{x'x}$	CAS USUELS E (module d'élasticité)	MOMENT fléchissant	FLÈCHE
	$\frac{bh(b^2+h^2)}{12}$	$\frac{bh^3}{12}$		QL	$\frac{QL^3}{3EI}$
	$\frac{a^4}{6}$	$\frac{a^4}{12}$		$\frac{QL}{2}$	$\frac{QL^3}{8EI}$
	$\frac{\pi D^4}{32}$ $\approx 0,1D^4$	$\frac{\pi D^4}{64}$ $\approx 0,05D^4$		$\frac{QL}{4}$	$\frac{QL^3}{48EI}$
	$\frac{\pi(D^4-d^4)}{32}$ $\approx 0,1(D^4-d^4)$	$\frac{\pi(D^4-d^4)}{64}$ $\approx 0,05(D^4-d^4)$		$\frac{QL}{8}$	$\frac{5}{8} \times \frac{QL^3}{48EI}$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^3}{12}$		$\frac{QL}{8}$	$\frac{QL^3}{192EI}$





# POIDS DES BARRES

EN kg PAR MÈTRE

  				  			
5	0,154	0,196	0,170	42	10,9	13,8	12,0
6	0,222	0,283	0,245	44	11,9	15,2	13,2
7	0,302	0,385	0,333	46	13,0	16,6	14,4
8	0,395	0,502	0,435	48	14,2	18,1	15,7
9	0,499	0,636	0,551	50	15,4	19,6	17,0
10	0,617	0,785	0,680	52	16,7	21,2	18,4
11	0,746	0,950	0,823	54	18,0	22,9	19,8
12	0,888	1,130	0,979	56	19,3	24,6	21,3
13	1,04	1,33	1,15	58	20,7	26,4	22,9
14	1,21	1,54	1,31	60	22,2	28,3	24,5
15	1,39	1,77	1,53	65	26,0	33,2	28,7
16	1,58	2,01	1,74	70	30,2	38,5	33,3
17	1,78	2,27	1,96	75	34,7	44,2	38,2
18	2,00	2,54	2,20	80	39,5	50,2	43,5
19	2,23	2,83	2,45	85	44,5	56,7	49,1
20	2,47	3,14	2,72	90	49,9	63,6	55,1
21	2,72	3,46	3,00	95	55,6	70,8	61,4
22	2,98	3,80	3,29	100	61,7	78,5	68,0
23	3,26	4,15	3,60	105	68,0	86,5	POIDS DES TÔLES D'ACIER 1m <sup>2</sup> de tôle de 1mm pèse 7,85kg 1m <sup>2</sup> e _____
24	3,55	4,52	3,92	110	74,6	95,0	
25	3,85	4,91	4,25	115	81,5	104	
26	4,17	5,31	4,60	120	88,8	113	
27	4,50	5,72	4,96	125	96,3	123	
28	4,83	6,15	5,33	130	104	133	
29	5,19	6,60	5,72	135	112	143	
30	5,55	7,06	6,12	140	121	154	
31	5,92	7,54	6,53	145	130	165	
32	6,31	8,04	6,96	150	139	177	
33	6,71	8,55	7,40	160	158	201	
34	7,13	9,07	7,86	170	178	227	
35	7,55	9,62	8,33	180	200	254	
36	7,99	10,2	8,81	190	223	283	
37	8,44	10,8	9,31	200	247	314	
38	8,90	11,3	9,82	210	272	346	
39	9,38	11,9	10,34	220	298	380	
40	9,87	12,6	10,9	230	326	415	

LIRE DIRECTEMENT LE POIDS  
DES BARRES EN ACIER ( $\delta=7,85$ )  
POUR LES AUTRES MATÉRIAUX  
MULTIPLIER LA VALEUR LUE PAR  
 $K = \frac{\text{densité du matériau}}{\text{densité de l'acier}}$

QUELQUES VALEURS DE K

Acier	1	Etain	0,93
Aluminium	0,34	Plomb	1,45
Cuivre	1,13	Zinc	0,92



# CARACTÉRISTIQUES



NOMS		SYMBÔLE CHIMIQUE OU COMPOSITION	DENSITÉ	TEMPÉRATURE DE FUSION	TEMPÉRATURE D'ÉBULLITION	CHALEUR SPÉCIFIQUE	COEFFICIENT DE DILATATION THERMIQUE		
			(1)			(2)			
MÉTALLS	Aluminium	Al	2,7	658°		0,225	0,000024	GAZ δ = corps air	
	Antimoine	Sb	6,71	630°		0,050	0,011		
	Argent	Ag	10,53	960°		0,056	0,020		
	Chrome	Cr	6,80	1550°		0,120			
	Cobalt	Co	8,80	1490°		0,104			
	Cuivre	Cu	8,90	1090°		0,093	0,017		
	Etain	Sn	7,30	232°		0,058	0,023		
	Fer	Fe	7,85	1535°		0,120	0,012		
	Mercure	Hg	13,60	-39°		0,033			
	Nickel	Ni	8,90	1452°		0,109	0,013		
ALLIAGES	Or	Au	19,25	1063°		0,031	0,014	SOLIDE - LIQUIDE δ = corps eau	
	Platine	Pt	21,48	1764°		0,038	0,009		
	Plomb	Pb	11,37	327°		0,031	0,029		
	Vanadium	V	5,60	1725°		0,115			
	Zinc	Zn	7,19	419°		0,094	0,029		
	Acier	Fe, C	7,85	1400°		0,01	0,012		
	Fonte grise	Fe, C	7,2	1230°		0,01	0,011		
	Bronze	Cu, Sn	7,5-8,5	900°		0,01	0,018		
	Bronze d'Alu.	Cu, Sn, Al	~7,5	1060°					
	Laiton	Cu, Zn	7,3-8,4	940°		0,01	0,019		
MÉTALLOIDES	* Azote	N	0,97	-210°	-196°			Rapport entre les masses spécifiques du corps et de l'étalon	
	Bismuth	Bi	9,80	271°					
	Brome	Br	3,18	-7°	63°				
	* Chlore	Cl	2,49	-102°	-34°				
	* Hydrogène	H	0,07	-259°	-253°				
	Iode	I	4,95	184°					
	* Oxygène	O	1,11	-218°	-183°				
	Phosphore	P	1,83	44°	287°				
	Soufre	S	2,07	112°	445°				
	CORPS COMPOSÉS	* Ac.Sulfureux	SO <sub>2</sub>	2,27		-10°			
* Ac.Sulfurique		SO <sub>4</sub> H <sub>2</sub>	1,19						
Ac.Chlorhydrique		HCl	1,27		110°				
Alcool		C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> O	0,79	-130°	78°				
* Ammoniac		NH <sub>3</sub>	0,59		-33°				
Benzine		C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	0,90	5°					
Eau		H <sub>2</sub> O	①	0°	100°				
Ether		(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) <sub>2</sub> O	0,73	-117°	35°				
* Gaz Carbonique		CO <sub>2</sub>	1,59	-56°	-78°				
* Méthane		CH <sub>4</sub>	0,59		-165°				
MÉLANGES	* Air	O <sub>2</sub> , N	①		-191°			MATIÈRES PLASTIQUES	
	Caoutchouc		0,98	120°					
	Essence		0,72						
	Graisse		0,94	30°					
	Houille		12-15						
	Huile de lin		0,95						
	Pétrole		0,80						



## SOMMAIRE

<b>7. CLASSIFICATION DES DESSINS</b> .....	<b>1</b>
7.1. Définition .....	1
7.2. Nature du dessin .....	1
7.3. Formes du dessin .....	1
7.4. Fonctions du dessin .....	2
7.5. Croquis coté .....	4
7.6. Dessin d'ensemble .....	4
7.6.1. Opportunité .....	4
7.6.2. Perspective d'un ensemble .....	4
7.6.3. Vue éclatée d'un ensemble .....	5
7.6.4. Dessin en coupe d'un ensemble .....	7
7.6.5. Principe de fonctionnement d'un robinet .....	12
7.7. Dessin de définition .....	18
7.8. Dessin de fabrication .....	19
<b>8. LES ROULEMENTS</b> .....	<b>27</b>
8.1. Généralités .....	27
8.2. Principes d'utilisation .....	27
8.3. Constitution d'un roulement .....	28
8.4. Construction d'un roulement .....	30
8.5. Différents types de roulements .....	31
8.5.1. Classification des roulements .....	31
8.5.1.1. Roulements rigide à une rangée de billes .....	31
8.5.1.2. Roulements à rainures .....	34
8.5.1.3. Roulements à billes à contacts obliques .....	35
8.5.1.4. Roulements à rotule sur deux rangées de billes .....	38
8.5.1.5. Roulements à rotule à deux rangées de rouleaux .....	40
8.5.1.6. Roulements à deux rangées de rouleaux cylindriques .....	41
8.5.1.7. Roulements à rouleaux cylindriques .....	43
8.5.1.8. Butées à billes à simple effet .....	45
8.5.1.9. Butée à billes à double effet .....	46
8.5.1.10. Butée à rotule sur rouleaux .....	47
8.5.1.11. Roulements à aiguilles .....	48
8.6. Désignation d'un roulement normalisé .....	54
8.7. Protection des roulements .....	55
8.7.1. Lubrification .....	57
8.7.2. Étanchéité .....	58
8.8. Choix du type de roulement et calcul de ses dimensions .....	59
8.8.1. Charges dynamiques .....	59
8.8.2. Charges statiques .....	60
8.8.3. Calcul des efforts appliqués .....	60
8.8.4. Exemples de calcul .....	64
<b>9. MONTAGE DE ROULEMENTS</b> .....	<b>73</b>
9.1. Règles générales de montage .....	74
9.2. Choix des ajustements .....	76



9.2. Liaisons en translation des bagues extérieures .....	73
9.4. positionnement longitudinal par rapport aux butées .....	80
9.5. Montage des roulements à rouleaux coniques .....	81
9.6. Montage des butées .....	81
10. LES PALIERS .....	89
10.1. Fonction et condition à remplir .....	89
10.2. Classification .....	90
10.3. Paliers lisses .....	91
11. FROTTEMENT ET LUBRIFICATION .....	102
11.1. Le frottement .....	102
11.1.1. Causes et effets du frottement .....	103
11.1.2. Réduction du frottement et de l'usure .....	105
11.2. La lubrification .....	106
11.2.1. Modes d'action d'un lubrifiant .....	107
11.2.1.2. Le régime hydrodynamique .....	108
11.2.2. Caractéristiques d'un lubrifiant .....	109
11.2.3. formation du film d'huile .....	113
11.2.4. Répartition des pressions au sein du film d'huile .....	115
11.2.5. La lubrification à la graisse .....	117
11.2.6. Lubrifiants d'emploi courant .....	119
11.2.7. Dispositifs de graissage .....	119
12. ETATS DE SURFACE .....	125
12.1. Définition .....	125
12.2. Défauts de rugosité .....	125
12.3. Critères de rugosité .....	126
12.4. Indication de rugosité .....	128
12.5. Les indices de façonnage .....	129
12.6. Mise en place des symboles sur le dessin .....	130
13. ETANCHEITE .....	133
13.1. Problème .....	133
13.2. Assemblages fixes .....	134
13.3. Assemblages glissants .....	139
14. ENGRENAGES .....	145
14.1. Définition .....	145
14.2. Classification .....	145
14.3. Engrenages cylindriques à denture droite .....	145
14.4. Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale .....	152
14.5. Roue et vis .....	160
14.6. Engrenages coniques à denture droite .....	164
15. ARBRES .....	170
15.1. Arbres de transmission .....	170
15.2. Arbres de machines .....	171
15.3. Calcul des arbres .....	172
ANNEXES .....	176
Gamme de lubrifiants .....	176
Tableaux .....	184



## **BIBLIOGRAPHIE**

1. Aide Mémoire de l'Elève Dessinateur  
M. Norbert et Philippe; Edition La Chapelle, année 1981.
2. Le Dessin Technique, Deuxième partie: Le Dessin Industriel  
S. Bensaada et D. Feliachi; Edition OPU Alger, année 1995.
3. Taschenbuch Maschinenbau (Band I / II)  
Edition Veb Verlrag technik Berlin, année 1965.
4. Dessin Technique et Eléments de Construction  
Edition André Desvigne.
5. Dessin Industriel et Technologie de Construction (1<sup>o</sup> et 2<sup>o</sup> partie)  
A. Chertia et S. Benissaad; Edition OPU Alger, année 1995
6. La cotation fonctionnelle et ses problèmes  
Michel Gimalec; Edition André Castella, année 1972.
7. Dessin Industriel (2<sup>o</sup> et 3<sup>o</sup> livre)  
R. Pasquet et P. Burtel; Edition Hachette, année 1951.
8. Dessin de Construction Mécanique  
H. Riberol; Edition Delagrave, année 1979.
9. Cours de Dessin  
Claude Sirault; Edition A. De Boeck, année 1977.
10. Gamme des lubrifiants  
Document Sonatrach.



Achevé d'imprimer sur les presses de

**L'OFFICE DES PUBLICATIONS  
UNIVERSITAIRES**

1, Place Centrale - Ben-Aknoun - ALGER



180 DA



O P U 4550